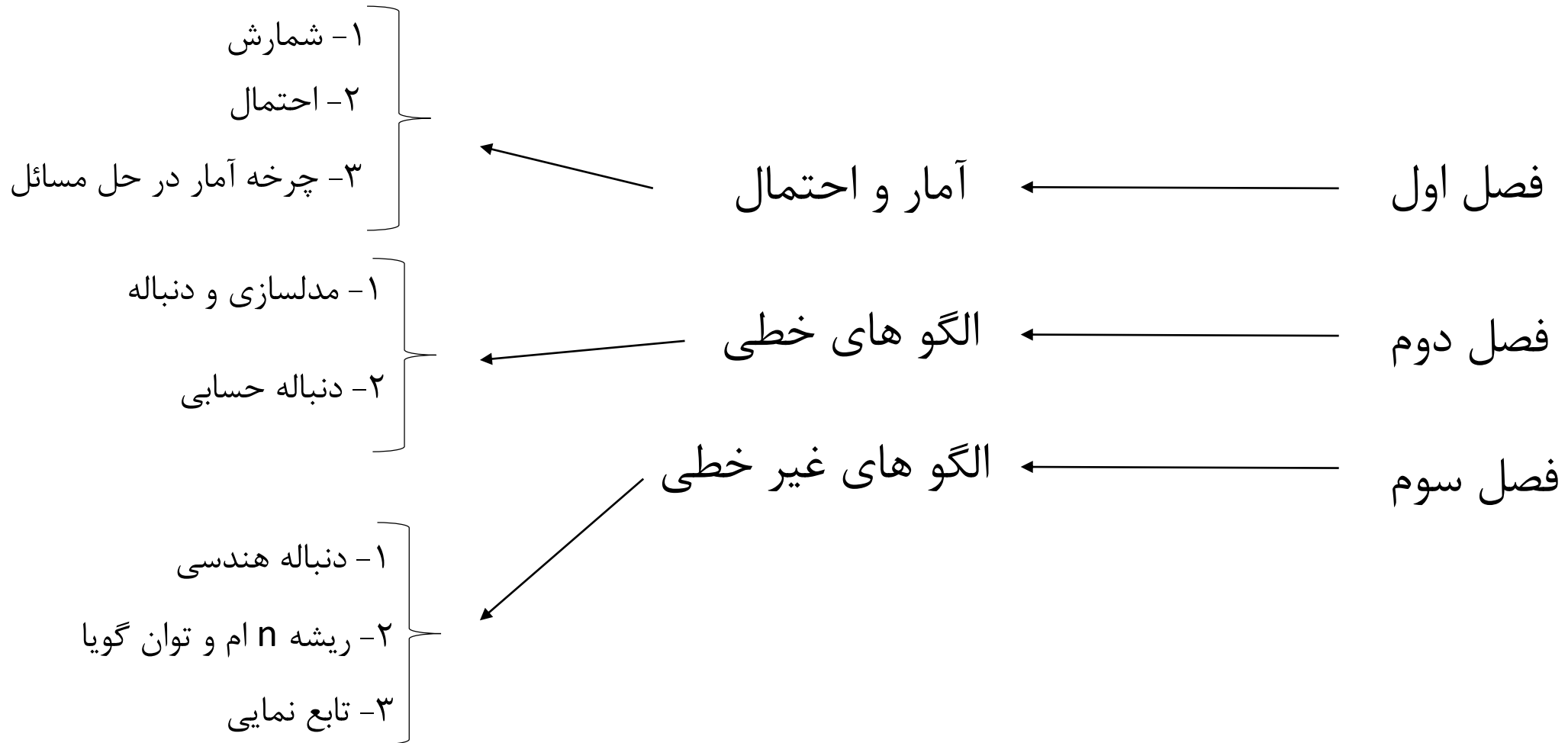




همایش جمع‌بندی تشریحی ریاضی و آمار ۳

مدرس: استاد محمود عبدوس



شمارش:

اصل جمع:

اصل جمع ✓

اگر بتوان عملی را به m طریق و عمل دیگری را به n طریق انجام داد، و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به $(m+n)$ طریق می‌توان عمل اول «یا» عمل دوم را انجام داد. (اصل جمع به بیش از دو عمل نیز قابل تعمیم است.)

اصل ضرب:

اصل ضرب ✓

اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به m طریق «و» در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به $m \times n$ طریق انجام پذیر است. (اصل ضرب قابل تعمیم به بیشتر از دو مرحله است.)

پویش علمی
ماندگارالبرز

استاد عبدوس

نماد فاکتوریل و جایگشت: $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

$(x^2 - x)! = 1$

$0! = 1$ $1! = 1$

مثال: معادله زیر چند ریشه دارد

$\Rightarrow (x^2 - x)! = 0! \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x=0$
 $\Rightarrow x=1$

$\Rightarrow (x^2 - x)! = 1! \Rightarrow x^2 - x = 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(1)(1) = -3 < 0$
 ریشه ندارد

$(x^2 + 3x)! = 5.4$

$(x^2 + 3x)! = 7!$

$x^2 + 3x = 5$

$x^2 + 3x - 5 = 0$

$\Delta =$

$\frac{7!}{5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5!} = 42$

$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1)n(n-1)!}{(n-1)!} = (n+1)n = n^2 + n$

- $0! = 1$
- $1! = 1$
- $2! = 2$
- $3! = 6$
- $4! = 24$
- $5! = 120$
- $6! = 720$
- $7! = 5040$



استاد عبدوس

مثال: با استفاده از کلمه دانشجو چند کلمه ۶ حرفی و ۳ حرفی بنویس!

الف) با اعداد ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت.

بدون تکرار

$$\frac{5}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

با تکرار

$$\frac{5}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{4}{1} = 5 \times 4^4 = 5 \times 256 \times 4 = 5120$$

ب) چند عدد ۵ رقمی و زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت.

$$\frac{4}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 24$$

$$120 + 24 = 144$$

$$\frac{4}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 24$$

دانش آموزان



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

$${}^n P_r = p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P(7, 3) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 210$$

$$P(9, 2) = \frac{9!}{(9-2)!} = \frac{9 \times 8 \times \cancel{7!}}{\cancel{7!}} = 72$$

تبدیل

برای انتخاب ۲ شی از n شی ($2 \leq n$)
در صورتی که ترتیب افراد یا اشیاء مهم باشد
از تبدیل استفاده نکنیم

$$P(9, 2) = 9 \times 8 = 72$$

$$P(11, 3) = 11 \times 10 \times 9$$

پویش علمی
ماندگار البرز

استاد عبدوس

مثال:

به چند طریق می‌توان با ارقام ۱ تا ۹ عددی ۵ رقمی ساخت (بدون تکرار ارقام).
 راه حل اول

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow P(9, 5) = \frac{9!}{(9-5)!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 72 \times 210 =$$

راه حل دوم

$$\underline{9} \times \underline{8} \times \underline{7} \times \underline{6} \times \underline{5} = 72 \times 210$$

پویش علمی
ماندگار البرز

استاد عبدوس



ترکیب

$$\binom{n}{r} = c(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$



$$\binom{7}{3} = c(7, 3) = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

برای انتخاب ۲ شی از n شی (r ≤ n) بصوری که ترتیب افراد یا شیاهم نباشد از ترکیب استفاده میکنیم

$$\binom{7}{3} = 35$$

مثال: از بین ۹ دانش آموز کلاس دوازدهم، ۵ دانش آموز صراک یازدهم ۴ نفر انتخاب میکنیم به چند طریق امکان دارد

$$\binom{14}{4} = c(14, 4) = \frac{14!}{4!(14-4)!} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 10!} = 13 \times 11 \times 7 = 1001$$

$$\binom{14}{4} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 13 \times 11 = 1001$$

