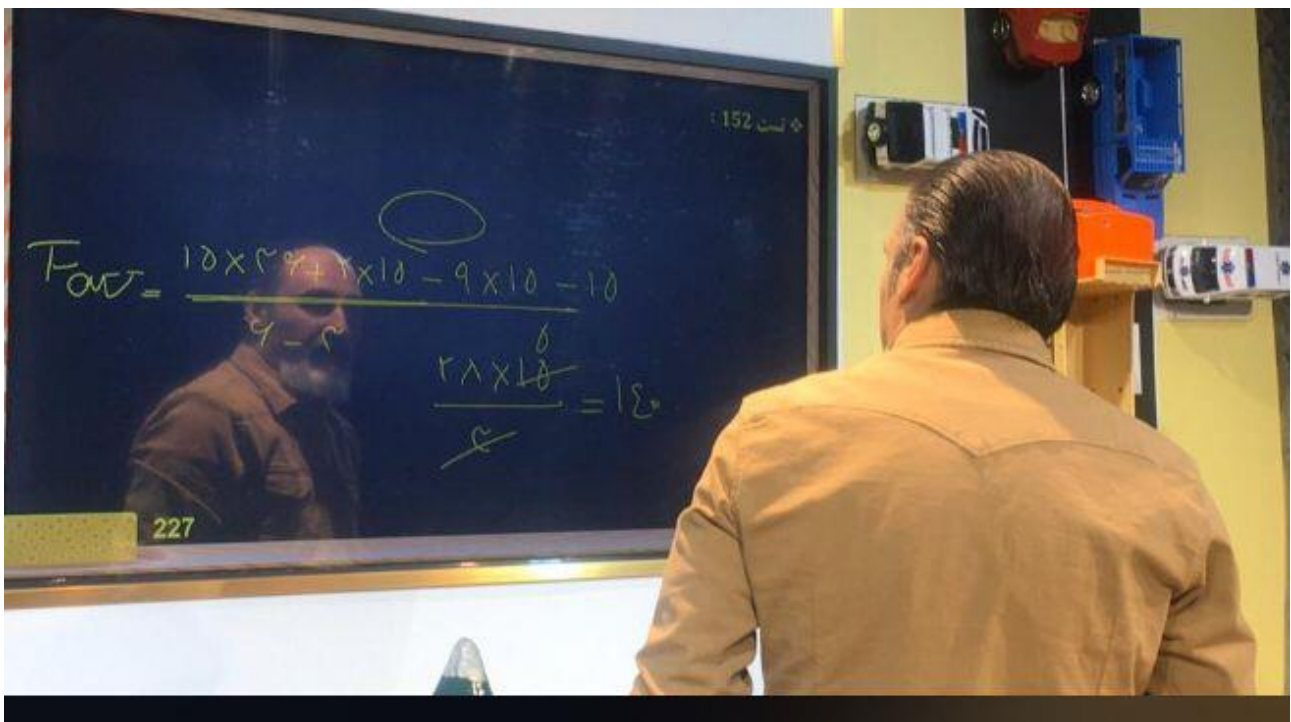


پویش جهادی دپیران دپیرستان ماندگار البرز

پویش جهادی دپیران دپیرستان ماندگار البرز



حرکت در راستای خط راست (سینماتیک)



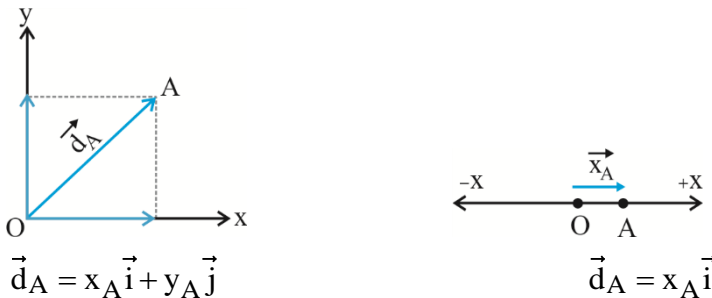
مدرس: مهندس علیرضا یارمحمدی

۱-۱- شناخت حرکت

وقتی جسمی روی خط راست حرکت می کند دارای ساده ترین نوع حرکت می باشد که می توان در این حالت از ابعاد جسم صرف نظر کرد و آن را در حکم یک ذره یا نقطه‌ی مادی در نظر گرفت.

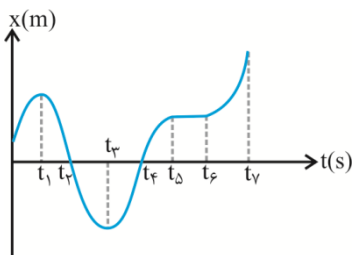
بردار مکان:

برداری است که در هر لحظه مبدأ محور (مبدأ حرکت) را به مکان جسم وصل می کند، با کمک بردار مکان می توان موقعیت و مکان متحرک را در دستگاه مختصات سنجید.



مثال: با استفاده از نمودار مکان - زمان می توان دریافت که متحرک در هر لحظه در چه مکانی قرار دارد و جابه جایی آن بین هر دو لحظه چه قدر است.

مثال: نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور X در حال حرکت است، مطابق شکل مقابل می باشد.



الف: متحرک در چه بازه‌های زمانی در جهت محور X حرکت کرده است؟

ب: متحرک در چه بازه‌های زمانی در خلاف جهت محور X حرکت کرده است؟

پ: متحرک در کدام بازه زمانی ساکن بوده است؟

ت: متحرک در چه بازه‌های زمانی در مکان‌های مثبت بوده است؟

ث: متحرک در چه بازه‌های زمانی در مکان‌های منفی بوده است؟

ج: متحرک چند بار از مبدأ مکان گذشته است؟ در چه لحظه‌هایی؟

چ: در چه بازه‌های زمانی متحرک در حال دور شدن از مبدأ بوده است؟

ح: در چه بازه‌های زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ بوده است؟

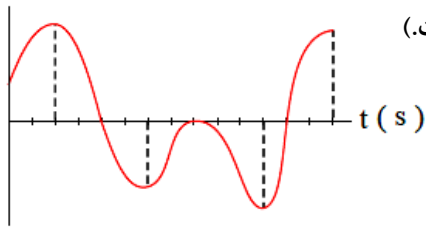
خ: در چه لحظه‌ای متحرک بیشترین فاصله از مبدأ را دارد؟

د: سوی حرکت چند بار تغییر کرده است؟ در چه لحظه‌هایی؟

* حرکت شناسی یا سینماتیک علم بررسی و آشنایی با حرکت اجسام است.



۱: نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل مقابل است. در طی این حرکت به ترتیب از راست به چپ، چند بار جهت بردار مکان متحرک تغییر می کند و متحرک در کل چند ثانیه در خلاف جهت محور x حرکت می کند؟ (محور زمان به واحدهای یک ثانیه درجه بندی شده است).



- (۱) ۷ و ۲
- (۲) ۸ و ۴
- (۳) ۷ و ۴
- (۴) ۸ و ۲

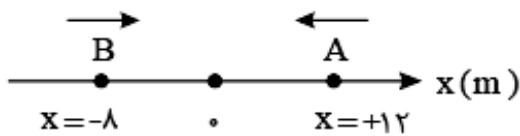


۲: معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 6t + 9$ است. بردار مکان متحرک چند بار تغییر جهت داده است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) قابل بررسی نمی باشد.

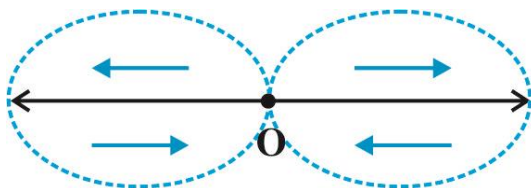


۳: مطابق شکل دو دونه‌ی A و B در یک لحظه نشان داده شده‌اند. بردار مکان آن‌ها در SI به ترتیب کدام است؟



- (۱) $\vec{d}_B = +8\vec{i}$, $\vec{d}_A = -12\vec{i}$
- (۲) $\vec{d}_B = -8\vec{i}$, $\vec{d}_A = -12\vec{i}$
- (۳) $\vec{d}_B = -8\vec{i}$, $\vec{d}_A = +12\vec{i}$
- (۴) $\vec{d}_B = +8\vec{i}$, $\vec{d}_A = +12\vec{i}$

پاسخ: گزینه‌ی ۳؛ در بردار مکان کاری به جهت حرکت نداریم. اگر متحرک در مکان مثبت باشد، بردار مکانش مثبت و اگر متحرک در مکان منفی باشد، بردار مکانش منفی است.



بردار مکان منفی
 $\vec{d}_A = +12\vec{i}$

بردار مکان مثبت
 $\vec{d}_B = -8\vec{i}$

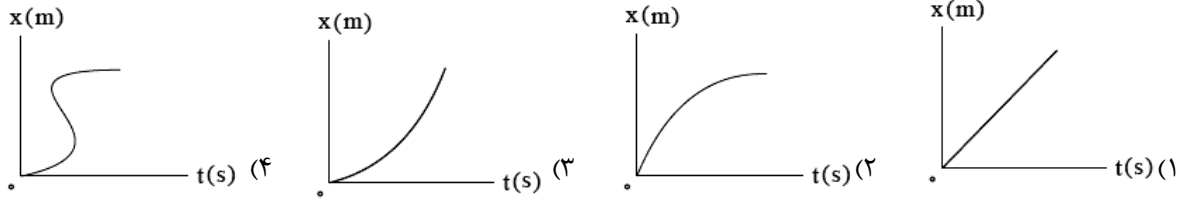


۴: متحرکی روی محور X در حال حرکت است. نمودار مکان - زمان آن مطابق کدام یک از گزینه‌های زیر

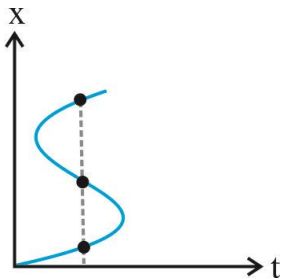


(مشابه تمرینات آخر فصل کتاب درسی)

نمی‌تواند باشد؟



پاسخ: گزینه‌ی ۴؛ متحرک در یک لحظه نمی‌تواند در چندین مکان باشد.

