



فصل اول: آمار استنباطی

درس اول: گردآوری داده‌ها

(۱) در هر مورد، مناسب‌ترین روش نمونه‌گیری را بنویسید.

الف) می‌خواهیم میانگین نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک شهر را محاسبه کنیم. فهرست همه دانش‌آموزان را نداریم اما فهرست مدارس موجود است. *خوشه‌ای*

ب) مدیر یک مدرسه می‌خواهد نظرات دانش‌آموزان را برای تغییر ساعت تعطیلی مدرسه بداند. مدرسه شش پایه دارد و حدس می‌زنیم که نظر شش پایه با هم متفاوت است. *طبقه‌ای (که طبقه‌ها همان پایه‌ها هستند)*

پ) یک شرکت وارد کننده خودرو می‌خواهد ده درصد از خودروهایی که به مرور زمان وارد کشور می‌شود را بازرسی کند. *سامانه‌ای*

ت) می‌خواهیم متوسط درآمد مردان و متوسط درآمد زنان یک شرکت را بررسی کنیم. *طبقه‌ای (که طبقه اول مردان و طبقه دوم زنان هستند)*

و طبقه دوم، زنان هستند

*تصادفی ساده
خوشه‌ای
طبقه‌ای
سامانه‌ای*



۲) جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.

الف) نمونه‌گیری سامانمند، نوعی نمونه‌گیری **طبقه‌ای** است.

ب) در نمونه‌گیری **طبقه‌ای** ممکن است احتمال انتخاب هر واحد آماری با یکدیگر یکسان نباشد.

پ) سریع‌ترین روش‌های نمونه‌گیری، **خوشه‌ای** و **ساده** هستند.

ت) در نمونه‌گیری‌های **تصادفی ساده** و **طبقه‌ای** زمان و هزینه زیادی صرف می‌شود.

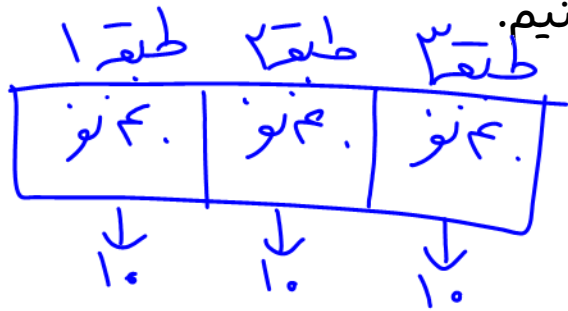
ث) در نمونه‌گیری خوشه‌ای، معمولاً خوشه‌ها نسبت به یکدیگر **متساوی** و اعضای هر خوشه نسبت به یکدیگر **متفاوت** هستند.

ج) در نمونه‌گیری طبقه‌ای، معمولاً طبقه‌ها نسبت به یکدیگر **متساوی** و اعضای هر طبقه نسبت به یکدیگر **متساوی** هستند.

زن‌ها	مرد‌ها
۱۷	۲۰
↓	↓
۷	۱۰
$\frac{7}{17}$	$\frac{10}{20}$

۳) جامعه‌ای از $N = 120$ عضو تشکیل شده است و می‌خواهیم نمونه‌ای به اندازه $n = 30$ از آن انتخاب کنیم. در هر یک از حالت‌های زیر، نوع روش نمونه‌گیری را مشخص کنید و سپس احتمال انتخاب هر عضو جامعه را مشخص کنید.

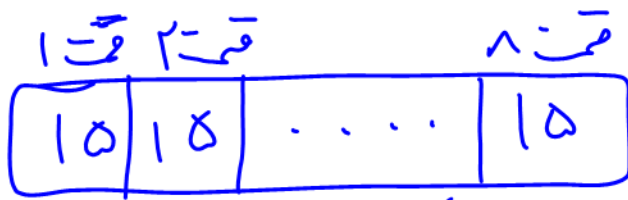
الف) جامعه به سه قسمت مساوی تقسیم شده و از هر قسمت، نمونه‌ای تصادفی به اندازه ۱۰ انتخاب می‌کنیم.



احتمال: $P = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

نوع نمونه‌گیری: طبقه‌ای

ب) جامعه به هشت قسمت مساوی تقسیم می‌شود و دو قسمت را به شکل تصادفی انتخاب می‌کنیم.



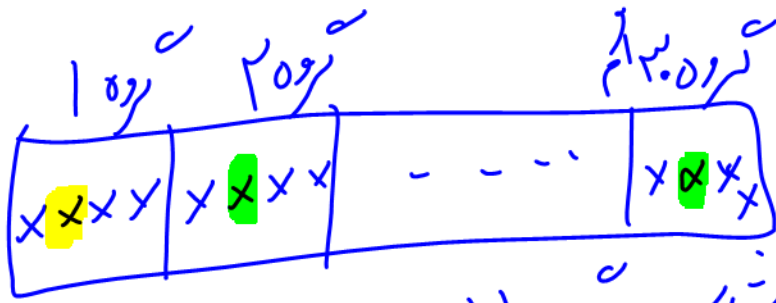
$\frac{120}{8} = 15$

احتمال: $P = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

نوع نمونه‌گیری: خوشه‌ای



پ) جامعه را به ۳۰ گروه مساوی تقسیم می‌کنیم. از گروه اول یک عضو به شکل تصادفی انتخاب کرده و از گروه‌های دیگر، شماره یکسان با گروه اول را برمی‌گزینیم.



