



انرژی جنبشی (K):

انرژی که اجسام صرفاً به علت حرکتشان دارند، انرژی جنبشی نامیده می شود.

انرژی جنبشی هر جسم با ... و ... آن نسبت مستقیم دارد و با رابطه زیر بیان می شود:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$\leftarrow$ $\frac{m}{s}$
 $\leftarrow$ Kg
 $\leftarrow$ v^2

در این رابطه m (جرم) بر حسب کیلوگرم (kg) و v (تندی) بر حسب متر بر ثانیه ($\frac{m}{s}$) و K (انرژی جنبشی) بر حسب ژول در نظر گرفته می شود.

به دلیل اینکه هر جسم متحرک دارای انرژی جنبشی است در صورت برخورد به جسم دیگر می تواند کار انجام بدهد مانند برخورد چکش به میخ و ...

مثال: توبی به جرم 0.5 kg با سرعت $8 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است انرژی جنبشی توبی را محاسبه کنید.

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 8^2 = \frac{1}{2} \times 64 = 32$$

مثال: چکشی در اثر برخورد با یک میخ 200 انرژی به میخ منتقل می کند. اگر جرم چکش 1 kg باشد، سرعت برخورد چکش با میخ چقدر است؟

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 200 = \frac{1}{2} \times 1 \times v^2$$

$$v^2 = 200 \times 2 = 400 \Rightarrow v = \sqrt{400} \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$



سرعت متوسط: به مقدار جابه جایی جمع بر حسب زمان، سرعت متوسط گویند و از فرمول زیر بدست می آید.

$$\text{سرعت} = \frac{\text{جابه جایی}}{\text{زمان}} \Rightarrow V = \frac{x}{t}$$

نکته: واحد سرعت معمولاً یا متر بر ثانیه است یا کیلومتر بر ساعت برای اینکه واحد سرعت $\frac{m}{s}$ باشد، در فرمول بالا واحد جابه جایی را متر و واحد زمان را ثانیه قرار می دهیم و برای اینکه واحد سرعت $\frac{km}{h}$ باشد، باید جابه جایی را بر حسب کیلومتر و زمان را بر حسب ساعت (h) در فرمول قرار داد.

$$\frac{km}{h} \xrightarrow{\div 3.6} \frac{m}{s} \quad \frac{m}{s} \xrightarrow{\times 3.6} \frac{km}{h}$$

$$\begin{aligned} 18 \frac{km}{h} &\rightarrow 5 \frac{m}{s} & 72 \frac{km}{h} &\rightarrow 20 \frac{m}{s} \\ 36 \frac{km}{h} &\rightarrow 10 \frac{m}{s} & 90 \frac{km}{h} &\rightarrow 25 \frac{m}{s} \\ 54 \frac{km}{h} &\rightarrow 15 \frac{m}{s} & 108 \frac{km}{h} &\rightarrow 30 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

مثال: اتومبیلی به جرم ۲ تن مسافت ۱۴۴ کیلومتر را با تندی ثابت در مدت ۲ ساعت می پیماید.

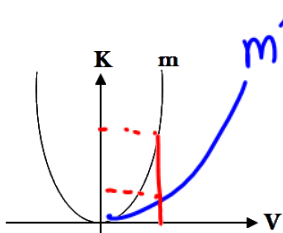
$$1 \text{ ton} = 1000 \text{ kg} \quad v = \frac{144}{2} = 72 \frac{km}{h} = 72 \div 3.6 = 20 \frac{m}{s}$$

الف) تندی اتومبیل چقدر است؟

ب) انرژی جنبشی اتومبیل چقدر است؟

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 2000 \times 20^2 = 1000 \times 400 = 400000 \text{ J}$$

نکته: نمودار انرژی جنبشی بر حسب سرعت یک سهمی است که با افزایش جرم سهمی به محور قائم نزدیک می شود.



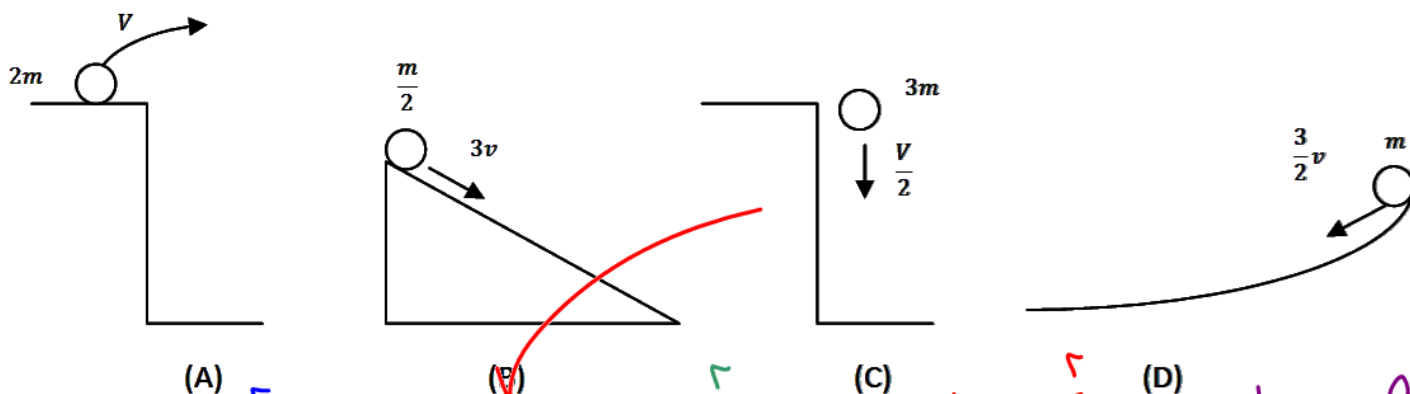
$$m > m'$$

$$y = ax^2 + bx + c$$



نکته: برای یافتن انرژی جنبشی جم فقط جرم و سرعت آن (از نظر اندازه) مهم است و جهت سرعت تأثیری در اندازه انرژی جنبشی ندارد.

مثال: در کدامیک از اشکال زیر انرژی جنبشی جم در لحظه‌ی نشان داده شده در شکل بیشتر است.



$$K_A = \frac{1}{2} \times 2m \times v^2$$

$$K_A = mv^2$$

$$K_B = \frac{1}{2} \times \frac{m}{2} \times (3v)^2$$

$$K_B = \frac{9}{2} mv^2$$

$$K_C = \frac{1}{2} \times 3m \times \left(\frac{v}{2}\right)^2$$

$$K_C = \frac{3}{4} mv^2$$

$$K_D = \frac{1}{2} m \times \left(\frac{3v}{2}\right)^2$$

$$K_D = \frac{9}{4} mv^2$$

مثال: جرم جمعی را ۳ برابر و سرعت آن را نصف می‌کنیم انرژی جنبشی آن چند برابر می‌شود.

$$\left. \begin{array}{l} m_2 = 3m_1 \\ v_2 = \frac{1}{2}v_1 \end{array} \right\} \frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} \times m_2 \times v_2^2}{\frac{1}{2} \times m_1 \times v_1^2} = \frac{3m_1}{m_1} \times \left(\frac{\frac{1}{2}v_1}{v_1}\right)^2 = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

مثال: اگر جرم جم ۲۵٪ کاهش می‌یابد انرژی جنبشی جم چند درصد و چگونه تغییر می‌کند.

$$\left. \begin{array}{l} m_2 = \frac{75}{100} m_1 \\ v_2 = v_1 \end{array} \right\} \frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{75}{100} m_1 \times v_1^2}{\frac{1}{2} m_1 \times v_1^2} = \frac{75}{100} \times \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{75}{50} = \frac{3}{2}$$

$\frac{K_2}{K_1} = \frac{3}{2} \rightarrow$ ۵۰٪ کاهش



مثال: سرعت یک جسم را چند درصد بیشتر کنیم تا انرژی جنبشی آن ۴۴٪ بیشتر شود؟

$$K_2 = 1.44 K_1, \quad \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 1.44 = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 1.2$$

۲٪ افزایش

مثال: اگر تغییرات انرژی جنبشی ۸ برابر انرژی جنبشی اولیه اش باشد، سرعت جسم چند برابر شده است؟

$$K_2 - K_1 = \Delta K = 8K_1$$

$$K_2 - K_1 = 8K_1 \Rightarrow K_2 = 9K_1$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 9 = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 3 \Rightarrow v_2 = 3v_1$$

مثال: انرژی مورد نیاز برای آنکه تندی اتومبیلی را از $10 \frac{m}{s}$ به $20 \frac{m}{s}$ برساند، چند برابر انرژی است که اتومبیل را از حالت سکون به سرعت $10 \frac{m}{s}$ می رساند؟

$$K_1 = \frac{1}{2} m \times 10^2, \quad K_2 = \frac{1}{2} m \times 20^2$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m \times 20^2 - \frac{1}{2} m \times 10^2 = \frac{1}{2} m \times 150$$

$$\frac{\Delta K}{\Delta K'} = \frac{\frac{1}{2} m \times 150}{\frac{1}{2} m \times 100} = 1.5$$

مثال: جرمی به جرم ۰/۵ کیلوگرم تحت نیروی ثابت ۲ نیوتن از حال سکون درمی آید. پس از چند ثانیه انرژی جنبشی جرم به ۲۵ ژول می رسد؟

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 25 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 200 \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

$$F = ma \Rightarrow 2 = 0.5 a \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{10 - 0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2.5 s$$



کلاس: در فرهنگ لغت، کار را چنین تعریف می کنند:

چیزی که زحمت و تلاش صرف آن می شود.

ولی در فیزیک کار را به نحوی بسیار دقیق تر و ظریف تر تعریف می کنند:

(کار عبارت است از حاصلضرب نیرو در جابه جایی)

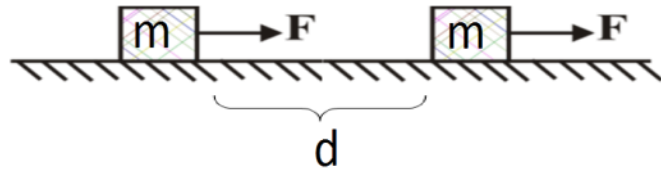
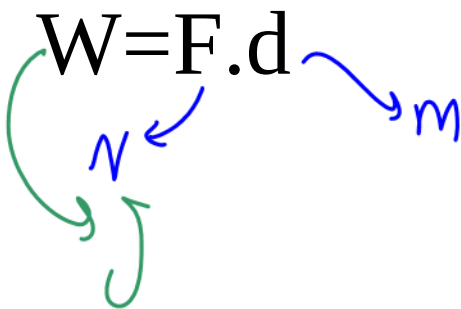
یكای کار در SI ژول است.