مثال‌های کتاب درسی:

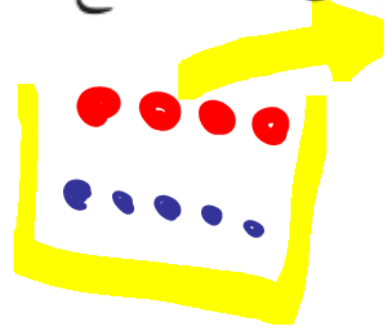
$$\binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

۳. مجموعه ۸ عضوی $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟

$$C(8, 3) = \binom{8}{3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3! \times 5!} = 56$$

۴. در جعبه‌ای ۴ مهره قرمز و ۵ مهره آبی وجود دارد. به چند طریق می‌توانیم سه مهره از این جعبه خارج کنیم؟



$$C(9, 3) = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3! \times 6!} = 3 \times 8 \times 7 = 12 \times 7 = 84$$

$$\binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 3 \times 7 = 21$$

مثال‌های کتاب درسی:



۷. روی محیط یک دایره ۱۲ نقطه وجود دارد. مشخص کنید: الف) با این دوازده نقطه، چه تعداد مثلث می‌توان تشکیل داد؟

ب) چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟

$$C(12, 3) = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{3 \times 2 \times 1 \times 9!} = 2 \times 11 \times 10 = 220$$

$$C(12, 2) = \frac{12 \times 11}{2 \times 1} = 66$$

پویش علمی
ماندگارالبرز

استاد عبدوس

مثال‌های کتاب درسی:

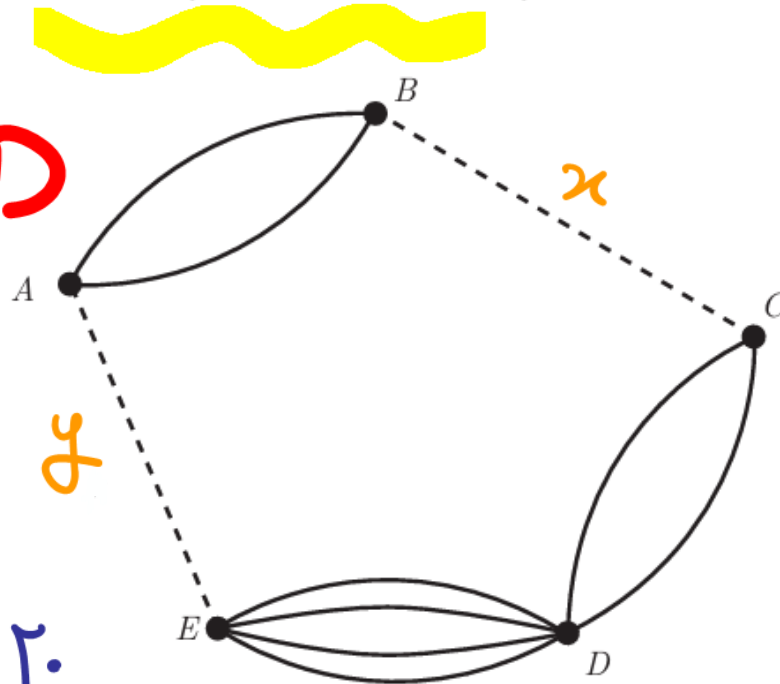
۱۰. تعداد راه‌ها یا جاده‌ها از شهر B به C و از شهر A به E را طوری تعریف کنید که با توجه به شکل زیر بتوان به ۲۰ طریق از شهر A به شهر D سفر کرد.

مسیر اول

$$A \xrightarrow{۲} B \xrightarrow{x} C \xrightarrow{۲} D$$

$$A \xrightarrow{y} E \xrightarrow{۴} D$$

مسیر دوم



$$\begin{aligned} \text{مسیر اول} &= ۲ \times x \times ۲ = ۴x = ۲۰ \\ \text{مسیر دوم} &= y \times ۴ = ۴y = ۲۰ \Rightarrow y = \frac{۲۰}{۴} = ۵ \\ &\Rightarrow ۴x = ۲۰ \Rightarrow x = \frac{۲۰}{۴} = ۵ \end{aligned}$$



پوشش علمی
ماندگارالبرز



استاد عبدوس

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:

پویش علمی
ماندگار البرز

۴	با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴ و بدون تکرار ارقام، چند عدد سه رقمی فرد می‌توان نوشت؟	۱
---	--	---

$$\frac{3}{1} \times \frac{3}{1,3} \times \frac{2}{1,3} = 18$$



استاد عبدوس

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:

پویش علمی
ماندگار البرز

۵

مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ چند زیرمجموعه چهار عضوی دارد؟

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\binom{8}{4} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 5 = 35$$



استاد عبدوس



احتمال

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

فضای نمونه

تعداد حالت‌های ممکن آزمایش را $n(S)$ نشان می‌دهند
تعداد عضوهای $n(S)$ نشان می‌دهند

پیشامد

هر زیرمجموعه از فضای نمونه را A می‌نامند که $n(A)$ نشان می‌دهد

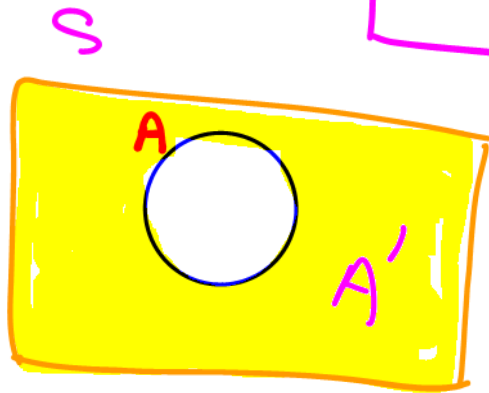
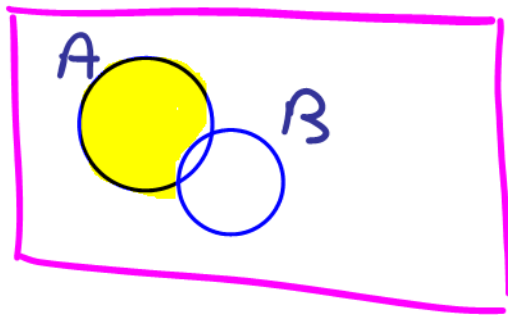
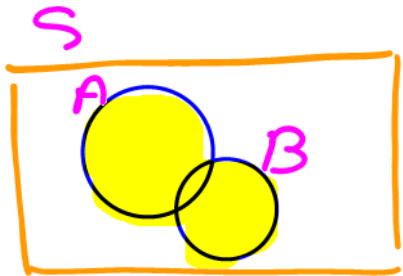
$$A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\} \quad n(A) = 6$$

• $P(A) \leq 1$

۱- پیشامد ناشدنی $P(\emptyset) = 0$

۲- پیشامد حتمی $P(S) = 1$

انواع پیشامد:



۳- اشتراک دو پیشامد $A \cap B$

۴- اجتماع دو پیشامد $A \cup B$

۵- تفاضل دو پیشامد $A - B$

۶- متمم پیشامد A'

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad , \quad 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(A') = 1 - P(A) \quad \text{احتمال متمم}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \rightarrow \text{احتمال دوپوشیده بزرگتر}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \rightarrow$$