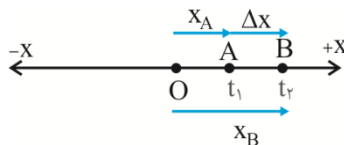
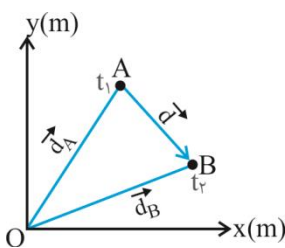


تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۱ تا ۷ مجموعه تست



جابه‌جایی (تغییر مکان) (\vec{d}):

هرگاه متحرک در لحظه‌ی t_1 در نقطه‌ی A و در لحظه‌ی t_2 در نقطه‌ی B باشد، متحرک در مدت زمان Δt به اندازه‌ی \vec{d} جابه‌جا شده است و اگر حرکت روی یک محور باشد برای نمایش جابه‌جایی از $\Delta x \vec{i}$ یا $\Delta y \vec{j}$ استفاده می‌کنیم.



$$\vec{d} = \vec{d}_B - \vec{d}_A$$

$$\vec{d} = x_B \vec{i} - x_A \vec{i} = \Delta x \vec{i}$$

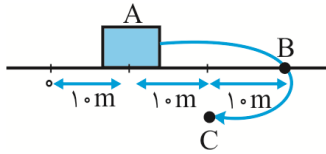
۲: بردار مکان وابسته به محور مختصات است و با تغییر آن تغییر می‌کند اما بردار جابه‌جایی مستقل از



محور مختصات است و همواره نقطه‌ی ابتدایی را به انتهای وصل می‌کند.



۵: در شکل زیر، متحرکی از موقعیت A بر روی محور x حرکت خود را شروع کرده و در پایان حرکت، خود را به موقعیت C رسانده است. بردار مکان این متحرک بوده و بردار جابه‌جایی آن می‌باشد.



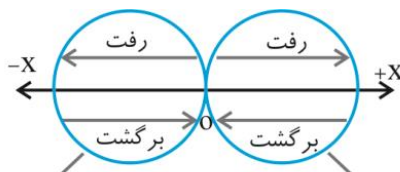
(۱) همواره در جهت محور x، $\Delta \vec{x} = -1 \cdot \vec{i}$

(۲) همواره در جهت محور x، $\Delta \vec{x} = +1 \cdot \vec{i}$

(۳) ابتدا در جهت محور x و سپس در خلاف جهت محور x، $\Delta \vec{x} = -1 \cdot \vec{i}$

(۴) ابتدا در جهت محور x و سپس در خلاف جهت محور x، $\Delta \vec{x} = +1 \cdot \vec{i}$

پاسخ: گزینه ۲؛



همواره بردار مکان

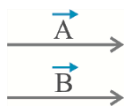
همواره بردار مکان

در خلاف جهت محور x

در جهت محور x

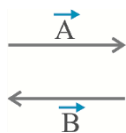


۳: در تفاضل برداری داریم:



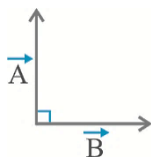
$\alpha = 0^\circ$ (زاویه‌ی بین دو بردار)

$R' \text{ یا } S = |A - B|$



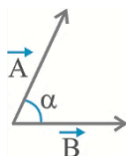
$\alpha = 180^\circ$

$R' \text{ یا } S = A + B$



$\alpha = 90^\circ$

$R' \text{ یا } S = \sqrt{A^2 + B^2}$



$R' \text{ یا } S = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \alpha}$

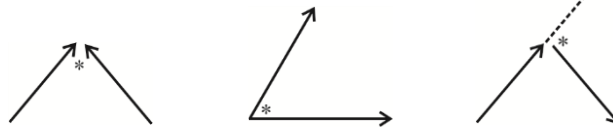
زاویه‌ی بین دو بردار

$R' \text{ یا } S = 2A \sin \frac{\alpha}{2}$

دو بردار هم اندازه هستند. $|\vec{A}| = |\vec{B}|$

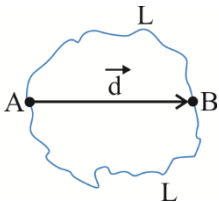
$A = B$

در مورد زاویه‌ی بین دو بردار داریم:



تفاوت مسافت طی شده (L) و جابه‌جایی (\vec{d}):

بین دو نقطه‌ی A و B مسیره‌های متعددی را می‌توان در نظر گرفت طول مسیر پیموده شده مسافت نام دارد که کمیتی اسکالر (عددی، نرده‌ای) می‌باشد. (بدون علامت بیان می‌شود).
 اما پاره‌خط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند، بردار جابه‌جایی نامیده می‌شود. پس جابه‌جایی کمیتی برداری است و کاری به مسیر حرکت ندارد.



۴: تنها در حالتی که حرکت بر روی خط راست باشد و برگشتی هم در کار نباشد. اندازه‌ی بردار جابه‌جایی



$$|\vec{d}| = L$$

با مسافت پیموده شده برابر است:

$$|\vec{d}| \leq L$$

در حالت کلی داریم:

۶: مسافت پیموده شده توسط یک متحرک همواره اندازه‌ی جابه‌جایی آن است.

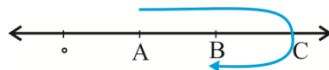


- | | |
|----------------------|----------------------|
| (۱) کوچک‌تر از | (۲) بزرگ‌تر از |
| (۳) کوچک‌تر یا مساوی | (۴) بزرگ‌تر یا مساوی |

۷: متحرکی از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B ، مطابق شکل جابه‌جا شده است. اگر $AB = BC$ باشد. نسبت



مسافت طی شده به جابه‌جایی کدام است؟



(۲) ۱/۵

(۱) ۱

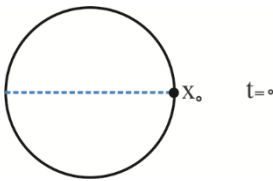
(۴) ۳

(۳) ۲

مثال ۲: متحرکی دایره‌ای به شعاع 10 m را در مدت 5 s می‌پیماید. در بازه زمانی‌های $t = 1/25\text{ (s)}$ و $t = 2/5\text{ (s)}$ و

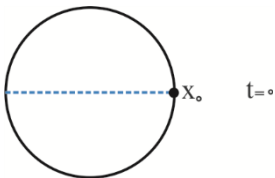
$t = 5\text{ (s)}$ مسافت پیموده شده و جابه‌جایی‌های آن‌ها را به دست آورید؟ ($\pi \simeq 3$)

مسافت پیموده شده در مدت $t = 1/25\text{ (s)}$



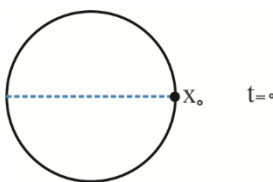
جابه‌جایی در مدت $t = 12/5\text{ (s)}$

مسافت پیموده شده در مدت $t = 2/5\text{ (s)}$



جابه‌جایی در مدت $t = 2/5\text{ (s)}$

مسافت پیموده شده در مدت $t = 5\text{ (s)}$



جابه‌جایی در مدت $t = 5\text{ (s)}$

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۸ تا ۱۹ مجموعه تست



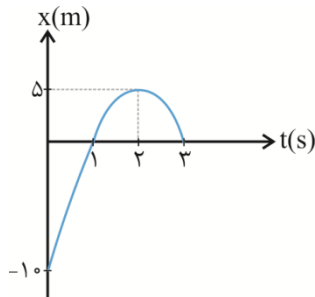
محاسبه جابه‌جایی و مسافت پیموده شده از روی نمودار مکان - زمان (x-t):



تست

۸: نمودار مکان - زمان جسمی به صورت شکل زیر است. نسبت جابه‌جایی متحرک از شروع حرکت تا

ثانیه سوم به مسافت پیموده شده در همین زمان کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) $\frac{2}{3}$

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۲۰ تا ۲۳ مجموعه تست



محاسبه جابه‌جایی و مسافت پیموده شده از روی نمودار سرعت - زمان (V-t):

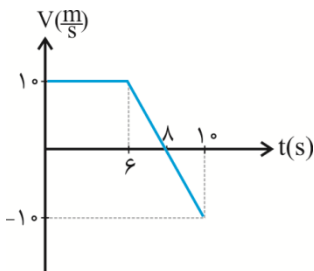
مساحت سطح پایین نمودار + مساحت سطح بالای نمودار = d

|مساحت سطح پایین نمودار| + مساحت سطح بالای نمودار = L

مثال

۳: در نمودار سرعت - زمان زیر جابه‌جایی و مسافت پیموده شده را از لحظه‌ای شروع تا لحظه‌ای که در شکل

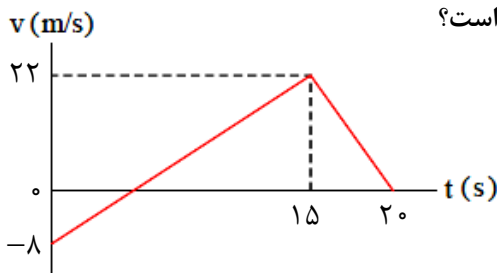
نشان داده شده است حساب کنید.