کار کمیته نرده ای است و اگر کاری در چند مرحله انجام شده باشد کار کل برابر است با جمع جبری

تک تک کارها.

طبق این تعریف یک ژول نیز برابر است با کاری که نیروی یک نیوتن در جابه جایی یک متر در راستای نیرو انجام می دهد. اگر به جمی نیروی F وارد شود، کار نیروی F از رابطه زیر بدست می آید:

$$W = F \cdot d$$

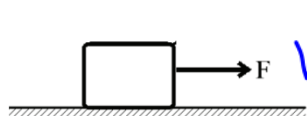


توجه: برای محاسبه کار از مدل سازی استفاده می کنیم و جم را به صورت ذره در نظر می گیریم.

تذکره: برای محاسبه کار، نیروی ثابت باید در جهت جابجایی باشد.



مثال: مطابق شکل جرم به جرم 0.15 kg را با نیروی ثابت $F = 6 \text{ N}$ روی سطح افقی بدون اصطکاک می کشیم.



$$W = Fd = 6 \times 1.5 = 9 \text{ J}$$

(الف) پس از 1.5 متر جابجایی کار انجام شده توسط ما چقدر خواهد بود؟

(ب) شتاب حرکت جرم چقدر است؟

(پ) پس از 20 ثانیه انرژی جنبشی جرم چقدر خواهد شد و جرم این انرژی را از کجا بدست آورده است؟

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 12 = \frac{v - 0}{2} \Rightarrow v = 12 \times 2 = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

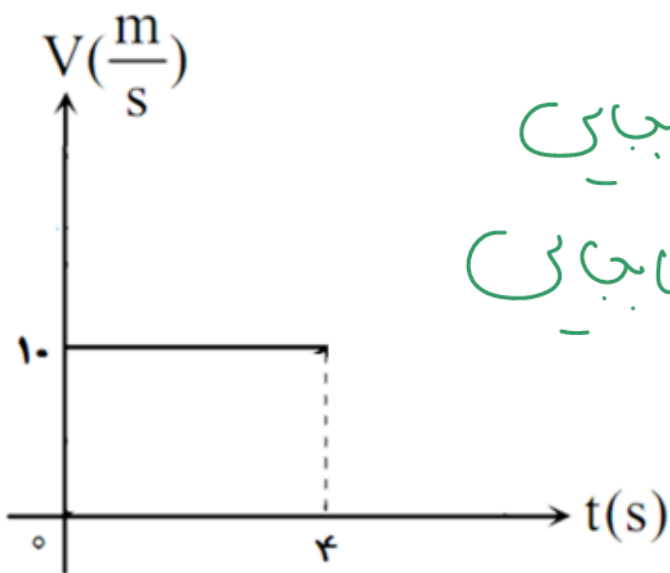
$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (24)^2 = \frac{1}{2} \times 144 \times 12 = 144 \text{ J}$$

مثال: نمودار سرعت زمان جرم که با نیروی ثابت $F = 15 \text{ N}$ در مسیر مستقیم کشیده می شود، مطابق شکل زیر است. کار انجام شده روی جرم تا پایان ثانیه 4 چقدر است؟

زمان $\times$ سرعت = جابجایی

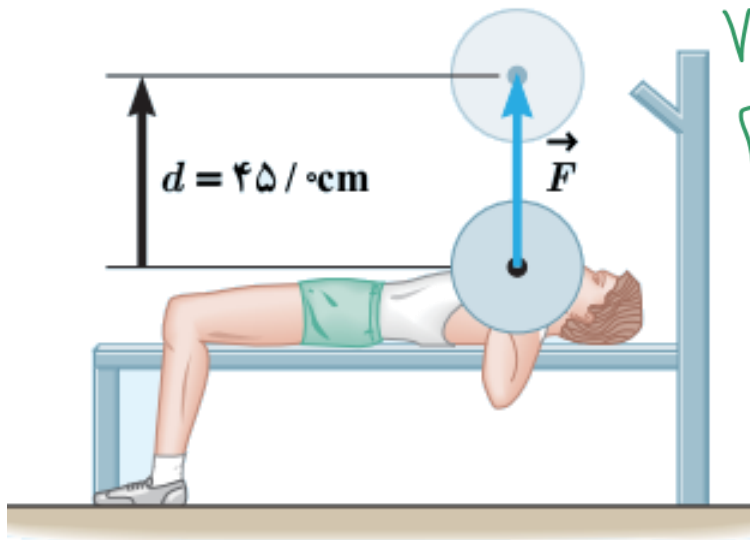
$$\text{جابجایی} = 10 \times 4 = 40 \text{ m}$$

$$W = Fd = 15 \times 40 = 600 \text{ J}$$





مثال: وزنه برداری مطابق شکل وزنه ۴۰ کیلوگرمی را به طور یکنواخت ۴۵ سانتی متر بالا می برد. کار انجام شده توسط شخص چقدر است؟



$$W = mg = 40 \times 10 = 400 \text{ N}$$

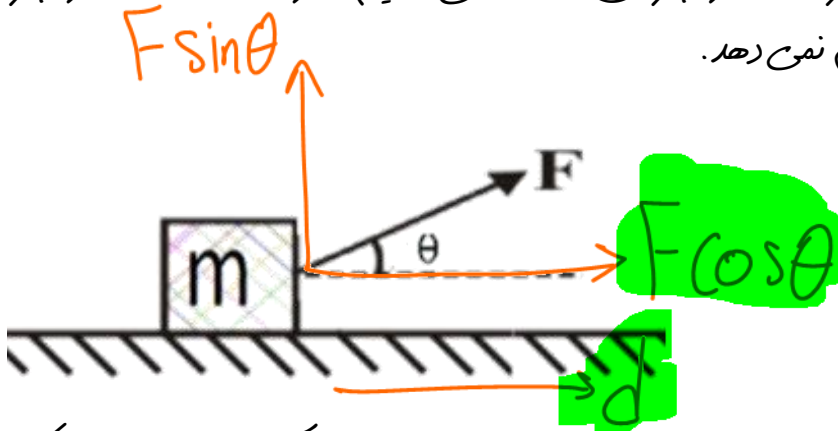
$$F = 400 \text{ N} \quad W = Fd$$

$$d = 45 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$W = 400 \times 45 \times 10^{-2}$$

$$W = 180 \text{ J}$$

توجه: اگر نیروی وارد به جسم با جابجایی زاویه θ باشد، در این حالت نیروی F دارای دو مؤلفه ای عمود بر هم است که یکی موازی با جابجایی و دیگری عمود بر آن است. می دانیم مؤلفه ای که عمود بر جابجایی است $(F \sin \theta)$ کاری روی جسم انجام نمی دهد.



نکته: اگر بین نیروی وارد و راستای حرکت زاویه θ باشد، یعنی نیرو و جابه جایی در یک جهت نباشند کار نیروی F از رابطه زیر بدست می آید:

زاویه بین نیرو و جابجایی

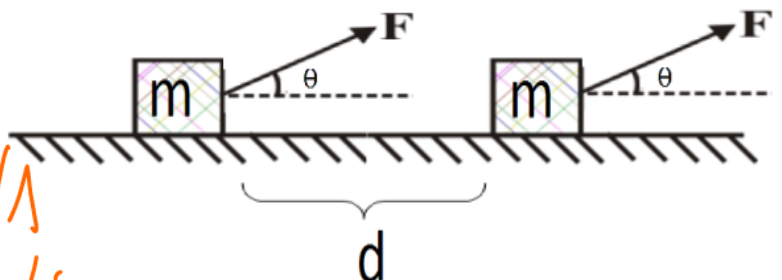
$$W = F \cdot d \cos \theta$$

$$\sin 45^\circ = 1/2$$

$$\cos 45^\circ = 1/2$$

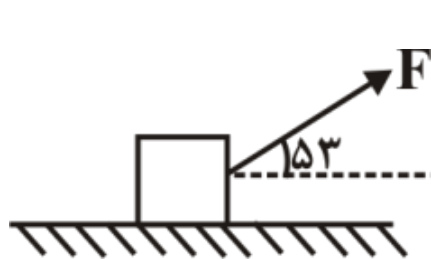
$$\sin 60^\circ = 1/2$$

$$\cos 60^\circ = 1/2$$





مثال: در شکل روبه‌رو نیروی $F = 4\text{ N}$ وزنه m را روی سطح افقی در هر ثانیه ۲ متر جابه‌جا می‌کند. کار این نیرو در مدت ۱۰ ثانیه برابر چند ژول است؟



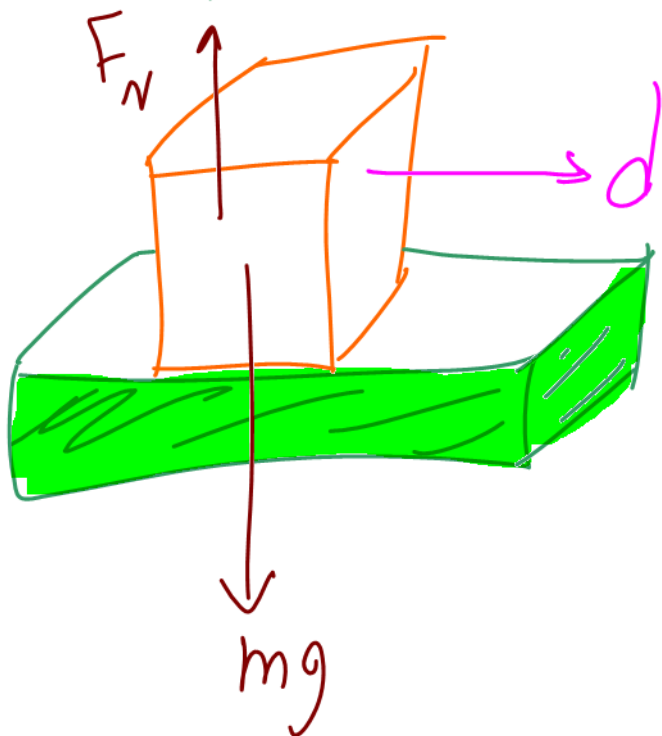
$$d = 2 \times 10 = 20\text{ m}$$

$$W = Fd \cos \theta = 4 \times 20 \times \frac{4}{5} = 64\text{ J}$$

توجه: ممکن است در بعضی موارد نیرو وارد شود مانند شخصی که یک کتاب را در دست خود نگه داشته است ولی چون جابه‌جایی صورت نگرفته است از نظر فیزیکی کاری انجام نشده است.
نکته: بهتر است در حل سؤالات راستای حرکت را افقی در نظر گرفت و راستایی که نیرو با سطح افقی می‌سازد به عنوان زاویه θ در نظر گرفته شود.