== ناسازگار

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad \rightarrow$$

احتمال تفاضل دوپوشیده

فقط در A

رابطه و نکات احتمال



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

مثال‌های کتاب درسی:



۲. یک تاکسی دارای ۵ سرشین است؛ مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

الف) هر پنج نفر آنها در ماه فروردین متولد شده باشند.

$$n(S) = 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 = 12^5$$

$$n(A) = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{12^5}$$

پویش علمی
ماندگار البرز

استاد عبدوس

مثال‌های کتاب درسی:



پیش علم ماندگار البرز



استاد عبدوس

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

۸. از جعبه‌ای که شامل ۱۲ سیب سالم و ۵ سیب لکه‌دار است، ۳ سیب را به‌طور تصادفی برمی‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:

الف) هر سه سیب سالم باشند. (ب) دو سیب سالم و یک سیب لکه‌دار باشد.

$$n(S) = \binom{17}{3} = \frac{17 \times 16 \times 15}{3 \times 2 \times 1}$$

پ) تعداد سیب‌های سالم از تعداد سیب‌های لکه‌دار بیشتر باشد.

$$n(S) = 17 \times 16 \times 15$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2 \times 11 \times 1}{17 \times 16 \times 15} = \frac{22}{17 \times 120} = \frac{11}{340}$$

الف) $n(A) = \binom{12}{2} = \frac{12 \times 11 \times 1}{2 \times 1} = 2 \times 11 \times 1$

ب) $n(B) = \binom{12}{2} \times \binom{5}{1} = \frac{12 \times 11}{2 \times 1} \times 5 = 6 \times 11 \times 5$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6 \times 11 \times 5}{17 \times 16 \times 15} = \frac{33}{340}$$

پ) $n(C) = \binom{12}{2} \binom{5}{0} + \binom{12}{1} \binom{5}{1} = 2 \times 11 \times 1 + 6 \times 11 \times 5 = 11 \times 1 \times (2 + 30) = 11 \times 1 \times 32 = 352$

$$P(C) = \frac{352}{17 \times 16 \times 15}$$

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:

$$n(S) = 6 \quad n(S) = 2$$

تاس سکه

$$6 \times 2 = 12 \quad \text{اصل ضرب}$$

اصل ضرب

به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید.

الف) فضای نمونه پرتاب یک تاس و یک سکه چند عضو دارد؟

ب) احتمال اینکه سارا فردا به گردش علمی نرود $2/0$ است. احتمال اینکه او فردا به گردش علمی برود، چقدر است؟

پ) وقتی داده دورافتاده، بین داده‌های آماری باشد، کدام معیار گرایش به مرکز برای توصیف داده‌ها مناسب‌تر است؟

ت) جمله عمومی دنباله $1, 4, 9, 16, \dots$ را بنویسید.

$$P(A') = 1/2$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(A) = 1 - P(A')$$

$$P(A) + P(A') = 1$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - 1/2 = 1/2$$

پویش علمی
ماندگارالبرز

استاد عبدوس

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

از کیسه‌ای که شامل ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز است، ۲ مهره به طور تصادفی برمی‌داریم. احتمال اینکه هر دو مهره از یک رنگ باشند، را به دست آورید.

۱/۲۵

۷

$$n(S) = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

$$n(A) = \binom{4}{2} + \binom{3}{2} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} + \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 6 + 3 = 9$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

پویش علمی
ماندگار البرز

استاد عبدوس

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:



استاد عبدوس

۱/۲۵

۷

از جعبه‌ای شامل ۱۲ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار، به طور تصادفی ۳ سیب را انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه ۲ سیب سالم و یک سیب لکه‌دار باشد را به دست آورید.



$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

اصل فرمول

$$n(S) = \binom{16}{3} = \frac{16 \times 15 \times 14}{3 \times 2 \times 1} = 8 \times 5 \times 14$$

$$n(A) = \binom{12}{2} \times \binom{4}{1} = 66 \times 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{66 \times 4}{8 \times 5 \times 14} = \frac{22}{20} = \frac{11}{10}$$

چرخه آمار در حل مساله:



استاد عبدوس

گام اول

بیان مسئله

- فهم مسئله ✓
- تعریف دقیق مسئله ✓

گام دوم

طرح و برنامه‌ریزی

- شیوه اندازه‌گیری ✓
- روش نمونه‌گیری ✓
- روش کار ✓

داده‌ها

- گردآوری ✓
- سازماندهی ✓
- پاک‌سازی ✓

گام چهارم

تحلیل داده‌ها

- مرتب کردن داده‌ها ✓
- معیارها ✓
- نمودارها و جدول‌ها ✓

گام پنجم

بحث و نتیجه‌گیری

- تفسیر نتایج ✓
- نتیجه‌گیری ✓
- نقد و بررسی ✓
- ایده‌های جدید ✓

گام اول ← بیان مسئله

گام دوم ← طرح برنامه‌ریزی

گام سوم ← گردآوری داده‌ها

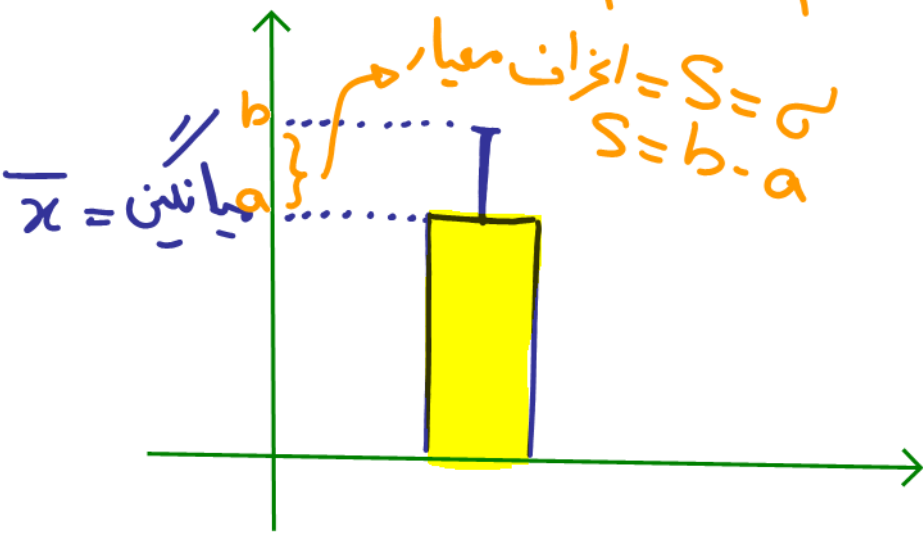
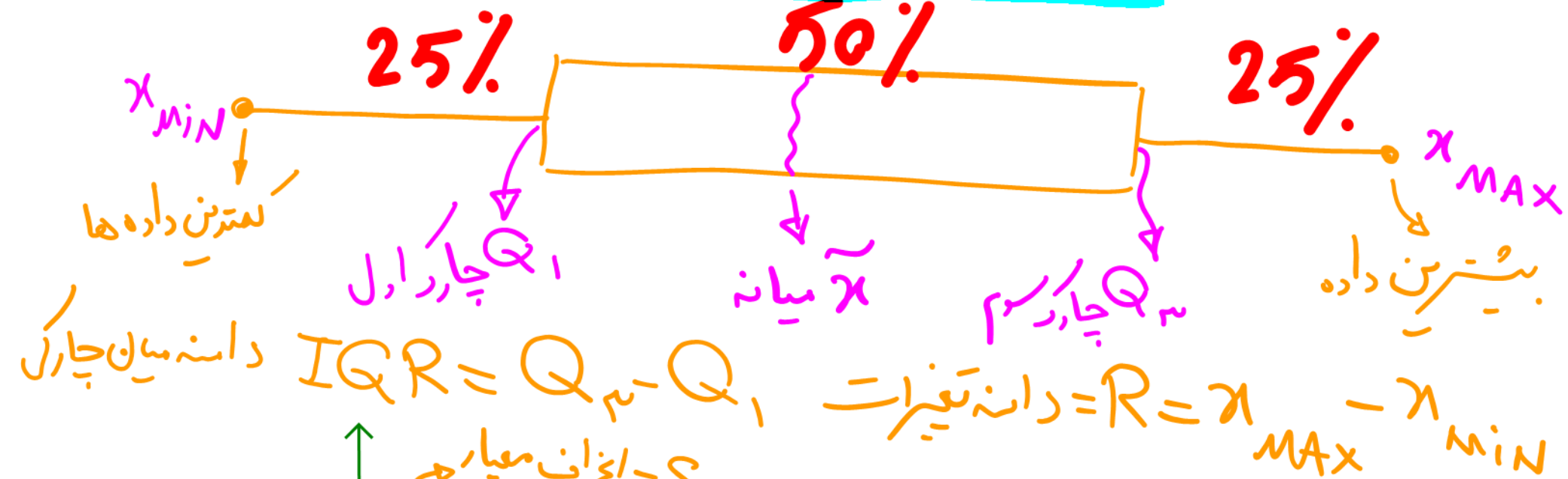
گام چهارم ← تحلیل داده‌ها