تست

۹: نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است،

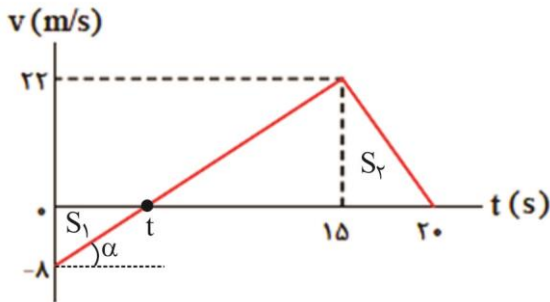
مسافت پیموده شده توسط این متحرک در بازه‌ی زمانی ۰s تا ۲۰s، چند متر است؟



- (۱) ۱۶۰
- (۲) ۱۷۶
- (۳) ۱۸۰
- (۴) ۱۹۲

پاسخ: گزینه‌ی (۴):

شیب از لحظه‌ی ۰ تا ۱۵ (s) ثابت است.



$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{30}{15} = 2 \quad (\text{از } 0 \text{ تا } 15 \text{ (s)})$$

$$\tan \alpha = \frac{\lambda}{t} = 2 \Rightarrow t = 4 \text{ (s)}$$

$$S_1 = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{4 \times -8}{2} = -16 \text{ m}$$

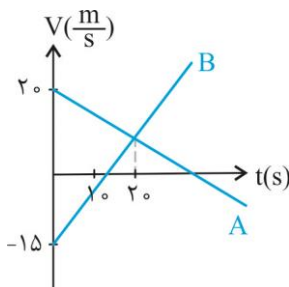
$$S_2 = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{(20 - 4) \times 22}{2} = 176 \text{ m}$$

$$L = |S_1| + S_2 = 16 + 176 = 192 \text{ m}$$

۱۰: نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. مجموع مسافتی که دو متحرک در بازه‌ی زمانی $t_1 = 0$ (s) تا $t_2 = 10$ (s) طی می‌کنند، چند متر است؟



(سراسری ریاضی فارغ از کشور - ۱۴۰۰)



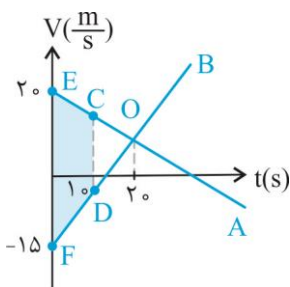
(۱) ۳۵۰

(۲) ۲۶۲/۵

(۳) ۲۵۰

(۴) ۱۲۵/۵

پاسخ: گزینه‌ی ۲؛ با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:



$$OEF \simeq OCD \Rightarrow \frac{EF}{CD} = \frac{20}{10} \Rightarrow \frac{35}{CD} = 2 \Rightarrow CD = 17/5$$

در ادامه مساحت قسمت هاشور خورده را به دست می‌آوریم.

$$S_{\text{دورنقه}} = L_A + L_B = \frac{\text{قاعده بزرگ} + \text{قاعده کوچک}}{2} \times \text{ارتفاع}$$

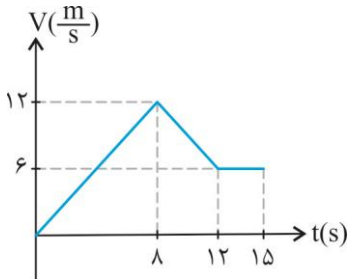
$$S_{\text{دورنقه}} = \frac{35 + 17/5}{2} \times 10 = 262/5 \text{ m}$$



تست ۱۱

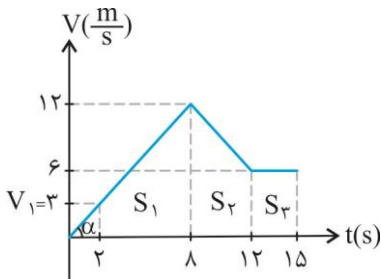
۱۱: نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می کند مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t_1 = 2(s)$ مکان متحرک در SI به صورت $x_1 = -6\vec{i}$ باشد، مکان متحرک در لحظه $t_2 = 15(s)$ در SI کدام است؟

(سراسری تجربی فارغ از کشور - ۹۹)



- (۱) $93\vec{i}$
- (۲) $96\vec{i}$
- (۳) $105\vec{i}$
- (۴) $118\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۱؛ شیب از لحظه ۰ تا $8(s)$ ثابت است.



$$t = 8(s) \text{ تا } 0 \text{ از } \tan \alpha = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$t = 2(s) \text{ تا } 0 \text{ از } \tan \alpha = \frac{V_1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow V_1 = 3 \frac{m}{s}$$

$$S_1 = \text{مساحت دوزنقه} = \frac{12+3}{2} \times 8 = 45 \text{ m}$$

$$S_2 = \text{مساحت دوزنقه} = \frac{12+6}{2} \times 4 = 36 \text{ m}$$

$$S_3 = \text{مساحت مستطیل} = 3 \times 6 = 18 \text{ m}$$

$$\Delta x = S_1 + S_2 + S_3 = 45 + 36 + 18 = 99 \text{ m}$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x = -6 + 99 = 93$$

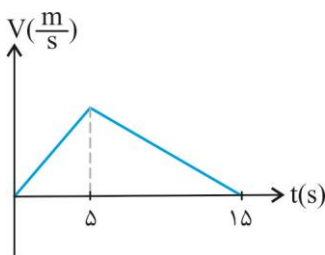
$$x_2 = 93\vec{i}$$



تست ۱۲

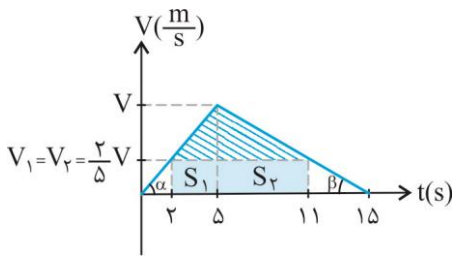
۱۲: شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور X حرکت می کند. اگر جابه‌جایی در بازه‌ی زمانی $t_1 = 2(s)$ تا $t_2 = 11(s)$ برابر 126 متر باشد، سرعت متحرک در لحظه $t = 12(s)$ چند متر بر ثانیه است؟

(سراسری ریاضی - ۱۴۰۱)



- (۱) ۸
- (۲) ۱۲
- (۳) ۳
- (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۴؛ شیب از لحظه ۰ تا ۵ ثابت است.



$$t = 5(s) \text{ تا } 0 \text{ لحظه‌ی } \tan \alpha = \frac{V}{5}$$

$$t = 2(s) \text{ تا } 0 \text{ لحظه‌ی } \tan \alpha = \frac{V_2}{2} \Rightarrow \frac{V}{5} = \frac{V_2}{2} \Rightarrow V_2 = \frac{2}{5} V$$

شیب از لحظه‌ی $t = 5(s)$ تا $t = 15(s)$ ثابت است.

$$t = 15(s) \text{ تا } t = 5(s) \text{ از لحظه‌ی } |\tan \beta| = \frac{V}{10}$$

$$t = 15(s) \text{ تا } t = 11(s) \text{ از لحظه‌ی } |\tan \beta| = \frac{V_{11}}{4} \Rightarrow \frac{V_{11}}{4} = \frac{V}{10} \Rightarrow V_{11} = \frac{2V}{5}$$

$$S_1 = \text{مساحت دوزنقه} = \frac{V + \frac{2}{5}V}{2} \times 3$$

$$S_1 = \frac{\frac{7}{5}V}{2} \times 3 \Rightarrow S_1 = \frac{7V}{10} \times 3 = \frac{21V}{10}$$

$$S_2 = \text{مساحت دوزنقه} = \frac{V + \frac{2}{5}V}{2} \times 6 = \frac{7V}{10} \times 6 = \frac{42V}{10}$$

$$S_1 + S_2 = 126 \Rightarrow \frac{21V}{10} + \frac{42V}{10} = 126$$

$$\frac{63V}{10} = 126 \Rightarrow V = 20 \frac{m}{s}$$

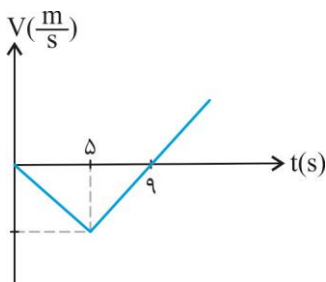
$$t = 15(s) \text{ تا } t = 12(s) \text{ از لحظه‌ی } \tan \beta = \frac{V_{12}}{3} = \frac{20}{10} \Rightarrow V_{12} = 6 \frac{m}{s}$$

۱۳: نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک



(سراسری ریاضی - ۹۹)

در لحظه‌ی $t = 0$ ، در مکان $X = 0$ باشد، پس از چند ثانیه دوباره از این نقطه عبور می‌کند؟



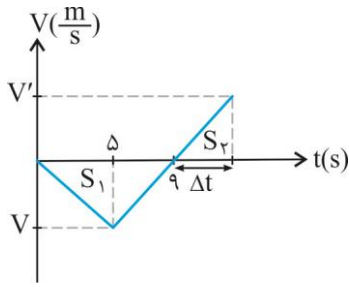
۱۵ (۱)

۱۶ (۲)

۱۸ (۳)