مثال: اگر روی دسته‌ی یک ماشین چمن زنی نیروی ۱۰۰ نیوتن در امتدادی که با افق زاویه ۶۰ درجه می‌سازد وارد شود و آن را در سطح افقی ۳ متر تغییر مکان دهد. چند ژول کار انجام می‌شود؟

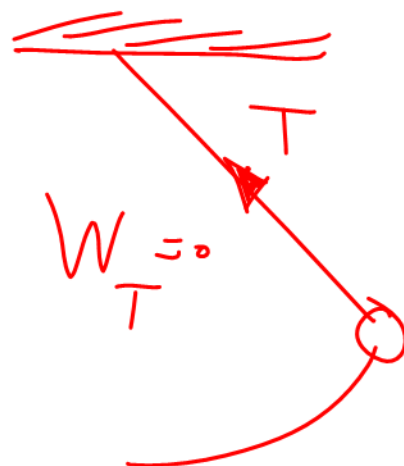
$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad W = Fd \cos \theta = 100 \times 3 \times \frac{1}{2} = 150\text{ J}$$



نکته: نیروهای عمود بر جابه‌جایی، کار انجام نمی‌دهند.

$$W_{F_N} = 0$$

$$W_{mg} = 0$$

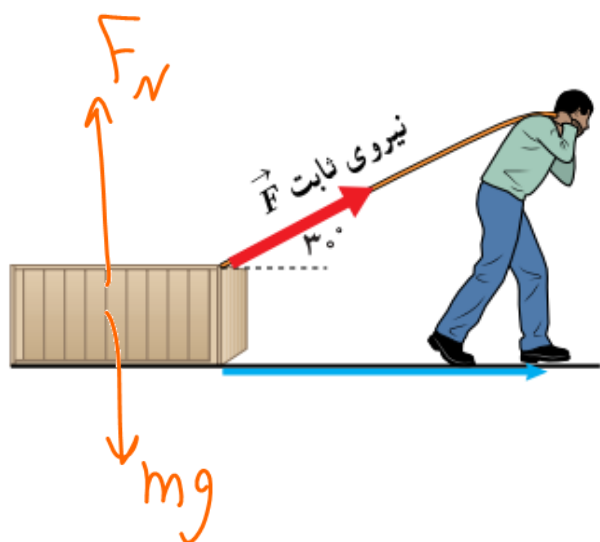




مثال: در شکل زیر شخص جعبه را با نیروی ۲۰ نیوتن روی سطح افقی می کشد.

الف) نیروهایی که بر جسم وارد می شوند را مشخص کنید.

ب) کار هر کدام از این نیروها را پس از ۴ متر جابجایی بدست آورید.



$$W_{mg} = 0 \text{ و } W_{F_N} = 0$$

$$W_F = Fd \cos \theta = 20 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

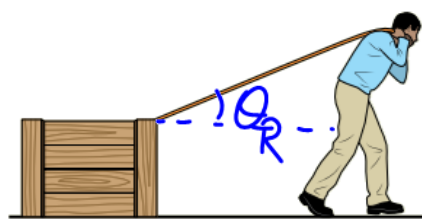
$$W_F = 40\sqrt{3} \text{ J}$$

پرسش: مطابق شکل شخصی جعبه را یک بار با طناب بلند و بار دیگر با طناب کوتاه تر روی سطح بدون اصطکاک، به یک اندازه جابه جا می کند. اگر کار انجام شده توسط شخص در هر دو حالت با هم برابر باشد، در

کدام حالت شخص نیروی بیشتری را وارد کرده است؟



L



R

$$W_L = W_R$$

$$F_L d \cos \theta_L = F_R d \cos \theta_R$$

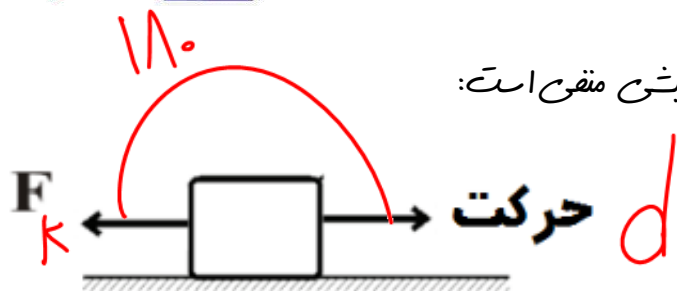
$$\theta_L > \theta_R \Rightarrow \cos \theta_L < \cos \theta_R$$

$$F_L \cos \theta_L = F_R \cos \theta_R$$

$$F_R < F_L$$



نکته: کار نیروهای مخالف جابه جایی مثل نیروی اصطکاک جنبشی منفی است:



مسافت
$$W = F_k d \cos 180^\circ$$
$$W_{f_k} = -f_k d$$

نکته: قدر مطلق کار اصطکاک برابر گرمای تولید شده است.

$$Q_f = |W_{f_k}|$$

مثال: جرمی به جرم ۵۰۰ گرم روی یک سطح افقی بوسیله نیروی افقی F به اندازه ۱۰ متر تغییر مکان می یابد اگر نیروی اصطکاک ۸ نیوتن باشد، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟ گرمای ایجاد شده چند ژول است؟



$$W_{f_k} = -f_k d = -8 \times 10 = -80 \text{ J}$$

$$Q_f = |W_{f_k}| = |-80| = 80 \text{ J}$$

نکته: هنگامیکه چند نیرو به جرمی اثر کنند کار نیروی برآیند در یک جابه جایی معین، جمع جبری کار تک تک نیروها در همان جابه جایی است.

$$W_f = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$$



مثال: نیروی افقی ۲۰ نیوتن جسم را روی سطح افقی به اندازه ۴ متر جابه‌جا می‌کند. اگر نیروی اصطکاک وارد بر جسم ۸ نیوتن باشد، مطلوب است:

$$W_F = Fd \cos \theta = Fd \cos 0$$

$$W_F = 20 \times 4 \times 1 = 80 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = -f_k d = -8 \times 4 = -32 \text{ J}$$

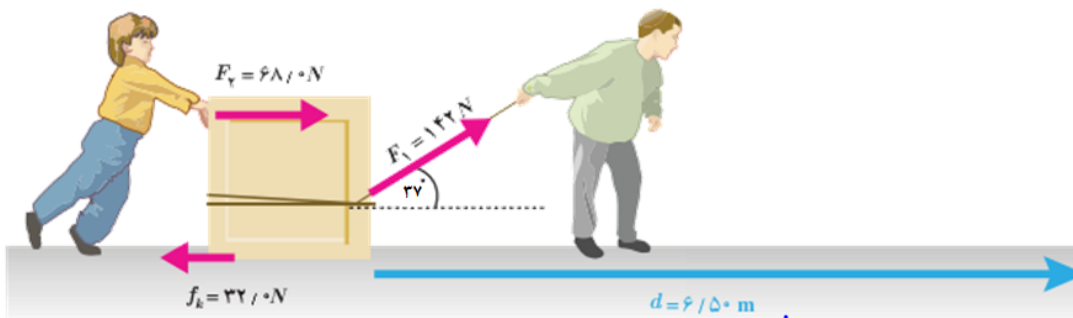
$$W_t = W_F + W_{f_k} = 80 - 32 = 48 \text{ J}$$

الف) کار نیروی F

ب) کار نیروی اصطکاک

ج) کار کل

مثال: شکل زیر پدرو پیری را در حال جابه‌جا کردن یک جعبه‌ی سنگین روی سطحی هموار نشان می‌دهد. نیروی F_1 را پدرو و نیروی F_2 را پیری به جسم وارد می‌کنند و f_k اصطکاک جنبشی است که با حرکت جسم مخالفت می‌کند و در خلاف جهت جابه‌جایی به جعبه وارد می‌شود. کار کل انجام شده روی جسم را محاسبه کنید.



$$W_{F_1} = F_1 d \cos 37 = 142 \times 6 \times 0.8 = 681.12 \text{ J}$$

$$W_{F_2} = F_2 d \cos 0 = 681 \times 6 \times 1 = 4086 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = -f_k d = -32 \times 6 = -192 \text{ J}$$

$$W_t = 972.12 \text{ J}$$



کار نیروی وزن:

کار نیروی وزن فقط و فقط به جابه جایی قائم جم بین آن دو نقطه بستگی دارد و مسیر حرکت در انجام محاسبات نقش ندارد.

$$W = +mgh$$

$$W = -mgh$$

۱- اگر ارتفاع نقطه اثر نیروی وزن به اندازه h کاهش یابد (جم پایین بیاید):

۲- اگر ارتفاع نقطه اثر نیروی وزن به اندازه h افزایش یابد (جم بالا برود):

۳- اگر ارتفاع اثر نیروی جم تغییر نکند (یا حرکت جم روی سطح افقی باشد):

$$W = \text{صفر}$$



$$W = -mgh = -2 \times 10 \times 5 = -100 \text{ J}$$

$$W = +mgh = +100 \text{ J}$$

$$W_t = \text{صفر}$$

مثال: جمی به جرم ۲ کیلوگرم را در راستای قائم به اندازه ۵ متر بالا می‌بریم:

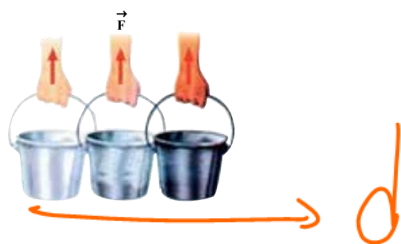
الف) کار نیروی وزن را بدست آورید.

ب) اگر جم از این ارتفاع رها شود و به زمین بیفتد کار نیروی وزن چقدر می‌شود.

ج) کار نیروی وزن در کل مسیر چقدر است.

مثال: شخصی با سرعت ثابت در حال حرکت است و سطل آبی به جرم m را مطابق شکل زیر حمل و به

اندازه d جابجا می‌کند. کار نیروی دست در این جابجایی چقدر است؟



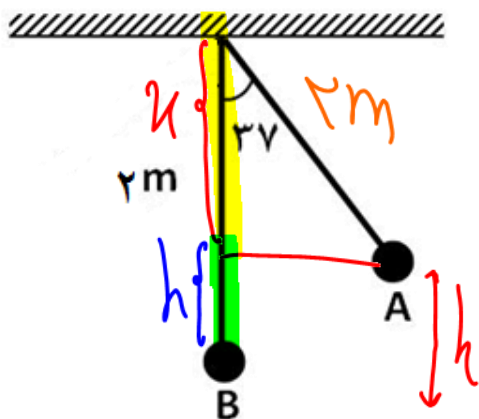
$$W = 0$$

نیروی جابجایی

صفر است.



مثال: کودکی در حال تاب خوردن است. اگر وزن او ۳۰۰ نیوتن باشد کار نیروی وزن او در طی جابه جایی از A به B چقدر طول است.