گام پنجم ← بحث و نتیجه‌گیری

گام ششم ← گزارش به روز دبیران مدرسه

ابتداده‌ها از کوچک به بزرگ ترتیب

نمودار جعبه‌ای و نمودار میانگین - انحراف معیار:



استاد عبدوس

نمودار جعبه‌ای

مطمئن‌ترین نمودار برای **متغیر کمی**، نمودار **جعبه‌ای** است.

برای توصیف داده‌های **کیفی** (**اسمی یا ترتیبی**) گزارش **درصد** باید همیشه با گزارش **تعداد** همراه باشد.



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:

با توجه به گام‌های چرخه آمار در حل مسائل، هر یک از جملات ستون A را به یک عبارت مناسب از ستون B مرتبط کرده و در پاسخ‌برگ بنویسید. (در ستون B، یک مورد اضافی است.)

ستون B	ستون A
(a) طرح و برنامه‌ریزی	الف) نتایج به دست آمده را تفسیر و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.
(b) تحلیل داده‌ها	ب) به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.
(c) گردآوری داده‌ها	پ) با استفاده از معیارها و نمودارها، نتایج را متناسب با هدف‌ها، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم.
(d) بحث و نتیجه‌گیری	

الف ← گام پنجم (d) ب ← گام دوم (a)

پ ← گام چهارم (b)

پویش علمی
ماندگارالبرز

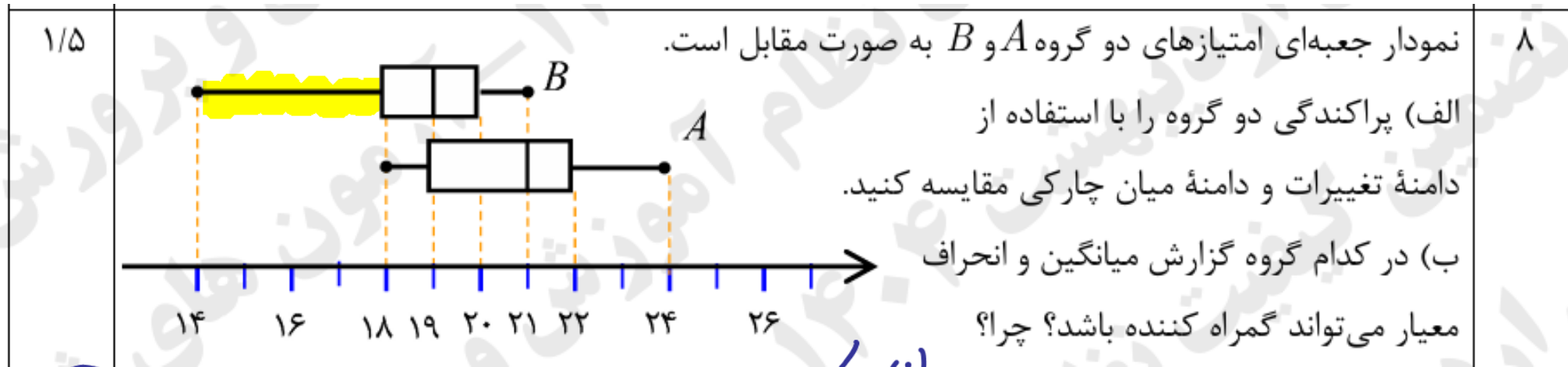
استاد عبدوس

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز



$$R_A = x_{\max} - x_{\min} = 24 - 18 = 6$$

$$R_B = x_{\max} - x_{\min} = 21 - 14 = 7$$

$$R_A < R_B$$

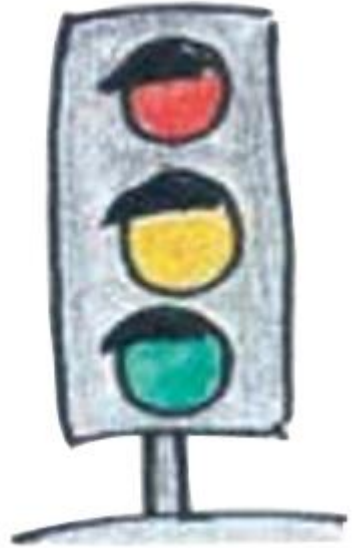
$$IQR_A = Q_3 - Q_1 = 22 - 19 = 3$$

$$IQR_B = Q_3 - Q_1 = 20 - 18 = 2$$

$$IQR_A > IQR_B$$

ب) گروه B زیرا داده دور افتاده دارد

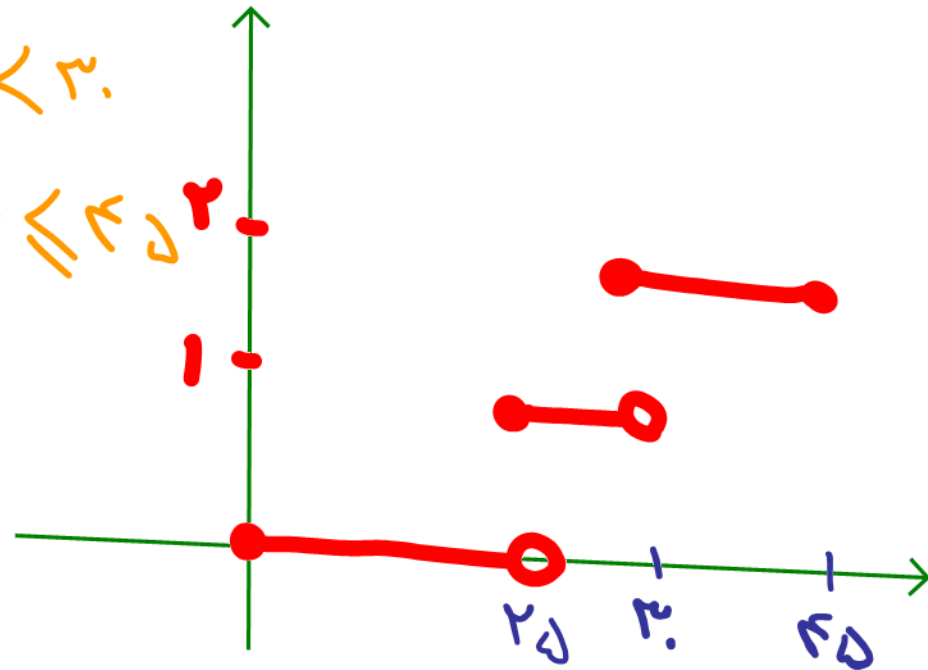
فصل ۲



۱. یک چراغ راهنمایی و رانندگی از لحظه شروع به کار ۲۵ ثانیه سبز، ۵ ثانیه زرد و ۱۵ ثانیه قرمز است. مدل ریاضی مسئله را در ۴۵ ثانیه اول شروع به کار چراغ راهنمایی و رانندگی به کمک تابع بنویسید و نمودار آن را رسم کنید.