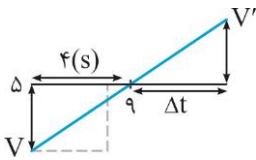
۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه‌ی ۱؛ باید اندازه‌ی مساحت سطح بالای نمودار و پایین نمودار با هم برابر باشد.



$$S_1 = \frac{9 \times V}{2} = 4.5V$$

از تشابه دو مثلث استفاده می‌کنیم.



$$\frac{V'}{V} = \frac{\Delta t}{4}$$

$$V' = \frac{\Delta t}{4} V$$

$$S_2 = \frac{\Delta t \times V'}{2} = \frac{\Delta t \times \frac{\Delta t}{4} V}{2} \Rightarrow S_2 = \frac{\Delta t^2 V}{8}$$

$$S_1 = S_2 \Rightarrow 4.5V = \frac{\Delta t^2 V}{8} \Rightarrow \Delta t^2 = 36 \Rightarrow \Delta t = 6(s)$$

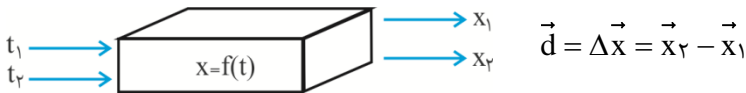
$$\text{کل } \Delta t' = 9 + \Delta t = 9 + 6 = 15(s)$$



تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۲۴ تا ۳۲ مجموعه تست

محاسبه‌ی جابه‌جایی از روی معادله‌ی مکان - زمان (x-t):

اگر x مکان تابعی از زمان باشد می‌توان با قرار دادن ۲ لحظه‌ی t_۱ و t_۲ در معادله‌ی مورد نظر جابه‌جایی را محاسبه کرد.



۱۴: معادله‌ی مکان متحرکی بر محور x در دستگاه SI به صورت $x = t^3 - 6t^2$ است. جابه‌جایی این



متحرک در ۵ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر است؟

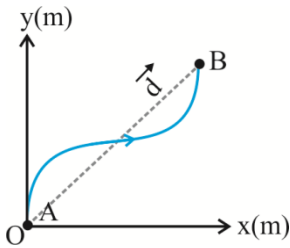
+۳۲ (۴)

-۳۲ (۳)

+۲۵ (۲)

-۲۵ (۱)

مسیر حرکت:

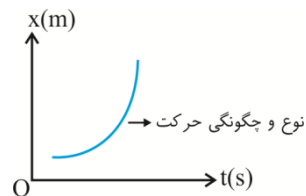
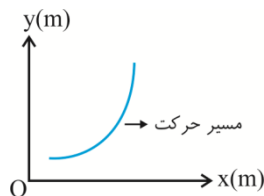


مکان هندسی مجموعه‌ی نقاطی از صفحه که متحرک در طول حرکت خود از آن نقاط عبور می‌کند. مسیر حرکت نام دارد. شکل مسیر حرکت به دستگاه مقایسه‌ای که جسم نسبت به آن سنجیده می‌شود بستگی دارد. مثلاً در حرکت ماه به دور زمین این حرکت از دید ناظر روی زمین دایره‌ای است و از دید ناظر وابسته به خورشید یک منحنی موج‌دار است. زیرا ماه

به دور زمین و زمین به دور خورشید در حرکت است. هر شکلی که در دستگاه xOy رسم شود همان شکل مسیر حرکت است که ممکن است مستقیم‌الخط و یا منحنی‌الخط باشد.



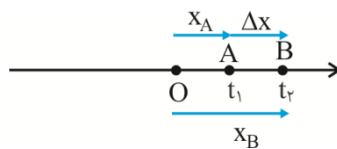
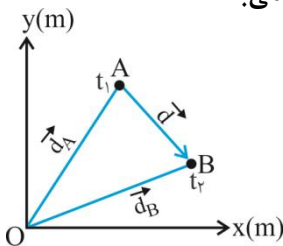
۵: دستگاه مختصات xOy شکل و مسیر حرکت و دستگاه مختصات $x-t$ نوع و چگونگی حرکت را مشخص می‌کنند. چون در دستگاه xOy زمان نداریم بنابراین کمیت‌هایی مانند سرعت، شتاب، تند یا کند بودن حرکت در دستگاه $x-t$ تحلیل می‌شوند.



سرعت متوسط (\vec{V}_{av}):

به‌طور کلی آهنگ تغییر مکان سرعت متوسط نام دارد. در هر نوع حرکتی از تقسیم بردار جابه‌جایی به بازه‌ی زمانی،

سرعت متوسط به‌دست می‌آید. سرعت کمیتی برداری است و واحد آن در SI متر بر ثانیه ($\frac{m}{s}$) می‌باشد.



$$\vec{V}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

$$\vec{V}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$



۶: چون Δt همواره مثبت است بنابراین بردار سرعت متوسط الزاماً هم‌راستا و هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است. اگر متحرک در جهت مثبت محور x یا y حرکت کند. جابه‌جایی و سرعت متوسط آن مثبت و اگر در جهت منفی محور x یا y حرکت کند. جابه‌جایی و سرعت متوسط آن منفی خواهد بود.

$$\Delta \vec{x} > 0 \rightarrow \vec{V}_{av} > 0$$

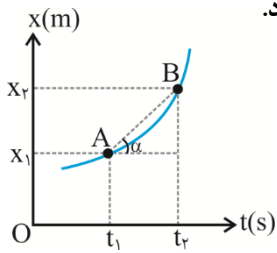
$$\Delta \vec{x} < 0 \rightarrow \vec{V}_{av} < 0$$

$$\Delta \vec{x} = 0 \rightarrow \vec{V}_{av} = 0 \rightarrow (\text{رفت و برگشت کامل})$$



۷: با توجه به نمودار مکان - زمان می توان نتیجه گرفت که شیب خط قاطع بر این نمودار معرف سرعت متوسط

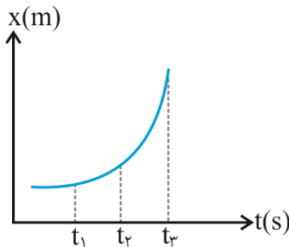
متحرک است. هرچه قدر خط قائم تر باشد، شیب بیش تر و سرعت متوسط بیش تر خواهد بود.



$$\tan \alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \vec{V}_{av}$$



۱۵: تست با توجه به نمودار مکان - زمان مقابل سرعت متوسط در کدام بازه زمانی بیش تر است؟



(۱) t_1 تا t_2

(۲) t_2 تا t_3

(۳) t_1 تا t_3

(۴) بستگی به بازه زمانی دارد.



۱۶: تست اگر $x = 0.25 + \sin \pi t$ معادله‌ی مکان - زمان متحرکی باشد آن گاه سرعت متوسط در ۵ ثانیه‌ی

دوم کدام است؟

(۴) π

(۳) 2π

(۲) 0.5

(۱) صفر



۸: علامت سرعت نشان دهنده‌ی جهت حرکت است. اگر علامت سرعت مثبت باشد یعنی متحرک در جهت

مثبت محور X یا Y حرکت می کند و اگر علامت سرعت منفی باشد نشانگر این موضوع است که متحرک در خلاف

جهت محور در حرکت است.



۱۷: تست معادله‌ی سرعت - زمان متحرکی به صورت $V = 6t^2 - 24t + 10/5$ است. در بازه‌ی زمانی

(سراسری تجربی - ۹۶ - با تغییر)

$t_1 = 2(s)$ تا $t_2 = 4(s)$ چند ثانیه متحرک خلاف جهت محور X حرکت کرده است؟

(۴) ۲

(۳) $1/5$

(۲) ۱

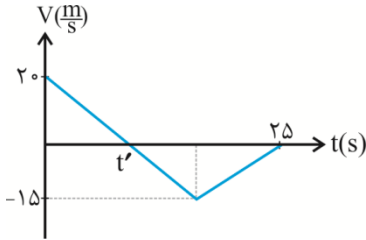
(۱) 0.5



۱۸: نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می کند، مطابق شکل روبه رو است. بزرگی

سرعت متوسط متحرک در بازه ی زمانی که حرکت متحرک خلاف جهت محور X است. چند متر بر ثانیه است؟

(سراسری ریاضی - ۹۴)



(۱) صفر

(۲) ۲/۵

(۳) ۷/۵

(۴) ۱۰

تکلیف: بررسی تست های شماره ۳۳ و ۳۴ مجموعه تست



$\Delta x = v \Delta t$

۹: هرگاه متحرکی مسافت های متوالی x_1, x_2, \dots, x_n را با سرعت های v_1, v_2, \dots, v_n در زمان های t_1, t_2, \dots, t_n طی کند برای محاسبه ی سرعت متوسط داریم:

$$\vec{V}_{av} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$$

Handwritten diagram showing $\Delta x = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{v}$ with $\Delta x_i = v_i t_i$ and $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$.