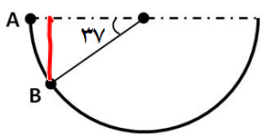
$$x = 2 \times (\cos 37^\circ) = 2 \times 0.8 = 1.6 \text{ m}$$

$$2 = x + h \Rightarrow 2 = 1.6 + h \Rightarrow h = 0.4 \text{ m}$$

$$W = mgh = 300 \times 0.4 = 120 \text{ J}$$

$$r = 30 \text{ cm}$$

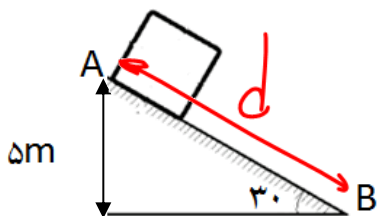
مثال: جسم m به جرم ۱۰۰ گرم درون نیمکره صیقلی به قطر ۶۰ سانتیمتر به پایین می لغزد. کار نیروی وزن جسم در جابه جایی از A به B چقدر طول است؟



$$\sin 37^\circ = \frac{h}{r} = \frac{h}{30} \Rightarrow h = 18 \text{ cm}$$

$$W = +mgh = 0.1 \times 10 \times 0.18 = 0.18 \text{ J}$$

مثال: اگر در سطح شیب دار رویو اندازه نیروی اصطکاک برابر یک دهم وزن جسم باشد و جسم دو کیلوگرمی از نقطه A به ارتفاع ۵ متر به نقطه B برسد، کار نیروی جاذبه زمین روی جسم در این جابه جایی چقدر طول است؟



$$W = mgh = 2 \times 10 \times 5 = 100 \text{ J}$$

$$W_f = -f_k d = -2 \times 10 = -20 \text{ J}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{5}{d} = \frac{1}{2} \Rightarrow d = 10 \text{ m}$$



قضیه کار و انرژی:

اگر بر جسمی چند نیرو اثر کنند کل کار انجام شده در یک جابه جایی برابر است با تغییرات انرژی جنبشی جسم در آن جابه جایی.

$$W_t = \Delta k$$

توجه:

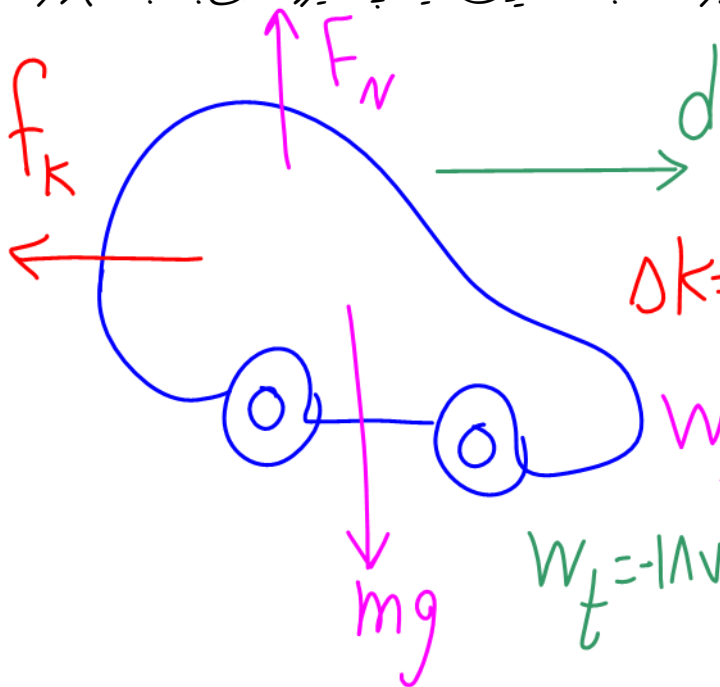
۱- اگر تندی جسم در پایان میر از تندی اولیه جسم بیشتر بود:
 $v_2 > v_1 \Rightarrow k_2 > k_1 \Rightarrow \Delta k > 0 \Rightarrow W_t > 0$

۲- اگر تندی جسم در پایان میر از تندی اولیه جسم کمتر بود:
 $v_2 < v_1 \Rightarrow k_2 < k_1 \Rightarrow \Delta k < 0 \Rightarrow W_t < 0$

۳- اگر تندی جسم در آغاز و پایان میر برابر بود:
 $v_2 = v_1 \Rightarrow k_2 = k_1 \Rightarrow \Delta k = 0 \Rightarrow W_t = 0$

نکته: در سرعت ثابت کار برآیند صفر است.

مثال: اتومبیلی به جرم ۱۰۰۰ کیلوگرم با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه در جاده افقی در حرکت است. اگر اتومبیل خاموش شود و در اثر اصطکاک سرعت آن به ۵ متر بر ثانیه برسد، ابتدا تعیین کنید چه نیروهایی به جسم وارد می شوند سپس کار هر یک از این نیروها را بدست آورید.



$$W_{mg} = 0 \text{ و } W_{F_N} = 0 \text{ و } W_{f_k} \neq 0$$

$$\Delta k = W_t \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = W_t$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 1000 \times 5^2 - \frac{1}{2} \times 1000 \times 20^2 = -175000 \text{ (J)}$$

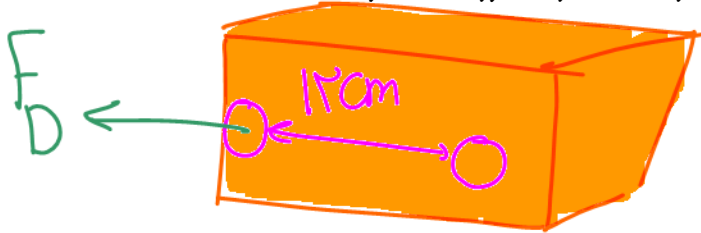
$$W_t = -175000 \text{ J و } W_t = W_{mg} + W_{F_N} + W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -175000 \text{ J}$$



$$f_D = \frac{375000}{12}$$

$$-375000 = -f_D \times 12 \Rightarrow f_D = 31250 \text{ N}$$

مثال: یک طول به جرم ۳۰ گرم با سرعت اولیه ۵۰۰ متر بر ثانیه حرکت می کند. این طول به اثر برخورد با یک چوب به اندازه ۱۲ سانتیمتر در آن فرو می رود. با استفاده از قضیه کار و انرژی نیروی میانی که طول به این قطعه چوب وارد می کند را بدست آورید.

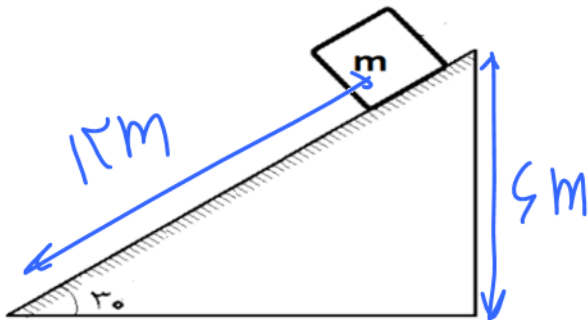


$$\Delta K = W_t \Rightarrow K_f - K_i = W_t$$

$$W_t = -K_i = -\frac{1}{2} \times 30 \times 10^{-3} \times (500)^2 = -\frac{1}{2} \times 30 \times 10^{-3} \times 250000$$

$$W_t = -37500 \text{ J} \Rightarrow W_{f_D} = -37500 \text{ J} \Rightarrow W_{f_D} = -f_D \times d$$

مثال: جرم به جرم ۲ کیلوگرم را از بالای سطح شیب دار مطابق شکل با سرعت ۵ متر بر ثانیه به طرف پایین پرتاب می کنیم هنگامیکه جرم ۱۲ متر روی سطح شیب دار جا به جا می شود سرعتش به ۸ متر بر ثانیه می رسد. کار نیروی اصطکاک در این جا به جایی چند ژول است.



$$W_{mg} = +mgh = 2 \times 10 \times 4 = 80 \text{ J}$$

$$\Delta K = W_t \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 = W_t$$

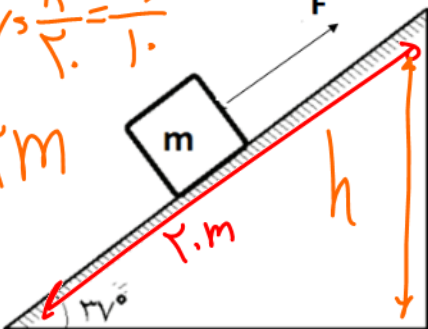
$$W_t = 64 - 25 = 39 \text{ J}$$

$$W_t = W_{mg} + W_{f_k} \Rightarrow 39 = 80 + W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = 39 - 80 = -41 \text{ J}$$



مثال: در شکل زیر نیروی F وزنه C ۲۰۰ نیوتن را با سرعت ثابت $۲ \frac{m}{s}$ روی سطح شیبدار بالا می برد. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت جسم ۳۰ نیوتن باشد، کار نیروی F در مدت ۱۰ ثانیه چند ژول است؟

$\sin \alpha = \frac{h}{r} = \frac{5}{10}$
 $h = 12m$



$\Delta K = 0 \Rightarrow W_t = 0$
 $W_t = W_F + W_{fk} + W_{mg} = 0$
 $d = vt = 2 \times 10 = 20m$
 $W_{mg} = -mgh = -200 \times 12 = -2400J$
 $W_{fk} = -f_k d = -30 \times 20 = -600J$
 $W_F = 3000J$

مثال: ملعبی به جرم $2kg$ را روی سطح افقی با سرعت اولیه 5 متر بر ثانیه می کنیم. در لحظه ای که اندازه کار نیروی اصطکاک ۴۵ ژول می شود سرعت جسم ۵ متر بر ثانیه کمتر از سرعت اولیه آن است. سرعت اولیه C جرم را بدست آورید.

$v_2 = v_1 - 5$
 $f_k \leftarrow \rightarrow$

$W_F = -45 \Rightarrow W_t = -45J$
 $\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 2 ((v_1 - 5)^2 - v_1^2)$
 $\Delta K = \frac{1}{2} \times 2 (v_1^2 - 10v_1 + 25 - v_1^2) = -10v_1 + 25$
 $-10v_1 + 25 = -45 \Rightarrow -10v_1 = -70 \Rightarrow v_1 = 7 \frac{m}{s}$

نکته: قضیه کار و انرژی محدود به میر متقیم نمی شود و برای هر میری (حتی خمیده) معتبر است.