$$f(t) = \begin{cases} \text{سبز} & 0 \leq t < 25 \\ \text{زرد} & 25 \leq t < 30 \\ \text{قرمز} & 30 \leq t \leq 45 \end{cases}$$

$$f(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 25 \\ 1 & 25 \leq t < 30 \\ 2 & 30 \leq t \leq 45 \end{cases}$$



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

مثلث خیام - پاسگال:

$$(a+b)^0 = 1$$

$$(a+b)^1 = a + b$$

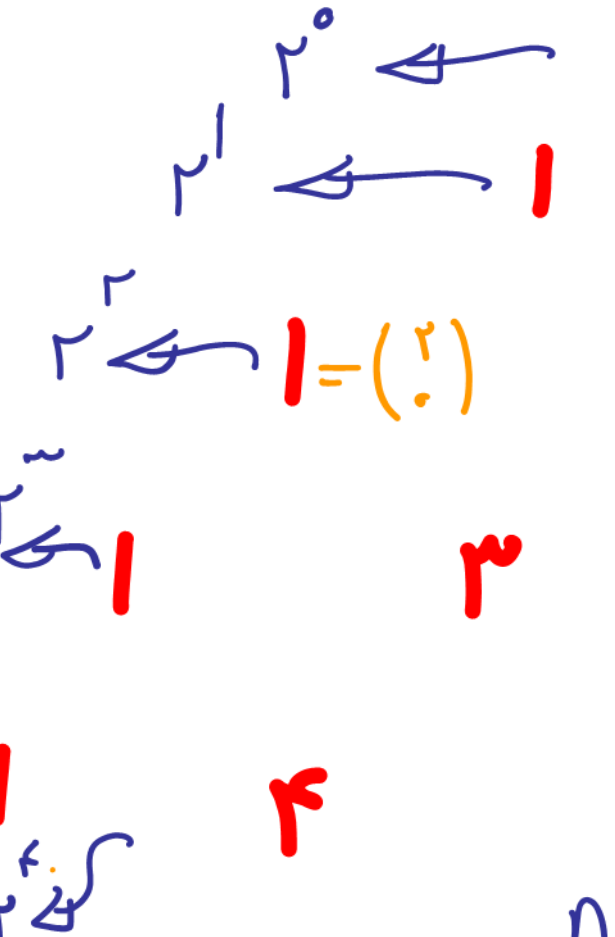
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n}b^n$$

مجموع ضرایب = 2^n



$a, a+d, a+2d, \dots$

نکات دنباله عددی (حسابی):

* اختلاف مشترک $\leftarrow d = a_n - a_{n-1}$ * مجموع جمله $\leftarrow d = a_m - a_r$

(H) $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$

* جمله عمومی $\leftarrow a_n = a_1 + (n-1)d$
 اختلاف مشترک \leftarrow تعداد جمله = \leftarrow جمله اول \leftarrow جمله آخر (عمومی)

(H) $S_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_n]$

$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$

* رابطه تعداد جمله \leftarrow

$a, b, c \rightarrow b = \frac{a+c}{2}$

* درج دایره عددی \leftarrow

$a_1, 0, 0, 0, \dots, 0, a_n$

$d = \frac{a_n - a_1}{n-1}$ * $d = \frac{a_n - a_1}{n+1}$
 تعداد کل اعداد \leftarrow تعداد جمله \leftarrow



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز

دنباله عددی :

مثال : بین ۳، ۲۳ چهار جمله چنان درج کنید که دنباله عددی (حسابی) تشکیل دهنده

۳، ۷، ۱۱، ۱۵، ۱۹، ۲۳

$$d = \frac{b-a}{n+1} = \frac{23-3}{4+1} = \frac{20}{5} = 4$$

۱، ۱۱، ۱۴، ۱۷، ...

مثال : دنباله بازگشتی دنباله زمر را بنویسید

$$a_1 = 1$$

$$d = a_2 - a_1 = 11 - 1 = 10$$

$$a_1 = 1 \text{ و } a_{n+1} = a_n + 10$$

پویش علمی
ماندگار البرز

استاد عبدوس

مثال‌های کتاب درسی:



$$a_1 = 15$$

$$a_2 = 18$$

$$a_3 = 21$$

$$1740 \times 2 = n \times [27 + 3n]$$

$$1740 = 27n + 3n^2$$

$$3n^2 + 27n - 1740 = 0 \Rightarrow n = ?$$

۳. یک طراح داخلی برای یک سالن سینما در ردیف اول ۱۵ صندلی، در ردیف دوم ۱۸ صندلی و در ردیف سوم ۲۱ صندلی مشخص کرده است. اگر صندلی‌های هر ردیف با همین نظم اضافه شوند، برای داشتن سالنی با ۸۷۰ صندلی باید چند ردیف صندلی داشته باشیم؟

$$d = a_2 - a_1 = 18 - 15 = 3$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$1740 = \frac{n}{2} [2(15) + (n-1)3]$$

$$1740 = \frac{n}{2} [30 + 3n - 3] = \frac{n}{2} [27 + 3n]$$



پویش علمی
ماندگارالبرز



استاد عبدوس

مثال‌های کتاب درسی:

پویش علمی
ماندگار البرز

۶. میان دو عدد a و b ، n عدد را به گونه‌ای قرار می‌دهیم که جملات دنباله از a تا b یک دنباله حسابی تشکیل دهند. ثابت کنید

اختلاف مشترک جملات دنباله از رابطه $d = \frac{b-a}{n+1}$ به دست می‌آید. (توجه داشته باشید که تعداد کل جملات $(n+2)$ جمله است.)

$$a, 0, \dots, 0, b$$

عدد n

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

تعداد جمله \rightarrow

$$b = a + (n+2-1)d$$

$$b = a + (n+1)d$$

$$b - a = (n+1)d$$

$$d = \frac{b-a}{n+1}$$



استاد عبدوس

دنباله مثلثی :



۱, ۳, ۶, ۱۰, ۱۵, ۲۱, ۲۸, ۳۶, ...



* مجموع جبراً دنباله مثلثی

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

۱, ۳, ۶, ۱۰, ...