احتمال: $P = \frac{1}{30}$ (احتمال انتخاب از گروه اول)

نوع نمونه‌گیری: سامانه



۴) در شهری جمعیت کلاس‌های پایه یازدهم به شکل زیر است.

الف) نسبت کلاس‌های ۳۰ نفره در این شهر چقدر است؟

ب) اگر نسبت کلاس‌های ۳۰ نفره را با انتخاب تعداد زیادی دانش‌آموز یازدهم از این شهر انجام دهیم و از آن‌ها بپرسیم کلاس شما چند نفره است، جواب به دست آمده تقریباً چقدر است؟

تعداد دانش‌آموزان کلاس یازدهم	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
تعداد کلاس‌های پایه یازدهم	۵	۶	۳	۷

$$\text{الف)} \quad \frac{7}{5+6+3+7} = \left(\frac{7}{21} \right) = \frac{1}{3}$$

$$\text{ب)} \quad \frac{7 \times 30}{\underbrace{5 \times 27}_{128} + \underbrace{6 \times 28}_{168} + \underbrace{3 \times 29}_{87} + \underbrace{7 \times 30}_{210}} = \frac{210}{583} = \frac{21}{58} = \left(\frac{7}{20} \right)$$

۲۵۵

درس دوم: برآورد

(۵) از اعداد ۰ تا N ، هشت عدد زیر به شکل تصادفی انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه‌ای N به کمک میانگین را به دست آورید.

۸، ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۰، ۱۲، ۹



پویش علمی
ماندگار البرز



$$\text{جامه آماری: } N \text{ تا } 0 = \{0, 1, 2, \dots, N\} \xrightarrow{\text{میانگین}} \mu = \frac{0+1+\dots+N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2}$$

$$\text{گفته آماری: } \{1, 2, 3, 5, 7, 10, 12, 9\} \xrightarrow{\text{میانگین}} \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{59}{8} = 7.375$$

$$\mu = \bar{x} \rightarrow \frac{N}{2} = 7.375 \rightarrow N = 14.75 \approx 15$$



۶ داده‌های مربوط به مطالعه یک جامعه هفت عضو به صورت روبه‌رو است: ۳, ۱, ۴, ۰, ۲, ۶, ۵, ۷, ۸

الف) تمام نمونه‌های دو عضوی از جامعه را بنویسید که میانگین آن‌ها ۴ باشد. ۹ عضو $\{۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸\}$: جامعه
ب) احتمال آن که یک نمونه دو عضوی که به تصادف انتخاب شده است، دارای میانگین ۴ باشد، را به دست آورید.

الف) $\{۰, ۱\}, \{۱, ۲\}, \{۲, ۳\}, \{۳, ۴\}, \{۴, ۵\}, \{۵, ۶\}, \{۶, ۷\}, \{۷, ۸\}, \{۰, ۸\}$

$$P = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

نمونه $\{۰, ۸\}$ میانگین ۴

$$\text{تعداد کل} = \binom{9}{2} = \frac{9 \times 1}{2} = 36$$

ب) نمونه‌ها را فهرست کنید

۷) اگر $\sigma = 4/2$ انحراف معیار نمره‌های دانش‌آموزان یک مدرسه باشد و بخواهیم انحراف معیار میانگین نمره‌های نمونه انتخاب شده، $0/6$ باشد، تعداد اعضای نمونه چقدر باید باشد؟

$$\sigma = 4/2$$

$$\sigma_{\bar{x}} = 0/6$$

$$n = ?$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0/6 = \frac{4/2}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{4/2}{0/6} = \sqrt{\quad} \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$n = \sqrt{\quad}^2 = 49$$



۸) انحراف معیار طول عمر محصولات یک کارخانه ۲ سال است. اگر طول عمر یک نمونه ۴ عضوی از این محصولات به صورت زیر داده شده باشد، بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین طول عمر محصولات جامعه را بیابید.

$$n = 4 \text{ نفر} \rightarrow \{3, 10, 6, 5\} \text{ : نمونه}$$

$$\sigma = 2$$

$$\bar{x} = \frac{3 + 10 + 6 + 5}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

$$\text{بازه اطمینان } 95\% = \left[\bar{x} - \frac{t_{\alpha}}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{t_{\alpha}}{\sqrt{n}} \right] = \left[6 - \frac{2 \times 2}{2}, 6 + \frac{2 \times 2}{2} \right] = [4, 8]$$



پویش علمی
ماندگار البرز



۹) در یک دانشگاه، میانگین سن یک نمونه تصادفی ۲۵ نفره از دانشجویان برابر ۲۲ سال است. اگر در بررسی‌های گذشته، انحراف معیار سن دانشجویان این دانشگاه برابر ۲ سال باشد،
 الف) بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین سن جامعه دانشجویان این دانشگاه را محاسبه کنید.
 ب) طول بازه اطمینان ۹۵ درصد را به دست آورید.



پویش علمی
ماندگار البرز



پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگار البرز

$$n = 25$$

$$\bar{x} = 22$$

$$\sigma = 2$$

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad \left[\bar{x} - \frac{25}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{25}{\sqrt{n}} \right] &= \left[22 - \frac{2 \times 2}{5}, 22 + \frac{2 \times 2}{5} \right] = \\ &= [21.2, 22.8] \end{aligned}$$

$$\text{ب)} \quad \frac{25}{\sqrt{n}} = \frac{25}{5} = \frac{2 \times 2}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$$