مثال: جرم یک خودرو ۲ تن است وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می رود، کار کل انجام شده روی خودرو ۳۶ KJ است. اگر تندی در موقعیت A برابر 28.8 Km/h باشد، تندی آن در موقعیت B چند متر بر ثانیه است؟

$v_A = 1 \frac{m}{s}$

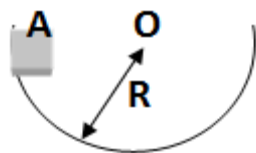


$\Delta K = W_t = 36KJ$
 $K_A = \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 = 1J$
 $K_A = 36000J = 36KJ \Rightarrow K_B - K_A = W_t \Rightarrow K_B - 1 = 36000 \Rightarrow K_B = 36001J$
 $K_B = \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow 36001 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 36001 \Rightarrow v_B = 189.74 \frac{m}{s}$



$v_1 = 0$

مثال: جرمی درون سطح نیمکره ای مطابق شکل از نقطه A رها می شود و بعد از چند رفت و برگشت لغزشی روی سطح در پایین سطح می ایستد. نسبت کار نیروی اصطکاک به کار نیروی جاذبه چقدر است؟



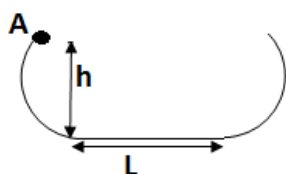
$$W_f = W_{mg} + W_{fk}$$

$v_2 = 0$

$$\Delta K = 0 \Rightarrow W_f = 0 \Rightarrow W_{mg} + W_{fk} = 0 \Rightarrow W_{mg} = -W_{fk}$$

$$\frac{W_{fk}}{W_{mg}} = \frac{W_{fk}}{-W_{fk}} = -1$$

مثال: ذره ای به جرم $m = 0.1 \text{ kg}$ مطابق شکل از نقطه A رها می شود. سطح خمیده بدون اصطکاک می باشند و نیروی اصطکاک وارد بر ذره برابر 0.1 N می باشد. این ذره در نهایت در کجا متوقف می شود؟



$h = 20 \text{ cm}$

$L = 70 \text{ cm}$



مثال: بالنی با سرعت $10 \frac{m}{s}$ به سمت پایین حرکت می کند. هنگامیکه بالن در ارتفاع ۱۰ متری از سطح زمین قرار دارد جلوه ای را از درون آن به سمت پایین می بینیم. سرعت برخورد جلوه با زمین چند $\frac{m}{s}$ است؟

$W_f = \Delta K$ و $W_f = W_{mg} = +mgh = m \times 10 \times 10 = 100m$
 $K_f - K_i = 100m$ و $K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}m \times 10^2 = 50m$
 $K_f - 50m = 100m \Rightarrow K_f = 150m \Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 = 150m \Rightarrow v_f^2 = 300$
 $v_f = 10\sqrt{3} \frac{m}{s}$



انرژی پتانسیل: وقتی فنر فشرده ای را رها می کنیم یا از بالای یک بلندی به پایین می پریم یا دو جلوه ای برادر را به هم نزدیک می کنیم تا همدیگر را دفع یا جذب کنند، انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل می شود. سه نوع مهم از انرژی های پتانسیل عبارتند از:

- ۱- انرژی پتانسیل گرانشی
- ۲- انرژی پتانسیل کشنی
- ۳- انرژی پتانسیل الکتریکی

انرژی پتانسیل گرانشی:

یکی از صورت های انرژی که جزء انرژی های پتانسیل محسوب می شود انرژی پتانسیل گرانشی است. هرگاه جرمی در ارتفاعی از سطح زمین قرار داشته باشد، در این جرم به واسطه ای ارتفاعش از سطح زمین، نوعی انرژی ذخیره می شود که به آن انرژی پتانسیل گرانشی می گویند.

انرژی پتانسیل گرانشی با جرم است پتانسیل گرانشی می گویند. ارتفاع جرم از سطح زمین رابطه ای مستقیم دارد و رابطه ای آنها به صورت زیر است:

$$W_{mg} = -\Delta U$$

$$U = mgh$$



شتاب گرانشی زمین:

اندازه g شتاب گرانشی زمین در نزدیکی سطح زمین برابر $\frac{9.8}{s^2} m$ است. معمولاً برای ساده شدن محاسبات اندازه g را $\frac{10}{s^2} m$ در نظر میگیریم. اندازه g در نقاط مختلف زمین کمی با هم اختلاف دارد. بطوریکه در استوا کمترین و در قطب ها بیشترین است. هر چند از سطح زمین دور می شویم شتاب گرانشی زمین کمتر می شود.

مثال: برای بالا بردن جمی به جرم 5 kg به اندازه 2 m ، حداقل چند ژول انرژی باید مصرف کنیم؟

$$U = mgh = 5 \times 10 \times 2 = 100 \text{ J}$$

مثال: شخصی به جرم 80 kg از 100 پله ای که ارتفاع هر یک 2 cm است بالا رفته است. انرژی پتانسیل گرانشی او چند ژول زیاد شده است؟

$$U = mgh = 80 \times 10 \times 2 = 1600 \text{ J} \quad \text{و} \quad h = 100 \times \frac{2}{100} = 2 \text{ m}$$

وزن (W): به حاصلضرب جرم جمی در شتاب گرانش زمین وزن جمی می گویند. و واحد آن نیوتن (N) است.

توجه: جرم جمی یک کمیت ثابت است و تغییر نمی کند. ولی وزن جمی ممکن است از یک نقطه تا نقطه دیگر تغییر کند.

ممکن است تغییر کند وزن mg

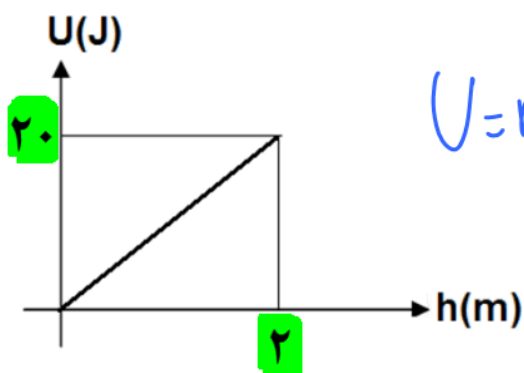
همیشه ثابت است جرم m



مثال: در شکل مقابل نمودار تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم نسبت به سطح زمین رسم شده است.

الف) جرم جسم چند کیلوگرم است؟

ب) انرژی پتانسیل گرانشی جسم در ارتفاع ۱۰ متری چند ژول است؟

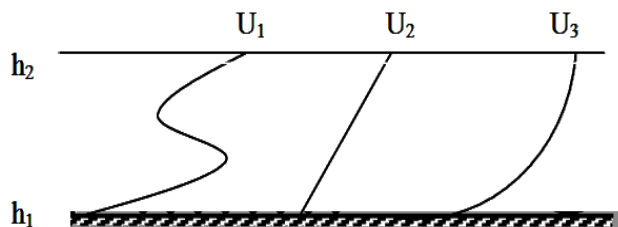


$$U = mgh \Rightarrow 20 = m \times 10 \times 2 = 20m \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

$$U = mgh = 1 \times 10 \times 1 = 10 \text{ J}$$

نکته: زمانی که جسمی را از یک مسیر از ارتفاع h_1 به h_2 می بریم فقط تغییرات ارتفاع مهم است و مسیر طی شده در تغییر

انرژی پتانسیل گرانشی تغییری ندارد.

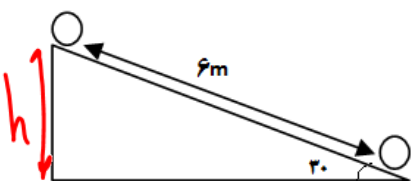


$$U_1 = U_2 = U_3$$

نکته: کار نیروی وزن برابر منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است.

مثال: جسمی به جرم ۲ kg را مطابق شکل زیر روی سطح شیب دار به اندازه ۶ متر به سمت بالا حرکت می

دهیم. افزایش انرژی پتانسیل جسم چند ژول است؟



$$U = mgh \Rightarrow U = 2 \times 10 \times 3 = 60 \text{ J}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{6} = \frac{1}{2}$$

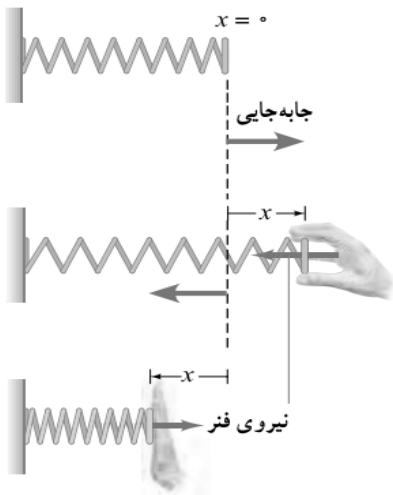
$$h = 3 \text{ m}$$



انرژی پتانسیل کشسانی:

کشسان: به اجامی که در اثر وارد شدن نیرو به آنها تغییر شکل می دهند و با برداشتن نیرو دوباره به شکل اولیه خود باز می گردند اجام کشان می گویند مانند فنر، کش و ...

انرژی پتانسیل کشسانی (U_e): انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر کشیده یا فشرده شده را انرژی پتانسیل کشانی می نامند.



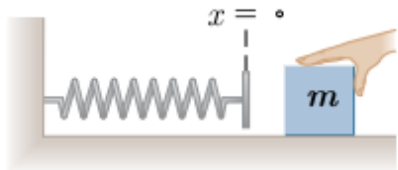
در حالتی که فنر طول عادی خود را دارد می گوییم فنر در حالت تعادل قرار دارد و انرژی پتانسیل کشانی فنر در این حالت صفر است. اگر فنر را کمی فشرده کنیم یا بکشیم، فنر در خلاف جهت جابجایی نیرو وارد می کند بنابراین کار نیروی فنر در این جابجایی منفی است و تغییر انرژی پتانسیل کشانی فنر در این جابجایی مثبت است.

توجه: در مورد تغییر انرژی کشانی فنر نیز مشابه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی می

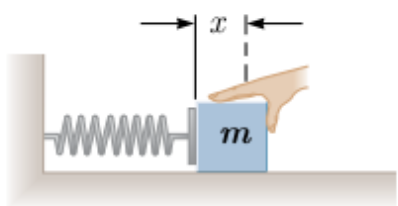
$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشانی}}$$

توان نوشت:

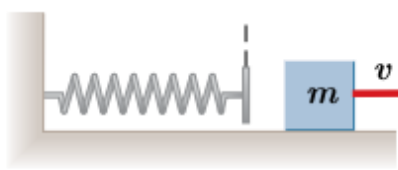
پیش: دریافت خود را از تصاویر زیر بیان کنید. (از اصطلاحات صبر فکتر کنید.)