$a_1 = 1$ و $a_{n+1} = a_n + (n+1)$

* دنباله بازگشتی دنباله مثلثی

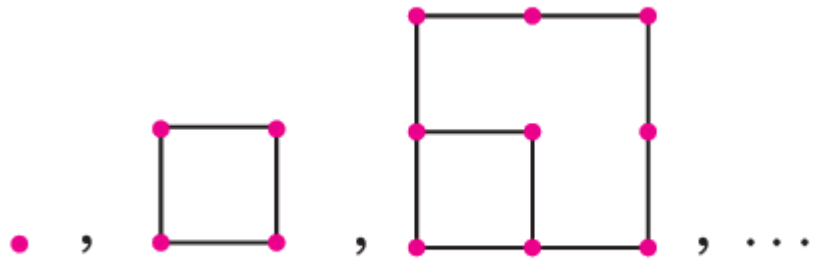
* جمله عمومی دنباله مثلثی

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$n=1 \Rightarrow a_1 = \frac{1 \times 2}{2} = 1$



استاد عبدوس



دنباله مربعی : $1, 4, 9, 16, \dots$

$$a_n = n^2$$

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$1, 4, 9, 16, 25, \dots$

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + (2n+1)$$

$1, 4, 9, 16, 25, \dots$



* جمله عمومی

* مجموع جمله‌ها = دنباله مربعی

* دنباله بازگشتی دنباله مربعی



استاد عبدوس

دنباله فیبوناچی : ۱, ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, ۲۱, ۳۴

اولین عددی که مغرب ۱۷

۵۵, ۸۹, ۱۴۴, ...

بزرگترین عدد دورقمی دنباله فیبوناچی

اولین عدد مربع کامل غیر از یک

*

$$F_1 = 1, F_2 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

* در دنباله فیبوناچی هر چه بزرگتر باشد نسبت تقسیم شود

$$\frac{F_n}{F_{n-1}} \approx 1.618 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

عدد طلایی



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

دنباله بازگشتی :

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + (n+1)$$

* دنباله بازگشتی دنباله مثلثی

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + (2n+1)$$

* دنباله بازگشتی دنباله مربعی

$$a_1 = \text{اول جمله تویف کنیم}, a_{n+1} = a_n + d \rightarrow \text{اخذ نیند}$$

* دنباله بازگشتی دنباله عددی (حسابی)

$$d = a_n - a_{n-1}$$

$$a_1 = \text{اول جمله تویف کنیم}, a_{n+1} = a_n \times r$$

* دنباله بازگشتی دنباله هندسی

$$r = \frac{a_n}{a_{n-1}} \rightarrow \text{نسبت نیند}$$



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:

پویش علمی
ماندگار البرز

۱/۷۵	الف) با توجه به دنباله‌های $a_n = 5^{n-4}$ و $b_n = \frac{6}{2n-1}$ ، حاصل عبارت $9b_5 - a_4$ را به دست آورید. ب) جملات دوم، سوم و چهارم دنباله بازگشتی $a_1 = 1$ ، $a_{n+1} = 2a_n + 1$ را بنویسید.	۱۰
------	---	----

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad n=5 &\Rightarrow b_5 = \frac{6}{2(5)-1} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \\ n=4 &\Rightarrow a_4 = 5^{4-4} = 5^0 = 1 \\ &\Rightarrow 9b_5 - a_4 = 9 \times \frac{2}{3} - 1 \\ &= \frac{18}{3} - 1 = 6 - 1 = 5 \end{aligned}$$

$$\text{ب)} \quad a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$$

$$n=1 \Rightarrow a_2 = 2a_1 + 1 = 2(1) + 1 = 3$$

$$n=2 \Rightarrow a_3 = 2a_2 + 1 = 2(3) + 1 = 7$$

$$n=3 \Rightarrow a_4 = 2a_3 + 1 = 2(7) + 1 = 15$$

$$1, 3, 7, 15, \dots$$



استاد عبدوس

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:

پویش علمی
ماندگار البرز

۱/۲۵	جملة سوم یک دنباله حسابی ۱۴ و جملة دهم آن ۴۹ است. جملة اول و اختلاف مشترک این دنباله را با نوشتن راه حل به دست آورید.	۱۱
------	---	----

$$\begin{aligned}
 a_3 = 14 &\rightarrow a_1 + 2d = 14 \\
 a_{10} = 49 &\rightarrow a_1 + 9d = 49
 \end{aligned}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 -a_1 - 2d = -14 \\
 a_1 + 9d = 49
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 &\underline{+} \\
 &7d = 63 \Rightarrow d = \frac{63}{7} = 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_1 + 2d &= 14 \\
 a_1 + 2(9) &= 14 \\
 a_1 &= 14 - 18 \\
 a_1 &= -4
 \end{aligned}$$



استاد عبدوس

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:

پویش علمی
ماندگارالبرز

استاد عبدوس

۲	<p>در پاسخ به موارد این سوال، نوشتن فرمول الزامی است.</p> <p>الف) در یک دنباله حسابی جمله اول ۴ و اختلاف مشترک آن ۳ است. کدام جمله دنباله برابر ۱۴۸ است؟</p> <p>ب) در یک سالن، در ردیف اول ۱۰ صندلی، ردیف دوم ۱۳ صندلی و ردیف سوم ۱۶ صندلی چیده شده است. اگر صندلی‌های هر ردیف با همین نظم اضافه شوند، آن‌گاه مجموع صندلی‌های چیده شده در ۲۰ ردیف اول را حساب کنید.</p>	۱۲
---	---	----

$$a_1 = 4$$

$$d = 3$$

$$a_n = 148$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$148 = 4 + (n-1)3$$

$$148 - 4 = 3n - 3$$

$$144 + 3 = 3n$$

$$147 = 3n$$

$$n = \frac{147}{3} = 49$$

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:

پویش علمی
ماندگار البرز

استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز

۱/۷۵

دنباله عددی (حسابی)

دنباله ... و ۹ و ۶ و ۳ را در نظر بگیرید.

۱۱

الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.

ب) ضابطه تابعی دنباله را به دست آورید. (راه حل به طور کامل نوشته شود).

(الف)

$$a_1 = 3$$

$$\Rightarrow a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + d$$

$$d = a_2 - a_1 = 6 - 3 = 3$$

$$a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 3$$

$$ب) a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = 3 + (n-1)3 \Rightarrow a_n = 3n \Rightarrow y = 3x$$

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:

پویش علمی
ماندگار البرز

۱۲

مجموع ۲۰ جمله اول دنباله زیر را با استفاده از فرمول به دست آورید.

۱/۲۵

... و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۱

$$a_1 = 1, a_2 = 4$$

$$d = a_2 - a_1 = 4 - 1 = 3$$

$$n = 20$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2(1) + (20-1)3]$$

$$S_{20} = 10 \cdot [2 + 57] = 10 \cdot 59 = 590$$



استاد عبدوس

$$a, a \times r, a \times r^2, \dots$$

فصل ۳

نکات و رابطه‌های دنباله هندسی:



پویش علمی
ماندگار البرز

* نسبت متوالی $\leftarrow r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$

$$a_4 = a_1 \times r^3, a_{19} = a_1 \times r^{18}$$

* جمله عمومی $\leftarrow a_n = a_1 \times r^{n-1}$



استاد عبدوس

$$a, b, c \Rightarrow b^2 = a \times c$$

$$b = \pm \sqrt{ac}$$

* درج واسطه هندسی

n تاراج $a_1, 0, 0, \dots, 0, a_n \Rightarrow r = \pm \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$

* اگر $n-1$ زوج باشد \pm خواهد

فصل ۳

$$\textcircled{I} \Rightarrow S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, \quad r \neq 1$$

$$\textcircled{II} \Rightarrow S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}, \quad r \neq 1$$

۳, ۶, ۱۲, ...

$$a_1 = 3, \quad a_r = 6, \quad r = \frac{a_r}{a_1} = \frac{6}{3} = 2$$

دنباله هندسی

$$a_1 = 3, \quad r = 2, \quad n = 6, \quad S_6 = ?$$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_6 = \frac{3(1-2^6)}{1-2} = \frac{3(1-64)}{-1} = \frac{3(-63)}{-1} = 189$$

نکات و رابطه‌های دنباله هندسی:

* مجموع جبراً دنباله هندسی

مثال: مجموع ۶ جمله از دنباله زیر را بدین آدرین



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

مثال‌های کتاب درسی:

$$\frac{1}{1} \times \frac{2}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{1}{1}$$

۱. جدول زیر را کامل کنید.