۱۹: متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند. نصف مسیری را با سرعت $30 \frac{m}{s}$ طی می کند. نصف دیگر مسیر را با چه سرعتی طی کند تا سرعت متوسط آن در کل مسیر $24 \frac{m}{s}$ باشد؟

(حرکت در راستای فضا)

۲۶ (۴)

۲۲ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

$\Delta x = v \Delta t$

۲۰: متحرکی t_1 ثانیه با سرعت ثابت ۲۵ متر بر ثانیه و t_2 ثانیه با سرعت ثابت ۵۰ متر بر ثانیه دو مسیر

متوالی را بر مسیر مستقیم طی می کند. اگر سرعت متوسط این متحرک در کل مسیر ۳۰ متر بر ثانیه باشد نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ کدام است؟

Handwritten diagram showing two segments of motion with velocities $v_1 = 25$ and $v_2 = 50$ and times t_1 and t_2 . Displacements are Δx_1 and Δx_2 .

$$V_{av} = \frac{25t_1 + 50t_2}{t_1 + t_2} = 30$$

$$25t_1 + 50t_2 = 30t_1 + 30t_2$$

Answers: ۴ (۳), ۱/۲ (۲), ۲ (۱)

$$(2.0)t_r = 0 t_1 \rightarrow \frac{t_1}{t_r} = \frac{2.0}{1} = 2$$

تندی متوسط $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ — سرعت متوسط

تندی متوسط (S_{av}):

در هر نوع حرکتی از تقسیم مسافت پیموده شده به بازه زمانی تندی متوسط به دست می آید که کمیتی نرده ای است و یکای آن مانند سرعت در SI متر بر ثانیه ($\frac{m}{s}$) می باشد.

$S_{av} = \frac{L}{\Delta t}$ — مسافت
— زمان

۱۰: می توان علاوه بر واحد ($\frac{m}{s}$) برای تندی و سرعت از واحد دلخواه دیگری مانند ($\frac{km}{h}$) نیز استفاده کرد.

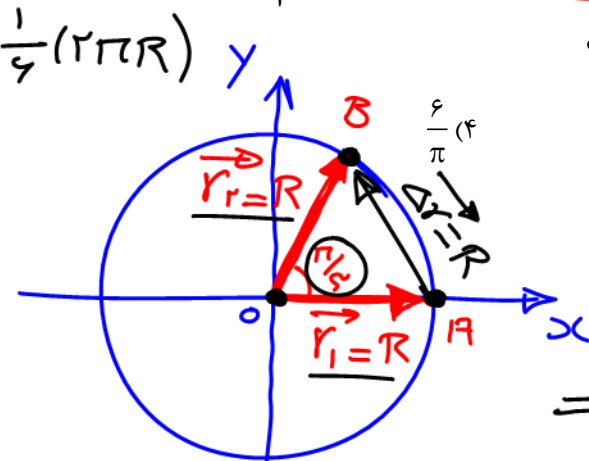
$$\frac{km}{h} \times \frac{1}{3.6} = \frac{m}{s}$$

۱۱: در یک بازه زمانی مشخص اگر متحرک بر روی خط راست حرکت کند و تغییر جهتی نداشته باشد

اندازه ی سرعت متوسط و تندی متوسط آن با هم برابر است. (پرسش کتاب درس)

۲۱: متحرکی در یک مسیر دایره ای به شعاع R با سرعت ثابت، کمائی با زاویه ی $\frac{\pi}{3} rad$ را در مدت

پیموده است. اندازه ی سرعت متوسط چند برابر تندی متوسط آن می باشد؟



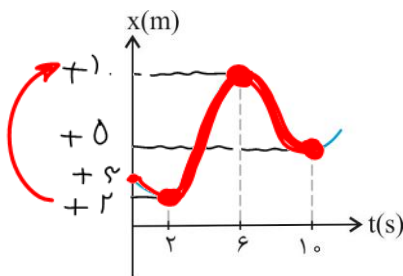
$$|v_{av}| = \frac{|\Delta r|}{\Delta t} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{R}{\frac{1}{6}(2\pi R)} = \frac{6}{2\pi} = \frac{3}{\pi}$$

۲۲: نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. تندی متوسط در کدام یک از بازه های زمانی

مشخص شده در گزینه ها بیش تر است؟

(سراسری تجربی - ۱۴۰۰)

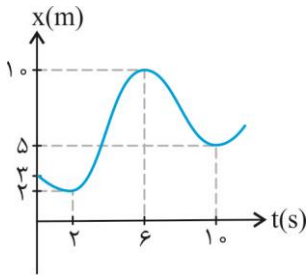
$$S_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



۱) ۰ تا ۲ (۱)
۲) ۰ تا ۶ (۲)
۳) ۲ تا ۱۰ (۳)
۴) ۶ تا ۱۰ (۴)

۱,۲۸ = ۵/۴

پاسخ: گزینه ی ۳؛ با عددگذاری می توانیم این سؤال را حل کنیم البته اعداد فرضی



$$S_{0 \rightarrow 2} = \frac{L}{t} = \frac{1}{2} = 0.5 \frac{m}{s}$$

$$S_{0 \rightarrow 6} = \frac{L}{t} = \frac{1+8}{6} = \frac{9}{6} = 1.5 \frac{m}{s}$$

$$S_{2 \rightarrow 10} = \frac{L}{t} = \frac{8+5}{8} = \frac{13}{8} \approx 1.6 \frac{m}{s}$$

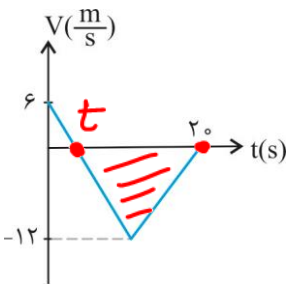
$$S_{6 \rightarrow 10} = \frac{L}{t} = \frac{5}{4} = 1.25 \frac{m}{s}$$

۲۳: شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور X حرکت می کند. **تندی متوسط**



(سراسری ریاضی - ۱۴۰۰)

متحرک در مدتی که در **خلاف جهت محور حرکت می کند**، چند متر بر ثانیه است؟



$$S_{avr} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{|(20-t)(-12)|}{2} = 6$$

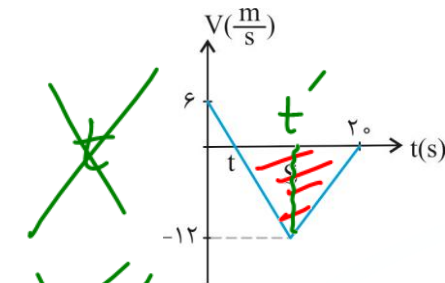
(۱) صفر

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۹

پاسخ: گزینه ی ۲؛



$$\int v-t = \Delta x$$

$$|\int v-t| = L$$

تکلیف: بررسی تست های شماره ۳۵ تا ۹۴ مجموعه تست



سرعت = برداری در حین جابجایی



$$v =$$

$$x = f(t) \rightarrow v = f'(t)$$

سرعت
معنا

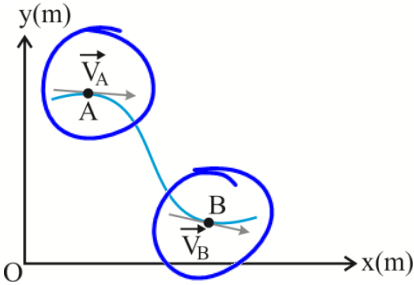
$$x = t^3 - 5t^2 + 5t + 1$$

$$v = 3t^2 - 10t + 5$$

سرعت لحظه‌ای (\vec{v}):

حد سرعت متوسط وقتی $\Delta t \rightarrow 0$ سرعت لحظه‌ای نام دارد، کمیتی برداری است که در هر لحظه بر مسیر حرکت مماس

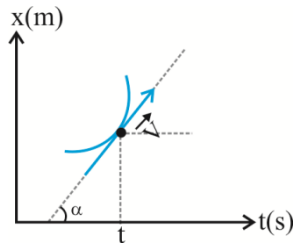
می‌شود. به‌طور کلی سرعت لحظه‌ای مشتق مکان است نسبت به زمان



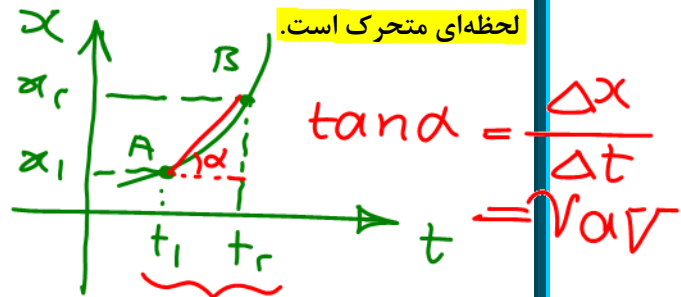
$$\vec{v}_{av} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

۲: با توجه به نمودار مکان - زمان می‌توان نتیجه گرفت که شیب خط مماس بر این نمودار معرف سرعت

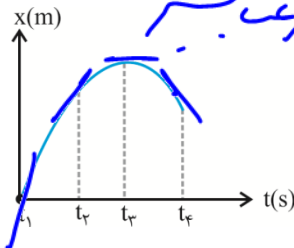
شیب خط مماس بر این نمودار معرف سرعت است



$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \vec{v}$$



۲۴: شکل مقابل نمودار مکان - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. در کدام



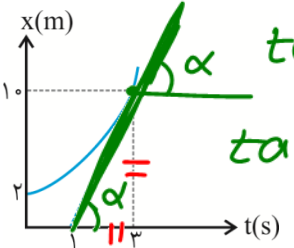
هر چه در آن بیشتر است

لحظه، سرعت متحرک بیشینه است؟

- t_1 (۱)
- t_2 (۲)
- t_3 (۳)
- t_4 (۴)

بیشترین سرعت در آن لحظه است

۲۵: با توجه به نمودار مقابل سرعت در لحظه‌ی $t = 3$ (s) چند برابر سرعت متوسط تا لحظه‌ی $t = 3$ (s) است؟



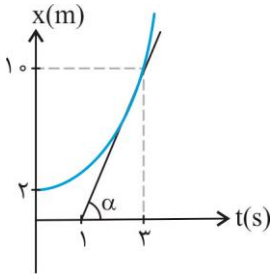
$$\tan \alpha = \frac{10 - 2}{3 - 0} = 8$$