(الف)



(ب)

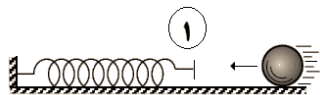


(پ)

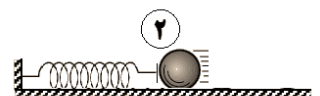
انرژی دست شخص با دست فشرده شدن
 فنر می شود و در فنر انرژی پتانسیل کشانی
 ذخیره می شود
 پس رها کردن جسم فنر باز می شود و انرژی
 پتانسیل کشانی فنر به انرژی جنبشی
 تبدیل می شود



مثال: مطابق شکل زیر گلوله ای به جرم ۲۰۰ گرم به فنر نزدیک شده و در نقطه ی (۱) با سرعت $\frac{m}{s}$ ۵ به آن برخورد می کند.



الف) اگر در نقطه ی (۲) سرعت توپ $\frac{m}{s}$ ۴ باشد، انرژی پتانسیل کشانی فنر چقدر است؟



ب) بیشترین مقدار انرژی پتانسیل کشانی فنر چقدر می تواند باشد؟

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-1} \times 25 = 2,5 \text{ J} \\ K_2 &= \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-1} \times 16 = 1,6 \text{ J} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} K &= W_t = W_{\text{ن}} \\ 1,6 - 2,5 &= W = \Delta W_{\text{ن}} = -0,9 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\Delta U_{\text{ن}} = -W \Rightarrow \Delta U_{\text{ن}} = +0,9 \text{ J}$$

$$U_{\text{e}} = K_1 = 2,5 \text{ J}_{\text{max}}$$

انرژی مکانیکی (E): به مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی جم انرژی مکانیکی گفته می شود.

$$E = K + U$$

چنانچه در میر حرکت جم نیروهای اتلاف انرژی وجود نداشته باشد انرژی مکانیکی کمیتی ثابت است و برای هر دو نقطه ی دلخواه می توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

نکته: اگر جمی به بالا پرتاب شود رفته رفته از سرعت آن کاسته شده و این کاهش سرعت موجب کم شدن انرژی جنبشی می گردد. مقدار انرژی کم شده از انرژی جنبشی در حرکت رو به بالا موجب افزایش انرژی پتانسیل می گردد و بالعکس.



مثال: مطابق شکل زیر جرمی به جرم 2 kg از ارتفاع 8 متر بدون سرعت اولیه رها می شود سرعت این جرم در



ارتفاع 3 متر چقدر است؟

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \Rightarrow 10 \times 8 = \frac{1}{2}v_2^2 + 10 \times 3 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2}v_2^2 + 3 \Rightarrow \frac{1}{2}v_2^2 = 7 \Rightarrow v_2^2 = 14 \Rightarrow v_2 = \sqrt{14} \text{ m/s}$$

مثال: گلوله ای را با سرعت اولیه $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف بالا پرتاب می کنیم. این گلوله حداکثر چه ارتفاعی بالا خواهد رفت؟

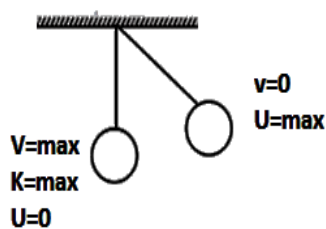
$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2$$

$$\frac{1}{2} \times 20^2 = 10 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 20 \text{ m}$$

نکته: در حل مسائل مربوط به آونگ توجه شود که آونگ در بالاترین نقطه از مسیر خود بیشترین انرژی پتانسیل را دارد

و سرعت در آن نقطه صفر می شود و در لحظه عبور از نقطه تعادل بیشترین سرعت و بیشترین انرژی جنبشی را

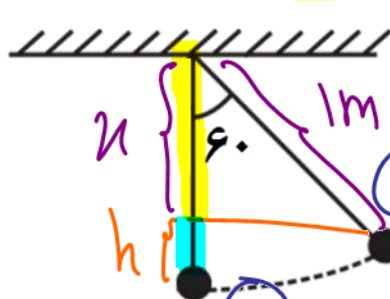
دارد.





مثال: آونگ به طول ۱ متر را به اندازه ۶۰ درجه مطابق شکل زیر منحرف کرده و رها می کنیم. بیشترین سرعت

آونگ چقدر است؟



$$h + r = 1$$

$$\cos 60^\circ = \frac{h}{1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{1} \Rightarrow h = 0.5 \text{ m}$$

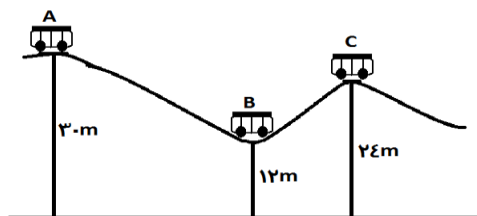
$$h + 0.5 = 1 \Rightarrow h = 0.5 \text{ m}$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \Rightarrow 1 \times 9.8 \times 0.5 = \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow v^2 = 9.8 \Rightarrow v = \sqrt{9.8} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مثال: در شکل روبه واسطه های ناچیز است و از ابراه بدون سرعت اولیه از حالت A رها می شود. نسبت سرعت ابراه در حالت

B به سرعت آن در حالت C کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۱)

۲ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)



$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$1 \times 9.8 \times 3 = \frac{1}{2}v_B^2 + 1 \times 9.8 \times 1 \Rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = 19.6 \Rightarrow v_B^2 = 39.2 \Rightarrow v_B = \sqrt{39.2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

$$1 \times 9.8 \times 3 = \frac{1}{2}v_C^2 + 1 \times 9.8 \times 2 \Rightarrow \frac{1}{2}v_C^2 = 9.8 \Rightarrow v_C^2 = 19.6 \Rightarrow v_C = \sqrt{19.6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{v_B}{v_C} = \frac{\sqrt{39.2}}{\sqrt{19.6}} = \sqrt{\frac{39.2}{19.6}} = \sqrt{2}$$



$U, K,$

مثال: از ارتفاع ۲۰ متری زمین جسمی را با سرعت $\frac{m}{s}$ ۵ بطرف پایین پرتاب می‌کنیم.

الف) سرعت جسم هنگام برخورد به زمین چند $\frac{m}{s}$ است؟

ب) سرعت جسم در ارتفاع ۱۵ متری چند $\frac{m}{s}$ است؟

$$E_i = E_f \Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\frac{1}{2} m v_i^2 + m g h_i = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0 + 1 \times 20 = \frac{1}{2} v_f^2$$

$$20 = v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{40} = \sqrt{20 \times 2} = 2\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

$$E_i = E_f \Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\frac{1}{2} m v_i^2 + m g h_i = \frac{1}{2} m v_f^2 + m g h_f$$

$$\frac{1}{2} \times 0 + 1 \times 20 = \frac{1}{2} v_f^2 + 1 \times 10$$

$$20 = v_f^2 + 20$$

$$v_f^2 = 0 \Rightarrow v_f = 0 \frac{m}{s}$$

مثال: جسمی از ارتفاع ۶ متری سطح زمین در شرایط خف بدون سرعت اولیه می‌شود در چند متری زمین انرژی

جنبشی جسم دو برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن (نسبت به زمین) می‌شود؟

$$E_i = E_f \Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$U_i = 2U_f + U_f \Rightarrow U_i = 3U_f$$

$$m g h_i = 3 m g h_f \Rightarrow 6 = 3 h_f$$

$$h_f = 2m$$



مثال: بالونی با سرعت $10 \frac{m}{s}$ به سمت پایین حرکت می کند. هنگامیکه بالون در ارتفاع ۱۰ متری از سطح زمین قرار دارد

گلوله ای را از درون آن به سمت پایین رها می کنیم. سرعت برخورد گلوله با زمین چند $\frac{m}{s}$ است؟



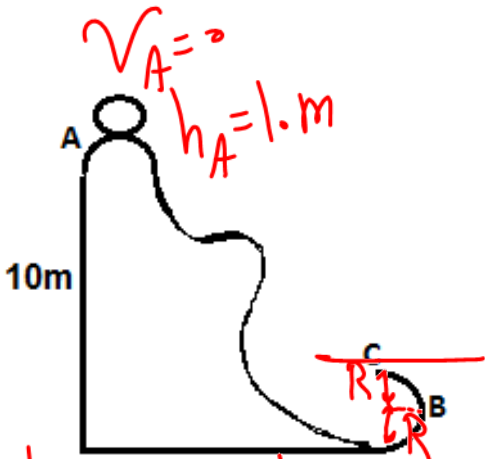
$$E_i = E_f \Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\frac{1}{2} m v_i^2 + m g h_i = \frac{1}{2} m v_f^2 + m g h_f$$

$$\frac{1}{2} \times 10^2 + 10 \times 10 = \frac{1}{2} v_f^2 + 0 \Rightarrow v_f^2 = 200 \Rightarrow v_f = 10\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

(2)

مثال: مطابق شکل جسمی به جرم ۲ kg از نقطه A، از حالت سکون رها می شود و وارد نیم کره ای به شعاع m می گردد. سرعت جسم را در نقاط B و C بدست آورید.



$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$m g h_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B$$

$$10 \times 10 = \frac{1}{2} v_B^2 + 10 \times 1$$

$$v_B^2 = 18 \Rightarrow v_B = \sqrt{18} \frac{m}{s}$$

$$h_B = 1m \text{ و } h_C = 2m$$

مثال: جسمی به جرم ۲ کیلوگرم از سطح زمین بطور عمودی به طرف بالا پرتاب می شود و حداکثر ارتفاع