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

جمله اول	نسبت مشترک	پنج جمله اول	ضابطه بازگشتی	جمله عمومی دنباله
$a_1 = 1$	$r = \frac{1}{3}$	$1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}$	$a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n$ $a_1 = 1$	$a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$
هندسی $a_1 = \frac{1}{81}$	$r = \frac{2}{2}$	$\frac{1}{81}, \frac{1}{54}, \frac{1}{36}, \dots$	$a_1 = \frac{1}{81}, a_{n+1} = a_n \times \frac{2}{2}$	$a_n = a_1 \times r^{n-1} = \frac{1}{81} \left(\frac{2}{2}\right)^{n-1}$
هندسی $a_1 = 4$	$r = -\frac{1}{2}$	$4, -2, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$	$a_{n+1} = \left(-\frac{1}{2}\right) a_n$ $a_1 = 4$	$a_n = a_1 \times r^{n-1}$ $a_n = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
$a_1 = 1$	$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{5}$	$1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{1}{625}$	$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n \times \frac{1}{5}$	$a_n = 1 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$
$a_1 = 1 \dots$	$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{25}{1 \dots} = \frac{1}{4}$	$1, \frac{25}{4}, \frac{25}{16}, \dots$	$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n \times \frac{1}{4}$	$a_n = 1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

مثال‌های کتاب درسی:

پویش علمی
ماندگار البرز

استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز

۶. جمله سوم یک دنباله هندسی ۲۷ و جمله پنجم همین دنباله ۲۴۳ است. جمله هفتم این دنباله هندسی را به دست آورید.

$$\begin{aligned} a_3 = 27 &\leadsto a_1 r^2 = 27 \\ a_5 = 243 &\leadsto a_1 r^4 = 243 \end{aligned} \Rightarrow \frac{a_1 r^4}{a_1 r^2} = \frac{243}{27} \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = \pm 3$$

$$a_1 r^2 = 27 \Rightarrow a_1 \times (\pm 3)^2 = 27 \Rightarrow a_1 = \frac{27}{9} = 3$$

$$a_7 = a_1 \times r^6 = 3 \times (\pm 3)^6 = 3^7$$

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

مثال‌های کتاب درسی:

۱۱. نخستین جمله یک دنباله هندسی ۱۵۳۶ و نسبت مشترک این دنباله هندسی $\frac{1}{2}$ است. کدام جمله دنباله برابر ۶ است؟ مجموع جملات این دنباله از ۱۵۳۶ تا عدد ۶ را به دست آورید. $n-1$

$$a_1 = 1536$$

$$r = \frac{1}{2}$$

$$a_n = 6$$

$$a_n = a_1 \times r$$

$$6 = 1536 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{6}{1536} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{256} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow 1 = n-1 \Rightarrow n = 1+1 = 2$$



پویش علمی
ماندگارالبرز



استاد عبدوس

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:



پوشش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

پوشش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز

۲	<p>دنباله هندسی ... ۳، ۶، ۱۲، ... را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) جمله عمومی این دنباله را بنویسید.</p> <p>ب) حاصل عبارت $\frac{a_{10}}{a_7}$ را به دست آورید.</p> <p>پ) مجموع شش جمله اول (S_6) این دنباله را با استفاده از فرمول حساب کنید.</p>	۱۳
---	--	----

$$a_1 = 3$$

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{3} = 2$$

الف) $a_n = a_1 \times r^{n-1} = 3 \times 2^{n-1}$

ب) $\frac{a_{10}}{a_7} = \frac{a_1 \times r^9}{a_1 \times r^6} = r^3 = 2^3 = 8$

$n=6$
 $a_1=3$
 $r=2$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_6 = \frac{3(1-2^6)}{1-2} = \frac{3(1-64)}{-1}$$

$$S_6 = 3(+63) = 189$$

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز

۱	جمله سوم یک دنباله هندسی ۸ و جمله پنجم آن ۳۲ است. جمله نهم این دنباله چند است؟ (نوشتن راه حل الزامی است).	۱۴
---	---	----

$$\begin{aligned}
 a_3 = 8 &\rightarrow a_1 r^2 = 8 \\
 a_5 = 32 &\rightarrow a_1 r^4 = 32 \\
 \frac{a_1 r^4}{a_1 r^2} &= \frac{32}{8} \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r = \pm 2
 \end{aligned}$$

$$a_1 r^2 = 8 \Rightarrow a_1 (\pm 2)^2 = 8 \Rightarrow a_1 = \frac{8}{4} = 2$$

$$a_9 = a_1 r^8 = 2 (\pm 2)^8 = 2 \times 2^8 = 2^9 = 512$$

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز

۱	۱۵	جملات یک دنباله هندسی به صورت ... و ۳ و ۱ و $\frac{1}{3}$ است. جمله عمومی دنباله را بنویسید.
---	----	--

$$\frac{1}{3}, 1, 3, \dots$$

$$a_1 = \frac{1}{3}$$

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

$$a_n = \frac{1}{3} \times (3)^{n-1}$$

$$= \frac{3^{n-1}}{3} = 3^{n-1-1} = 3^{n-2}$$

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ بار}}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$a^n \neq (a^n)^m$$

$$\sqrt[r]{a^r} = |a| \quad \sqrt{x^2} = |x|$$

$$\sqrt[m \times n]{a^n} = \sqrt[m]{a}$$

$$\star \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[2]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{1}{4}}$$

ریشه n ام و توان گویا:

*** قوانین توان** ←



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

ریشه n ام و توان گویا:

اگر $n \geq 2$ یک عدد طبیعی باشد، b را یک ریشه n ام عدد a می‌نامیم، هرگاه: $b^n = a$.
همچنین $\sqrt[n]{a}$ ، وقتی n زوج است، ریشه n ام مثبت عدد a است.

$$\sqrt[n]{a} = b \iff b^n = a$$

در حالت کلی‌تر، درباره ریشه‌های n ام ($n \in \mathbb{N}$) عددی مانند a می‌توان گفت:

$a \geq 0$	n زوج باشد	ریشه n ام $a = \sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a}$
	n فرد باشد	ریشه n ام $a = \sqrt[n]{a}$
$a < 0$	n زوج باشد	ریشه ندارد
	n فرد باشد	ریشه n ام $a = \sqrt[n]{a}$

$$\sqrt[4]{16} = 2, -2$$

$$\sqrt[5]{32} = 2$$

$$\sqrt[3]{-27} = -3$$



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

مثال های کتاب درسی: $r = \left(\frac{3 \left(\frac{32\pi}{3} \right)^{\frac{1}{3}}}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{32}{4} \right)^{\frac{1}{3}} = (8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$ (ب)

۴. همان طور که می‌دانید، حجم کره‌ای به شعاع r با استفاده از فرمول $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (حجم کره) به دست می‌آید.