- $\frac{15}{8}$ (۱)
- $\frac{1}{3}$ (۲)
- $\frac{1}{15}$ (۴)
- ۵ (۳)

پاسخ: گزینه‌ی (۱)

$$v_{t=3} = \frac{10 - 2}{3 - 0} = \frac{8}{1} = 8$$

$$v_{av} = \frac{10 - 2}{3 - 0} = \frac{8}{1} = 8$$



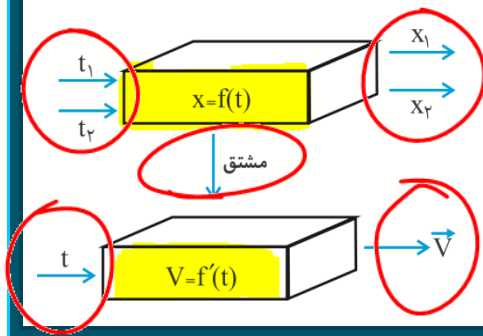
$$V_3 = \tan \alpha = \frac{10}{3-1} = 5 \frac{m}{s}$$

$$V_{av \rightarrow 3} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_3 - x_0}{3 - 0} = \frac{10 - 2}{3} = \frac{8}{3} \frac{m}{s}$$

$$\frac{V_3}{V_{av \rightarrow 3}} = \frac{5}{\frac{8}{3}} = \frac{15}{8}$$



۳: با توجه به معادله‌ی مکان - زمان و مشتق‌گیری از آن می‌توان با قرار دادن هر لحظه در معادله‌ی سرعت - زمان، سرعت لحظه‌ای را محاسبه کرد.



$$\Rightarrow \vec{V}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt}$$

نست
از معادله‌ی زمان
ت



۲۶: معادله‌ی مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت

$x = 2t^3 + 1t + 1$ است. چند ثانیه پس از شروع حرکت، سرعت متوسط نصف سرعت لحظه‌ای متحرک می‌شود؟

$t_1 = 0$

$t_r = t = ?$

۲/۵ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

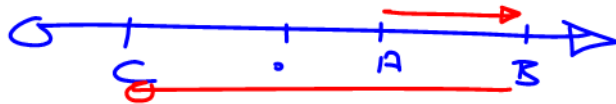
۰/۵ (۱)

$$v_{av} = \frac{1}{t} v \rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{t} (6t^2 + 1) \rightarrow \frac{(2t^3 + 1t + 1) - 1}{t - 0} = 2t^2 + 1$$

$$2t^2 + 1 = 1t^2 + 1 \rightarrow 1 = t^2 \rightarrow t = 1$$

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۹۵ تا ۱۰۰ مجموعه تست





نکته: ۴ نکته بسیار مهم:

برای بررسی چگونگی حرکت متحرک در بازه‌های زمانی و محاسبه‌ی مسافت طی شده باید معادله‌ی سرعت را به دست آوریم که مطمئن شویم متحرک در طول مسیر خود تغییر جهت نداشته است یا تغییر جهتی در کار نبوده، بدین منظور از معادله‌ی مکان مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی سرعت حاصل شود. و به بررسی معادله‌ی سرعت می‌پردازیم.

۱- اگر معادله‌ی سرعت ریشه‌ی ساده داشته باشد. یعنی در این لحظه یا لحظات متحرک متوقف داشته و تغییر جهت می‌دهد. $\Delta > 0$

۲- اگر معادله‌ی سرعت ریشه‌ی مضاعف داشته باشد در این لحظه متحرک متوقف شده است ولی تغییر جهتی در کار نیست یعنی متحرک پس از توقف به مسیر خود در همان جهت ادامه داده است. $\Delta = 0$

۳- اگر معادله‌ی سرعت در بازه‌ی زمانی مورد نظر ریشه نداشته باشد یعنی توقف و تغییر جهتی در کار نبوده است که در این حالت نیز اندازه‌ی بردار جابه‌جایی برابر با مسافت پیموده شده است. $\Delta < 0$

$t=2$
 $t=3$

توقف
توقف

تست ۲۷: معادله‌ی سرعت - زمان متحرکی در SI به صورت $\vec{v} = (t-2)(t^2 - 5t + 6)$ می‌باشد. این

متحرک در طول حرکت خود چند بار تغییر جهت می‌دهد؟

تغییر جهت نمی‌دهد. (۴)

(۳)

(۲)

(۱)

$v=0 \rightarrow$

$t-2=0 \rightarrow t=2$

$t^2-5t+6=0 \rightarrow t=2, t=3$

توقف + توقف
توقف + توقف

تست ۲۸: معادله‌های حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^2$ و $y = 6t + 8$ است. در لحظه‌ی $t = 3(s)$ جهت

حرکت جسم با سطح افقی زاویه‌ی چند درجه می‌سازد؟ (حرکت جسم در صفحه‌ی قائم است.)

(۴)

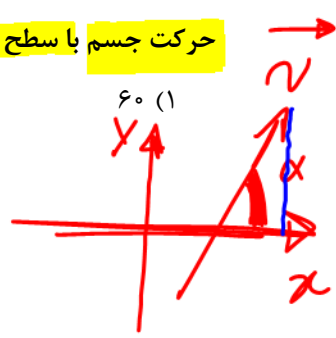
(۳)

(۲)

(۱)

$x = t^2$
 $y = 6t + 8$
 $v_x = 2t$
 $v_y = 6$

$v = (2t)i + 6j \rightarrow \tan \alpha = \frac{6}{2t}$
 $\tan \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$



مولفه x
مولفه y

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۱۰۱ تا ۱۰۳ مجموعه تست



توقف - توقف

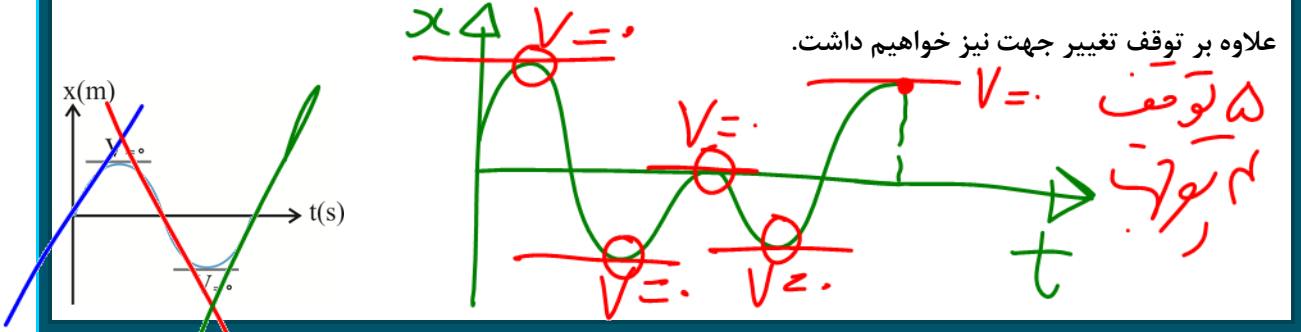
توقف + توقف



۵: همان طور که قبلاً بیان شد شیب بر روی نمودار مکان - زمان معرف عدد و علامت سرعت است.

در نقاط اکسترمم (max, min) شیب مماس بر نمودار صفر می باشد پس توقف داریم اگر اکسترمم کامل باشد

علاوه بر توقف تغییر جهت نیز خواهیم داشت.



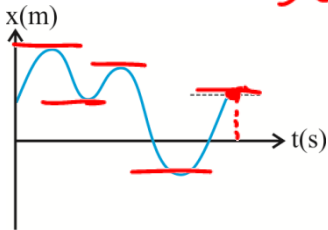
۲۹: نمودار مکان - زمان به شکل زیر است. این متحرک در کل زمان حرکت خود چند بار تغییر جهت



توقف

تغییر جهت

داده است؟



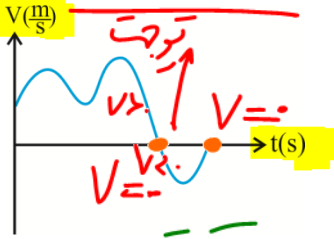
۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

۳۰: در نمودار سرعت - زمان زیر متحرک در کل زمان حرکت خود چند بار تغییر جهت داشته است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

در نقاطی که نمودار بر محور t
بر خوردن از آن عبور می کند

تکلیف: بررسی تست های شماره ۱۰۴ تا ۱۱۴ مجموعه تست



تندی لحظه ای (V):

تندی متحرک در هر لحظه از زمان را، تندی لحظه ای می نامند که کمیتی نرده ای است و همانند سرعت لحظه ای می باشد

اما بدون توجه به جهت حرکت. (بدون علامت است)



۱۶: عقربه ی تندی سنج اتومبیل تندی لحظه ای را نمایش می دهد.

۵ m/s



۱۷: سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای را به اختصار سرعت (\vec{V}) و تندی (V) می‌نامند.



حالا بریم سراغ تست‌های ۱۱۵ و ۱۱۶ مجموعه تست

هرگز نرال
 a_c یا a_n
 نرال

شتاب:

به طور کلی شتاب به معنای تغییر سرعت است و از آن جایی که سرعت یک کمیت برداری است. این تغییر می‌تواند به علت تغییر در بزرگی سرعت و یا تغییر در راستا و جهت سرعت و همچنین تغییر در هر دو مورد باشد.