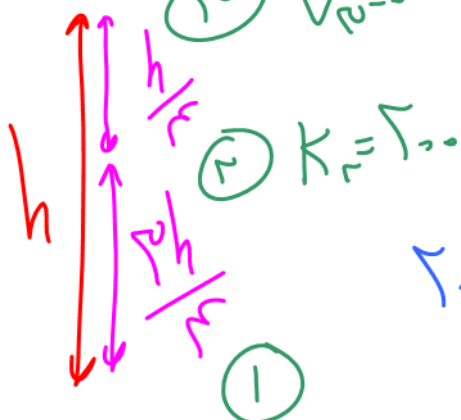
h نسبت به زمین بالا می رود. اگر انرژی جنبشی جسم در فاصله $\frac{h}{4}$ از نقطه اوج ۲۰۰ ژول باشد ارتفاع h چند

$$v_0 = 0$$

$$E_i = E_f \Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f$$

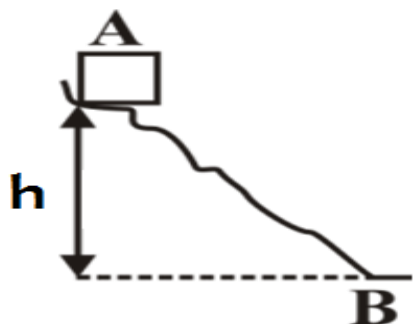
$$200 + m g \times \frac{h}{4} = m g h \Rightarrow 200 + 2 \times 10 \times \frac{h}{4} = 2 \times 10 \times h$$

$$200 + 10h = 20h \Rightarrow 200 = 10h \Rightarrow h = 20m$$





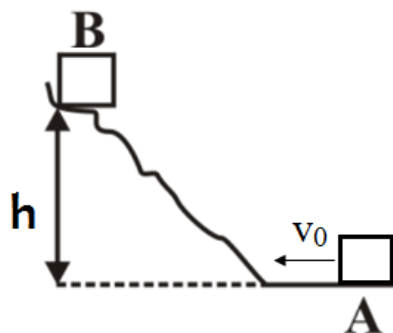
نکته ۱: جرم m مطابق شکل از حال سکون از نقطه A رها می شود. سرعت آن در پایین ترین نقطه عبارت است از:



$$v = \sqrt{2gh}$$

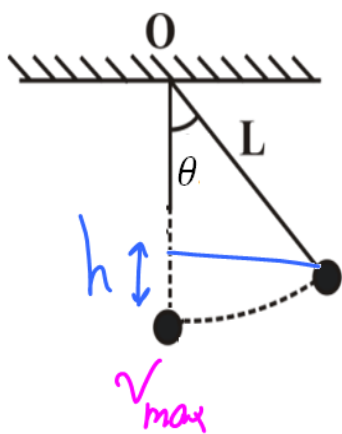
فاصله از نقطه رها شده

نکته ۲: جرم m با سرعت v از نقطه A مطابق شکل عبور کرده و سطح بدون اصطکاک را بالا می رود. حداکثر ارتفاعی که بدست می آورد عبارت است از:



$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

نکته ۳: آونگی به طول L را به اندازه θ از وضع قائم منحرف ساخته و رها می کنیم. بیشترین ارتفاع آونگ و سرعت طولی آن هنگام عبور از وضع تعادل عبارت است از:



$$h = L(1 - \cos\theta)$$

$$v_{max} = \sqrt{2gL(1 - \cos\theta)}$$

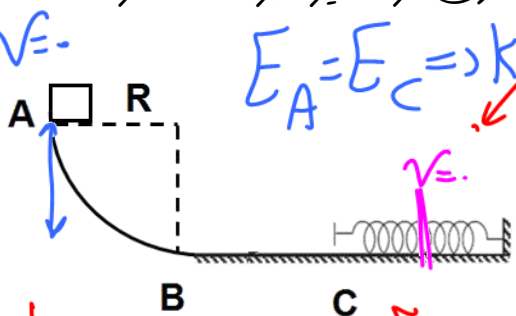


مثال: در شکل مقابل اصطکاک ناچیز و جرم 4 kg است. جرم از حالت سکون در مسیر دایره ای از نقطه A

رها می شود و با سرعت $20 \frac{m}{s}$ به فنر برخورد می کند.

الف) شعاع R چقدر است؟

ب) حداکثر انرژی کشانی ذخیره شده در فنر چقدر است؟



$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$10 \times R = \frac{1}{2} \times 20^2 \Rightarrow 10R = 200 \Rightarrow R = 20\text{ m}$$

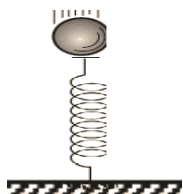
$$U_e = K_B = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$U_e = \frac{1}{2} \times 4 \times 20^2 = 800\text{ J}$$

مثال: مطابق شکل جمی به جرم 1 kg را روی فنر قائمی قرار داده ایم و فنر 50 cm نسبت به وضع عادی فشرده شده

است. انرژی پتانسیل کشانی ذخیره شده در فنر در این حالت 5 J است. اگر جمی رها شود، سرعت جمی هنگامی که

از سطح فنر جدا می شود چند $\frac{m}{s}$ است؟

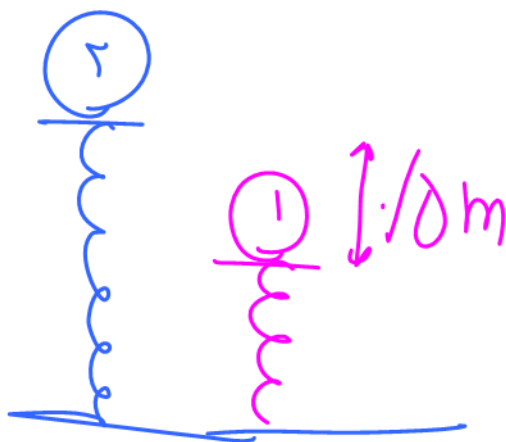


$$E_i = U_e$$

$$E_f = K_f + U_f \quad U_e = K_f + U_f$$

$$0 = \frac{1}{2} \times 1 \times v_f^2 + 1 \times 10 \times 0.5 \Rightarrow \frac{1}{2}v_f^2 = 5$$

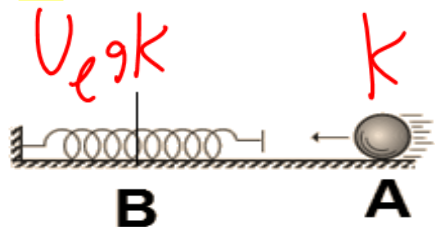
$$v_f^2 = 10 \Rightarrow v_f = \sqrt{10} \frac{m}{s}$$





مثال: مطابق شکل طولی ای با سرعت $\frac{m}{s}$ ۳ به یک فنر افقی برخورد می کند. اگر در نقطه B انرژی جنبشی توپ دو برابر

انرژی پتانسیل کششی فنر باشد، در این نقطه سرعت توپ چند $\frac{m}{s}$ است؟



$$E_A = E_B \Rightarrow K_A = U_{eB} + K_B$$

$$K_A = \frac{1}{2} K_B + K_B \Rightarrow K_A = \frac{3}{2} K_B$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow 9 = \frac{v_A^2}{v_B^2} \Rightarrow v_A = 3 v_B$$

$$K = 2U_e$$

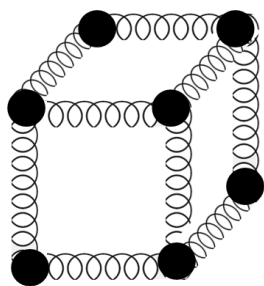
$$U_e = \frac{1}{2} K_B$$

انرژی درونی:

مجموع انرژی ذرات تشکیل دهنده یک جسم را انرژی درونی می گویند.

می دانیم که در یک ماده ذرات تشکیل دهنده آن مدام در حال نوسان هستند و دارای انرژی جنبشی و پتانسیل میباشند به مجموع همه ی این انرژی ها انرژی درونی می گویند.

* نکته: انرژی درونی معمولاً به صورت گرما در اجسام ظاهر می شود.



پوشش: پتله ای که در حال چرخش است را خاموش می کنیم. پتله به تدریج می ایستد. توضیح دهید انرژی جنبشی

پتله کجا می رود؟

به انرژی درونی اجزا سازنده پتله و هوای اطراف اضافه می شود. بابت شتاب این موثر است



❖ نکته: هرگاه به جمعی گرما داده شده حرکت مولکول‌های آن بیشتر شده و در نتیجه انرژی مولکول‌ها بیشتر شده و باعث افزایش انرژی درونی می‌شوند.

«گرما باعث زیاد شدن انرژی درونی می‌شود.»

👉 توجه: بر اثر مالش دو سطح روی یکدیگر، مقداری انرژی به انرژی درونی دو جسم تبدیل می‌شود. چون در عمل انرژی درونی را نمی‌توان مورد استفاده قرار داد، اصطلاحاً گفته می‌شود که هرگاه صورتی از انرژی به انرژی درونی تبدیل شود، آن انرژی تلف شده است مانند اصطکاک.

اتلاف انرژی (Q_f): اگر به دلیل وجود اصطکاک و مقاومت هوا، اتلاف انرژی رخ دهد، قسمتی از انرژی اولیه جسم به انرژی درونی تبدیل می‌شود و انرژی مکانیکی نهایی جسم از انرژی مکانیکی کمتر خواهد بود ($E_v < E_1$)
انرژی مکانیکی اولیه جسم (E_1) به اندازه‌ی اتلاف انرژی، کم می‌شود و انرژی مکانیکی نهایی (E_v) برابر خواهد بود با:

$$E_1 - E_v = Q_f \Rightarrow E_v = E_1 - Q_f$$

$$Q_f = W_{fk}$$

👉 تذکر: در بسیاری از مسائل انرژی تلف شده بر حسب درصد بیان می‌شود به عنوان مثال اگر گفته شود «۲۰٪ انرژی جسم تلف می‌شود» این عبارت به این معنی است که ۲۰٪ انرژی مکانیکی اولیه جسم تلف شده است:

$$Q_f = \frac{20}{100} E_1 \Rightarrow E_v = \frac{80}{100} E_1$$

☑ مثال: جمعی به جرم ۲ kg با سرعت $4 \frac{m}{s}$ از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر ۲۵٪ انرژی جسم به دلیل مقاومت هوا تلف شود جمیعاً چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

$$\textcircled{2} U_v$$

$$E_v = \frac{75}{100} E_1 \Rightarrow E_v = \frac{3}{4} E_1 \Rightarrow U_v = \frac{3}{4} K_1$$

$$mgh_v = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow 10 \times h_v = \frac{3}{4} \times 16$$

$$\textcircled{1} K_1$$

$$10 h_v = 12 \Rightarrow h_v = 1.2 \text{ m}$$



مثال: جرم به جرم 1kg با سرعت اولیه 6 متر بر ثانیه از پایین سطح شیب داری که با افق زاویه 37 درجه می سازد، به طرف بالا پرتاب می شود. هنگامی که جرم روی سطح شیب دار 2 متر را رو به بالا طی می کند سرعتش به 2 متر بر ثانیه می رسد. انرژی مکانیکی جرم در این جابجایی چند ژول کاهش می یابد؟ (سراسری تجربی 92)



16 (4)

8 (3)

2 (2)

4 (1)

$$E_1 = K_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 6^2 = 18 \text{ J}$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 + 1 \times 1.5 \times 10 = 14 \text{ J}$$

$$\Delta E = E_1 - E_2 = 18 - 14 = 4 \text{ J}$$

مثال: گلوله ای با سرعت $40 \frac{m}{s}$ به یک طرف مانع برخورد می کند و با سرعت $10 \frac{m}{s}$ از طرف دیگر خارج می شود چند درصد انرژی اولیه گلوله صرف انرژی درونی مانع و گلوله می شود؟

$$\frac{\Delta E}{E_1} \times 100 = \frac{75 \text{ J}}{100 \text{ J}} \times 100 = 75\%$$

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2} m \times 40^2 = 100 \text{ J} \\ E_2 &= \frac{1}{2} m \times 10^2 = 25 \text{ J} \end{aligned} \right\} \Delta E = 75 \text{ J}$$



مثال: جسمی به جرم 4 kg روی یک سطح افقی در حال حرکت است. در لحظه‌ی مشخصی گرمای ایجاد شده توسط نیروهای مقاوم حرکت به 50 J می‌رسد. در این لحظه، سرعت جسم $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ کمتر از سرعت ابتدای حرکت است.