الف) توضیح دهید که چگونه می‌توان با استفاده از مفهوم ریشه‌گیری و توان‌های گویا، شعاع کره‌ای به حجم V را از فرمول زیر به دست آورد.

$$r = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}}$$

ب) شعاع این تانکر کره‌ای شکل را که حجم آن $\frac{32\pi}{3}$ است، به دست آورید.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\times 3 \rightarrow 3V = 4\pi r^3$$

$$\div 4\pi \rightarrow \frac{3V}{4\pi} = r^3 \xrightarrow{\sqrt[3]{\quad}} r$$



$$\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = r$$

$$\sqrt[3]{\frac{3 \left(\frac{32\pi}{3} \right)^{\frac{1}{3}}}{4\pi}} = r$$



مثال‌های کتاب درسی:

۵. اگر D قطر جعبه‌ی زیر باشد، اندازه آن از طریق تابع $D = (L^2 + W^2 + H^2)^{\frac{1}{2}}$ (طول L ، عرض W و ارتفاع جعبه) به دست می‌آید.

$$\text{الف) } D = (12^2 + 4^2 + 3^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$D = (144 + 16 + 9)^{\frac{1}{2}}$$

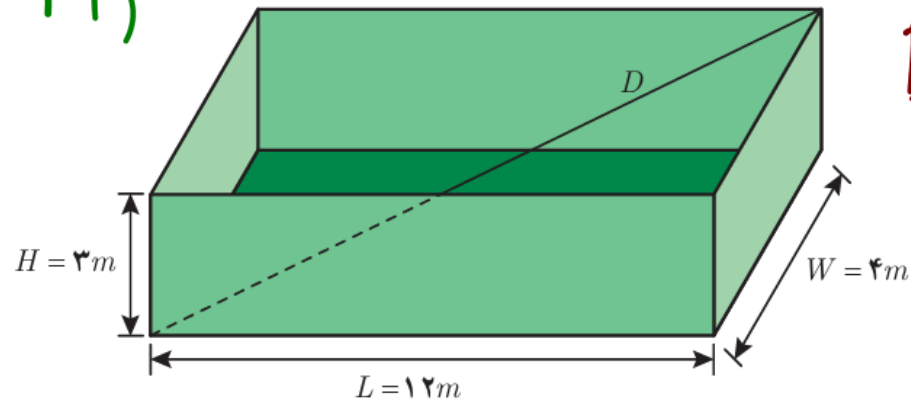
$$D = (169)^{\frac{1}{2}}$$

$$D = (13^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$D = 13$$

الف) با توجه به شکل، اندازه D را به دست آورید.

ب) اگر اندازه $L=W=H=1\text{ m}$ باشد، اندازه D را به دست آورید.



$$D = (1^2 + 1^2 + 1^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$D = (3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$



پوشش علمی
ماندگار البرز



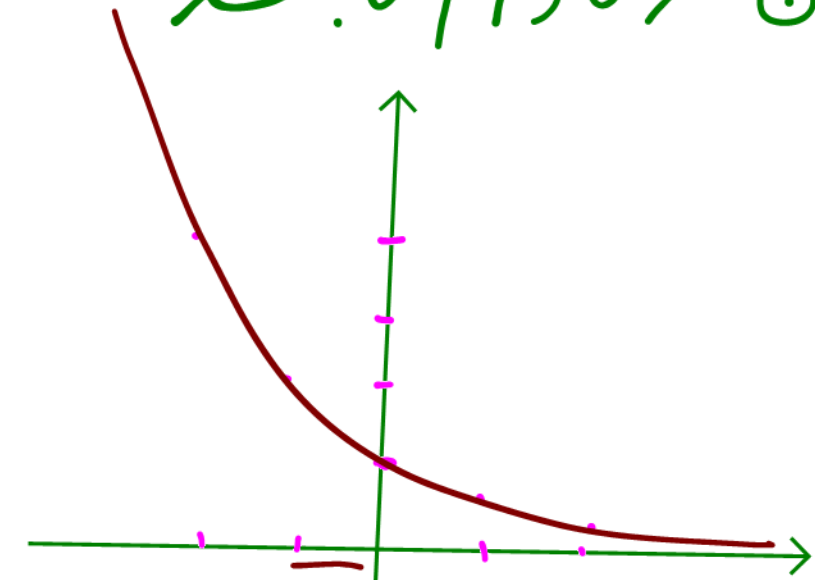
استاد عبدوس

تابع نمایی: تابعی به فرم $y = a^x$ که در آن $a > 0$ و $a \neq 1$ باشد

۱- اگر $0 < a < 1$ باشد

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$



- * تابع نمایی اگر $0 < a < 1$ باشد کاهش می‌یابد
- * نمودار محور y را دارد و $|A|$ تابع زوج است
- * هرچه x متناهی‌تر شود y کاهش می‌یابد

* هرچه x کاهش یابد y افزایش پیدا می‌کند



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

تابع نمایی:

$$y = 2^x$$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

۲- اگر $a > 1$ باشد

* نمودار تابع نمایی اگر $a > 1$ باشد افزایشی است.

* نمودار محور y ها را در نقطه $A(0, 1)$ قطع می‌کند.

* هر چه مقدار x افزایش یابد مقدار y نیز افزایش می‌دهد.

* هر چه مقدار x کاهش یابد مقدار y نیز کاهش می‌دهد.

$$y = a^x$$

$a > 1$



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

$$f(t) = c(1+r)^t$$

مدت زمان رشد بر حسب سال \rightarrow

نرخ = نرخ رشد \rightarrow

مقدار اولیه \rightarrow

مقدار اولیه \rightarrow

معادله کلی رشد نمایی:



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

$$f(t) = c(1-r)^t$$

→ **میت‌زین بر حسب**
 ↘ **نرخ کاهش**
 ↙ **مقدار اول**
 ↓ **مقدار ثانویه**

معادله کلی زوال نمایی:



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

مثال‌های کتاب درسی:

پویش علمی
ماندگار البرز

مثال: جمعیت کشوری، در سال ۲۰۰۰ میلادی حدود چهل میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ یک درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن در سال ۲۰۱۸ میلادی چند نفر خواهد بود؟

$$C = 40,000,000$$

$$r = 1\% = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$t = 18$$

$$P(t) = C(1-r)^t$$

$$P(t) = 40,000,000(1-0.01)^{18}$$

$$= 40,000,000(0.99)^{18} =$$



استاد عبدوس

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:

پویش علمی
ماندگار البرز

۱۷

جمعیت یک روستا ۴۰۰۰ نفر است. اگر جمعیت این روستا به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۱۰ درصد در سال افزایش یابد، آن‌گاه جمعیت این روستا بعد از ۲ سال چند نفر خواهد شد؟

$$C = 4000$$

$$r = 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$t = 2$$

$$F(t) = C(1+r)^t$$

$$F(t) = 4000(1+0.1)^2$$

$$F(t) = 4000(1.1)^2$$

$$= 4000 \times (1.1)^2 = 4840$$



استاد عبدوس

مثال امتحان نهایی ۱۴۰۴:

پویش علمی
ماندگارالبرز

استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگارالبرز

۱	<p>علی مبلغ ۱۰ میلیون تومان را در یک بانک سپرده‌گذاری کرده است. سود پرداختی بانک به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۲۰ درصد در سال است. حساب کنید که پس از دو سال، چه مبلغی به سرمایه علی اضافه می‌شود؟</p>	۱۹
---	---	----



پویش علمی
ماندگارالبرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگارالبرز



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز



پویش علمی
ماندگارالبرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگارالبرز



پویش علمی
ماندگارالبرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگارالبرز



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز



پویش علمی
ماندگارالبرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگارالبرز



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز



پویش علمی
ماندگارالبرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگارالبرز



پویش علمی
ماندگارالبرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگارالبرز



پویش علمی
ماندگارالبرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگارالبرز



پویش علمی
ماندگار البرز



استاد عبدوس

پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز

موفق و سر بلند باشید