۱- اگر بزرگی سرعت تغییر کند شتاب حاصل مماسی (خطی) می‌باشد. (a_t)

۲- اگر راستا و جهت سرعت تغییر کند شتاب حاصل مرکزگرا (جانب مرکز - قائم - نرال) می‌باشد. (a_n)

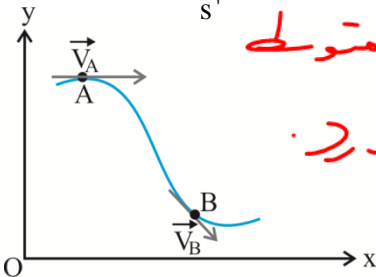
دقت شود زمانی که مسیر حرکت منحنی است. الزاماً به شتاب مرکزگرا نیاز داریم.



شتاب متوسط (\vec{a}_{av}):

به طور کلی آهنگ تغییر بردار سرعت، شتاب نامیده می‌شود و در هر نوع حرکتی از تقسیم بردار تفاضل سرعت به بازه‌ی

زمانی شتاب متوسط حاصل می‌شود. شتاب کمیتی برداری است و واحد آن در SI متر بر مربع ثانیه ($\frac{m}{s^2}$) می‌باشد.



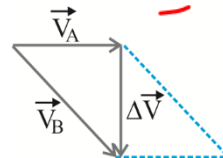
اگت تو سرعت بت - متوسط

رررر

$$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

رررر



۱۸: چون Δt همواره مثبت است، بنابراین راستا و جهت بردار شتاب متوسط همواره با راستا و جهت بردار

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

$$\Delta \vec{V} > 0 \rightarrow \vec{a}_{av} > 0$$

$$\Delta \vec{V} < 0 \rightarrow \vec{a}_{av} < 0$$

$$\Delta \vec{V} = 0 \rightarrow \vec{a}_{av} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{av} \equiv \Delta V \\ v_{av} \equiv \Delta r \end{array} \right.$$

تغییر سرعت یکی است.



بین بردارهای شتاب متوسط و سرعت لحظه‌ای هیچ رابطه‌ی خاصی از نظر علامت وجود ندارد. یعنی این ۲

می‌توانند هر زاویه‌ای با هم بسازند.





تست

۳۱: گلوله‌ای با اندازه‌ی سرعت ثابت $\frac{5}{s}$ مسیر دایره‌ای به شعاع 10 متر را طی می‌کند. اندازه‌ی شتاب

متوسط آن در مدتی که گلوله نصف دایره را می‌پیماید چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۲/۵ (۴)

۱/۲۵ (۳)

$\frac{5}{2\pi}$ (۲)

$\frac{5}{\pi}$ (۱)

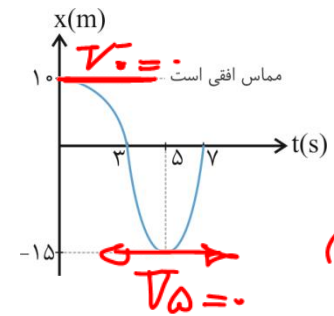
۹: با توجه به نمودار سرعت - زمان می‌توان نتیجه گرفت که شیب خط قاطع بر نمودار سرعت - زمان معرف شتاب متوسط متحرک است.

$$\tan \alpha = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \vec{a}_{av}$$

۲۰: برای به‌دست آوردن شتاب متوسط از روی معادله به معادله‌ی سرعت - زمان نیاز داریم. با قرار دادن t_1 و t_2 در معادله‌ی سرعت - زمان شتاب متوسط محاسبه می‌شود.

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

۲۲: نمودار مکان - زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل مقابل است. شتاب متوسط و سرعت متوسط متحرک تا لحظه‌ی توقف به ترتیب در SI کدام است؟



$$a_{av} = \frac{V_5 - V_0}{5 - 0} = \frac{0 - 0}{5} = 0$$

$$v_{av} = \frac{x_5 - x_0}{5 - 0} = \frac{-10 - 10}{5} = -4$$

- (۱) +۵ و -۵
- (۲) +۵ و صفر
- (۳) صفر و -۵ ✓
- (۴) صفر و صفر

شیب خط مماس بر نمودار x-t در لحظه = صفر و برابر شتاب (خط افقی) $V_5 = 0$ $V_0 = 0$



۳۳ تست: متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازه‌ی زمانی $t_1 = 5(s)$ تا

$t_2 = 10(s)$ در SI برابر $-4\vec{i}$ و در بازه‌ی زمانی $t_3 = 10(s)$ تا $t_4 = 12(s)$ برابر $2\vec{i}$ است. بردار شتاب متوسط آن در

(سراسری تجربی - ۱۴۰۰)

بازه‌ی زمانی $t_1 = 5(s)$ تا $t_3 = 12(s)$ در SI، کدام است؟

پاسخ: گزینه‌ی ۲؛

$$a_{av} = \frac{v_1 - v_5}{1 - 5} \rightarrow v_1 - v_5 = -2$$

$$a_{av} = \frac{v_{12} - v_{10}}{12 - 10} \rightarrow v_{12} - v_{10} = 2$$

$$a_{av} = \frac{v_{12} - v_5}{12 - 5} = \frac{-14}{7}$$

گزینه‌ها: (۱) $-\frac{2}{7}\vec{i}$, (۲) $-\frac{14}{7}\vec{i}$, (۳) $4\vec{i}$, (۴) $8\vec{i}$

حالا بریم سراغ تست‌های ۱۱۷ تا ۱۴۲ مجموعه تست

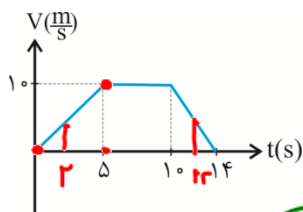


محاسبه‌ی تغییرات بردار سرعت از روی نمودار سرعت - زمان (v-t):

۳۴ تست: متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل است. شتاب

(سراسری تجربی - ۹۷)

متوسط این متحرک در بازه‌ی زمانی $t = 2(s)$ تا $t = 12(s)$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



گزینه‌ها: (۱) $\frac{1}{10}$, (۲) $\frac{1}{10}$, (۳) $\frac{7}{10}$, (۴) صفر

محاسبه شتاب متوسط:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{12} - v_2}{12 - 2} = \frac{1 - 0}{10} = \frac{1}{10}$$

گزینه ۱ صحیح است.

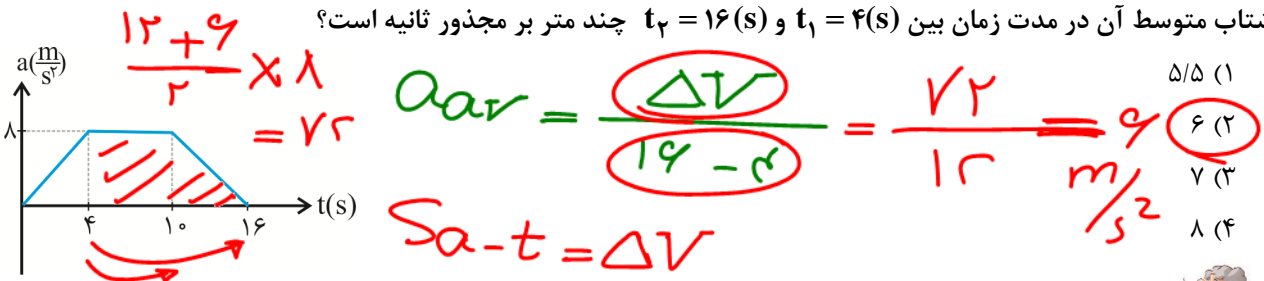
تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۱۴۳ و ۱۴۴ مجموعه تست



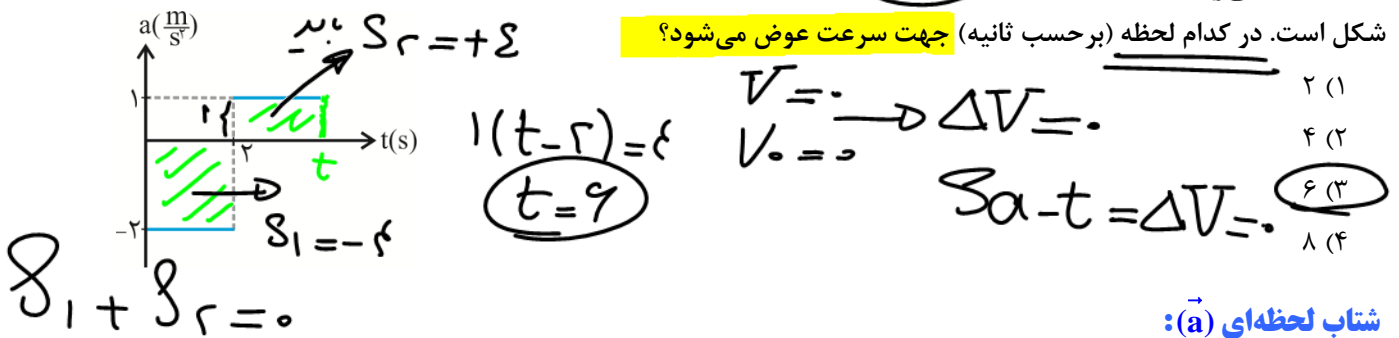
محاسبه تغییرات بردار سرعت از روی نمودار شتاب - زمان (a-t):

مساحت سطح پایین نمودار + مساحت سطح بالای نمودار = ΔV

۳۵: نمودار شتاب - زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می کند در SI به صورت شکل زیر است. شتاب متوسط آن در مدت زمان بین $t_1 = 4(s)$ و $t_2 = 16(s)$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۳۶: متحرکی از (حال سکون) در مسیر مستقیم به حرکت درمی آید و نمودار شتاب - زمان آن مطابق شکل است. در کدام لحظه (بر حسب ثانیه) جهت سرعت عوض می شود؟



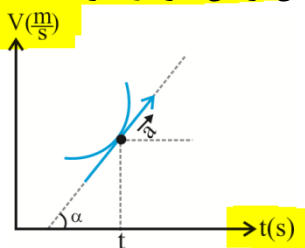
شتاب لحظه‌ای (a):

به طور کلی به حد تغییرات سرعت در بازه‌ی زمانی Δt وقتی $\Delta t \rightarrow 0$ شتاب لحظه‌ای گفته می شود، شتاب لحظه‌ای را به

اختصار شتاب می نامند.

$$\vec{a}_{av} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a}$$
 شتاب لحظه‌ای

۲۱: با توجه به نمودار سرعت - زمان می توان نتیجه گرفت که شیب خط مماس بر این نمودار معرف شتاب



لحظه‌ای متحرک است.