سرعت ابتدایی چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ بوده است؟

$$v_2 = v_1 - 2$$

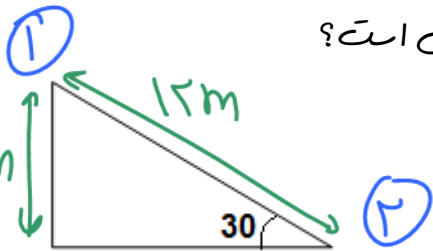
$$E_1 - E_2 = Q \Rightarrow K_1 - K_2 = Q \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_2^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times v_1^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times (v_1 - 2)^2 = 0 \Rightarrow 2 v_1^2 - 2 (v_1^2 + 4 - 4 v_1) = 0$$

$$2 v_1^2 - 2 v_1^2 - 8 + 8 v_1 = 0 \Rightarrow 8 v_1 = 8 \Rightarrow v_1 = \frac{8}{1} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مثال: جسمی به جرم 2 kg را از بالای سطح شیب دار مطابق شکل با سرعت $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پرتاب می‌کنیم. اگر 12 m روی

سطح شیب دار پایین باید سرعش به $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد، مقدار گرمای تولید شده چند ژول است؟



$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 25 + 2 \times 10 \times 5 = 145 \text{ J}$$

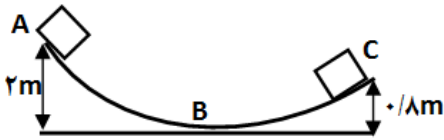
$$E_2 = K_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 64 = 64 \text{ J}$$

$$Q = E_1 - E_2 = 145 - 64 = 81 \text{ J}$$



مثال: جرم به جرم 0.4 kg مطابق شکل میر ABC را طی می کند. اگر سرعت جرم در نقطه ی A برابر $1 \frac{m}{s}$ و اختلاف

انرژی در طول میر ABC برابر 1.5 J باشد. انرژی جنبشی جرم در نقطه ی C چند ژول خواهد بود؟



$$E_A = K + U = \frac{1}{2} \times 0.4 \times 1^2 + 0.4 \times 10 \times 2 = 8.2 \text{ J}$$

$$E_A - E_C = Q_f \Rightarrow 8.2 - E_C = 1.5 \Rightarrow E_C = 6.7 \text{ J}$$

$$E_C = K + U \Rightarrow 6.7 = K + 0.4 \times 10 \times 0.8 \Rightarrow 6.7 = K + 3.2 \Rightarrow K = 3.5 \text{ J}$$

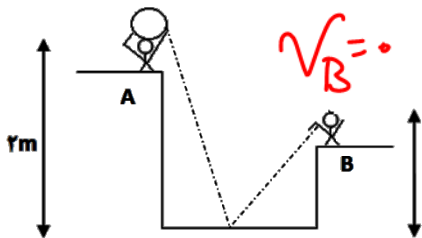
$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 3.5 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 17.5 \Rightarrow v = \sqrt{17.5} \frac{m}{s}$$

مثال: شخصی که در بالای A قرار دارد یک توپ بادی را مطابق شکل بر میر نقطه چین پرتاب می کند تا به شخص

دیگری که در بالای B ایستاده است برسد. اگر هنگام برخورد توپ با زمین ۴۰٪ از انرژی آن تلف شود، شخص

اول توپ را حداقل با چه سرعتی پرتاب کند تا توپ به شخص دوم برسد؟

$$E_B = \frac{60}{100} E_A \Rightarrow (K_A + U_A) \frac{60}{100} = U_B$$



$$\frac{60}{100} \left(\frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_A \right) = m g h_B$$

$$\left(\frac{1}{2} v_A^2 + 10 \times 2 \right) \times \frac{60}{100} = 10 \times 1 \Rightarrow \frac{1}{2} v_A^2 + 20 = 10 \times \frac{100}{60} \times 1$$

$$\frac{1}{2} v_A^2 + 20 = 16.67 \Rightarrow \frac{1}{2} v_A^2 = -3.33 \Rightarrow v_A^2 = -6.66 \Rightarrow v_A = \sqrt{6.66} \frac{m}{s}$$



پایستگی انرژی:

همه ی رویدادهای طبیعی شامل تغییر انرژی از صورتی به صورت دیگر هستند اما در این تغییرات میزان کل انرژی ثابت می ماند و تغییر نمی کند.

قانون پایستگی انرژی: انرژی یک جسم هیچگاه از بین نمی رود و خود به خود نیز به وجود نمی آید و همواره پایسته (ثابت) می ماند، مگر اینکه مقداری از آن را به جسم دیگری بدهد و یا اینکه از جسم دیگری انرژی دریافت کند.

تذکره: مقدار انرژی همواره پایسته می ماند، اما می تواند از یک نوع به نوع دیگر تبدیل شود.

پرسش: قانون پایستگی انرژی را در مورد یک اتومبیل در حال حرکت به کار ببرید.

$$P = \frac{W}{t}$$

Handwritten notes: W (work) and t (time) are written above the equation. Red arrows point from the equation to the symbols J (Joules) and s (seconds) written to the right.

توان: کار انجام شده در واحد زمان را توان می نامند.

یكای این کمیت نرده ای، وات می باشد.

اسب بخار: گاهی برای بیان توان از واحدی به نام اسب بخار استفاده می کنند.

$$1 \text{ hp} = 736 \text{ W}$$

* نکته: کار انجام شده توسط ماشین در شرایط ایده آل به تغییرات انرژی مکانیکی جسم تبدیل می گردد که معمولاً در مسئله ها یا فقط برابر تغییرات انرژی جنبشی و یا فقط برابر تغییر انرژی پتانسیل است.

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad P = \frac{\Delta K}{\Delta t} \quad P = \frac{\Delta U}{\Delta t} \quad P = \frac{\Delta K + \Delta U}{\Delta t}$$

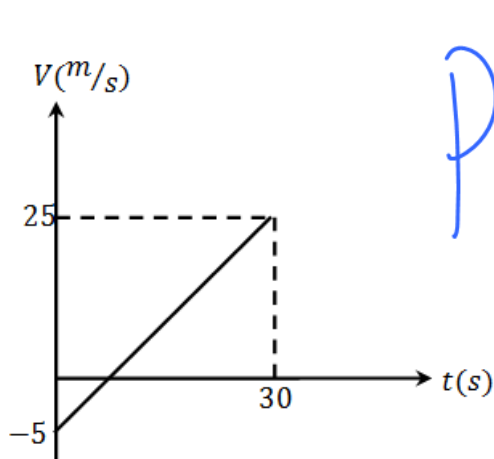


مثال: اتومبیلی به جرم ۸۰۰ کیلوگرم در یک جاده افقی روی خط راست از حال سکون شروع به حرکت می کند اگر توان متوسط اتومبیل ۱۶ کیلووات باشد، پس از ۱۰ ثانیه سرعتش به چند کیلومتر بر ساعت می رسد؟

$$P = \frac{\Delta K}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = K_f = K_i = \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} \times 800 \times 0^2 = \frac{1}{2} \times 800 \times v^2$$

$$v^2 = 40 \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s} = 72 \frac{km}{h}$$

مثال: نمودار سرعت زمان متحرکی به جرم ۲ kg مطابق شکل مقابل است. توان متوسط این متحرک در مدت ۳۰ s چند وات است؟



$$P = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 2 \times 25^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times (-5)^2}{30}$$

$$P = \frac{625 - 25}{30} = \frac{600}{30} = 20 W$$

مثال: یک ماشین آتش زنی در هر دقیقه ۱۵۰ کیلوگرم آب را با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه از دهانه‌ی لوله‌ای به خارج می فرستد. توان مفید پمپ چقدر است؟

$$P = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 150 \times 20^2}{60} = \frac{\frac{1}{2} \times 150 \times 400}{60} = 500 W$$



مثال: لوکوموتیوی با توان مفید $P = 1/5 \times 10^6 \text{ W}$ در مدت $t = 2 \text{ min}$ سرعت قطاری را از $V_1 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به $V_2 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ افزایش می‌دهد. با صرف نظر از نیروی اصطکاک، جرم قطار را به دست آورید.

$$P = \frac{\Delta K}{\Delta t} \Rightarrow 1,0 \times 10^6 = \frac{\Delta K}{2 \times 60} \Rightarrow \Delta K = 11,0 \times 10^6 \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = 11,0 \times 10^6 \Rightarrow \frac{1}{2} m (625 - 225) = 11,0 \times 10^6$$

$$2,0 \cdot m = 11 \times 10^6 \Rightarrow m = 9 \times 10^5 \text{ kg}$$

یا فرمول به دست می‌آید

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P}$$

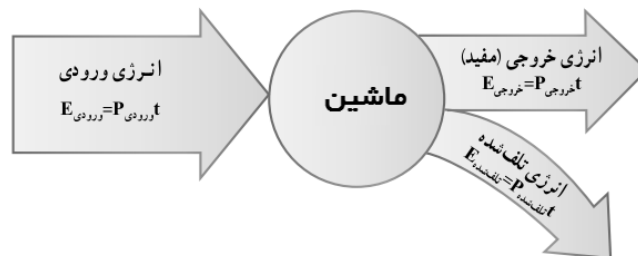
کل (مصرفی)

$$Ra = \frac{W_{\text{مفید}}}{W}$$

کل (مصرفی)

ماشین‌ها:

ماشین وسیله‌ای است که با آن کار انجام می‌دهیم.
بازده یک ماشین به ترتیب زیر تعریف می‌شود:





مثال: توان یک تلمبه ۲ کیلووات و بازده آن ۹۵٪ است. این تلمبه در هر دقیقه چند کیلوگرم آب را از عمق ۹/۵

متری بالا می برد؟

$$R_a = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_k} \Rightarrow \frac{90}{2000} = \frac{P_{\text{مفید}}}{2000} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 1900 \text{ W}$$

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} \Rightarrow 1900 = \frac{m \times 10 \times 9.8}{6} \Rightarrow m = 12049$$

مثال: توان مصرفی یک موتور الکتریکی ۴۰۰ وات و بازده آن ۷۵٪ است. در هر دقیقه چند کیلوژول

انرژی الکتریکی در آن تبدیل به گرما می شود.