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \vec{a}$$

۲۲: با استفاده از معادلات مکان و سرعت می توان به معادله‌ی شتاب رسید. شتاب مشتق اول سرعت

نسبت به زمان و یا مشتق دوم مکان نسبت به زمان است.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$x = 9t^2 - 12t + 1 \rightarrow a = 18t - 12$$

$$v = 18t - 12$$

Handwritten calculations for average velocity:

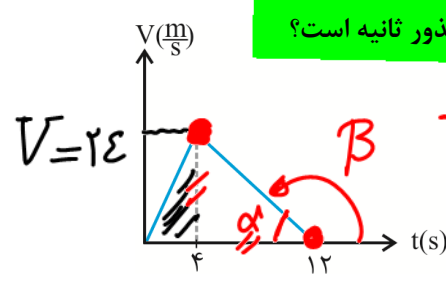
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{s_{v-t}}{t} \rightarrow s_{v-t} = \frac{1}{2} v \times t$$

$$v = 12$$

✓ چگونگی نمودار $t = 17$ از $t = 12$ خط مورب است پس تند - متوسط - کند خوانی اول در این مدت از حرکت در خط است.

۳۷ تست: شکل مقابل نمودار سرعت - زمان متحرکی در مسیر مستقیم است. اگر سرعت متوسط متحرک در

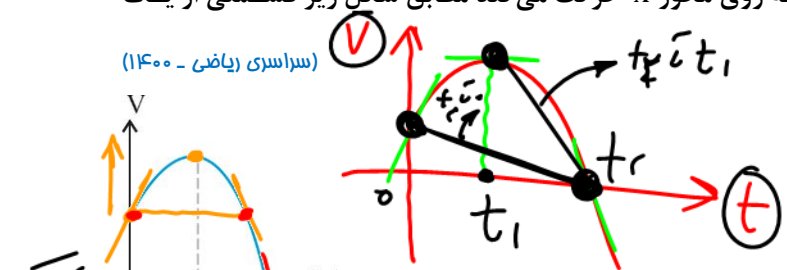
۴ ثانیه اول برابر با $12 \frac{m}{s}$ باشد، اندازه شتاب متحرک در لحظه $t = 10(s)$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟



$\tan \alpha = \frac{24}{4} = 6 \rightarrow \tan \beta = a = -6$
 $|a| = 6$

- ۳ (۱) ✓
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

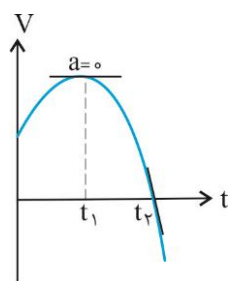
۳۸ تست: نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می کند مطابق شکل زیر قسمتی از یک



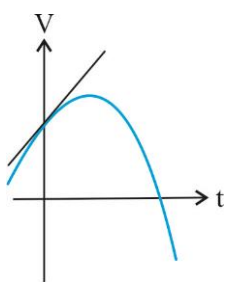
سهمی است. کدام مورد درست است؟
 ۱) در بازه صفر تا t_1 تندی در حال کاهش است. ✓
 ۲) بزرگی شتاب در لحظه صفر و t_2 برابر است. ✓
 ۳) در بازه صفر تا t_2 شتاب خلاف جهت محور X است. ✓
 ۴) بزرگی شتاب متوسط در بازه t_1 تا t_2 بیش تر از بزرگی شتاب متوسط در بازه صفر تا t_2 است. ✓

پاسخ: گزینه ۴؛
 شیب خط مماس از t_1 تا t_2 بزرگ تر است

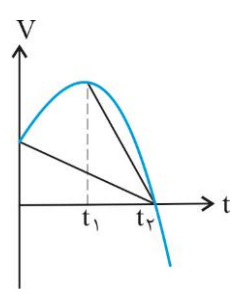
گزینه ۱ نادرست: با توجه به نمودار تندی از بازه زمانی صفر تا t_1 در حال افزایش است.
 گزینه ۲ نادرست: شیب بر روی نمودار سرعت - زمان معرف شتاب است که در این دو لحظه شیب نمودار با هم برابر نیست.



گزینه ۳ نادرست: در لحظه صفر شیب بر روی نمودار مثبت است.



گزینه ۴: شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان معرف شتاب متوسط است.



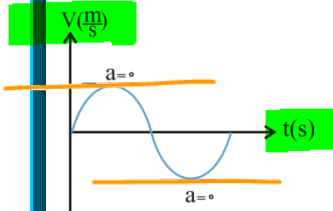
شیب از t_1 تا t_2 < شیب از صفر تا t_2



۳۳: همان طور که قبلاً بیان شد شیب بر روی نمودار سرعت - زمان معرف عدد و علامت شتاب است.

در نقاط اکسترمم (max, min) شیب مماس بر نمودار و شتاب صفر می باشد. اگر اکسترمم کامل باشد شتاب

تغییر جهت می دهد.

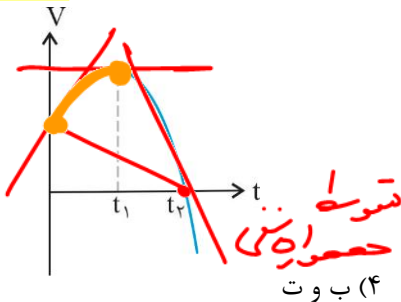


۳۹: نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. کدام موارد



(سراسری تجربی فارج از کشور - ۱۴۰۰)

زیر درست است؟



کفرا
+
-
۰

الف) جهت سرعت و شتاب در لحظه t_1 تغییر کرده است.

ب) در بازه t_1 تا t_2 حرکت در جهت محور X است.

پ) در بازه زمانی صفر تا t_1 تندی در حال کاهش است.

د) بردار شتاب در بازه زمانی صفر تا t_2 خلاف جهت محور X است.

الف و ت (۳)

پ (۲)

ب (۱)

پاسخ: گزینه ی ۱؛

الف نادرست: در لحظه t_1 شیب نمودار که معرف شتاب است صفر می شود پس فقط شتاب تغییر جهت می دهد.

ب درست: از لحظه t_1 تا t_2 علامت سرعت مثبت است پس حرکت در جهت مثبت محور X بوده است.

پ نادرست: در بازه زمانی صفر تا t_1 تندی در حال افزایش است.

ت نادرست: شیب مماس بر نمودار سرعت - زمان معرف شتاب است که از لحظه t_1 تا t_2 شیب نمودار مثبت است پس

علامت شتاب نیز مثبت بوده است.

تکلیف: بررسی تست های شماره ۱۴۵ تا ۱۵۳ مجموعه تست



۲۲: هرگاه R بخواهد برآیند ۲ بردار A و B باشد باید از مجموع آنها کوچک تر و از تفاضل آنها بزرگ تر

$$|A - B| \leq R \leq A + B$$

باشد.

$$\Delta v_{max} = 22$$

$$v_{av} = \frac{22}{2} = 11$$

Max 12 9



مهندس علیرضا یارمحمدی | حرکت در راستای خط راست (سینماتیک) | ۲۸

۴۰: اگر ذره‌ای در مدت زمان ۱۲s، جابه‌جایی‌های ۷m و ۵m و ۱۰m را انجام دهد. کم‌ترین مقدار **سرعت متوسط** در طول مسیر حرکت چند متر بر ثانیه می‌تواند باشد؟

تشریح شد

۱ (۴) $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۱) صفر

$\Delta x_{Min} = 2 \rightarrow V_{av} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

۲-۱- حرکت یکنواخت (حرکت با سرعت ثابت):

اگر تندی متحرکی در هر نقطه از مسیرش ثابت باشد و تغییر نکند حرکت آن را یکنواخت می‌نامند. حرکت با سرعت ثابت بر روی خط راست ساده‌ترین نوع حرکت است.

تنها ملاک یکنواخت بودن حرکت یک متحرک ثابت ماندن تندی آن در طول مسیرش است نه شکل مسیر آن.

۲۵: در حرکت یکنواخت در راستای خط راست، هم جهت سرعت و هم اندازه‌ی آن ثابت است. اما در حرکت دایره‌ای یکنواخت فقط اندازه‌ی سرعت (تندی) در طول مسیر ثابت است و جهت و راستای سرعت در هر نقطه از مسیر تغییر می‌کند.

۲۶: در مورد حرکت یکنواخت بر روی خط راست داریم:

- ۱- متحرک در زمان‌های مساوی و متوالی مسافت‌های مساوی را طی می‌کند.
- ۲- در این حرکت سرعت لحظه‌ای و سرعت متوسط با هم برابرند.
- ۳- در هر بازه‌ی زمانی شتاب حرکت صفر می‌باشد. $a = 0$

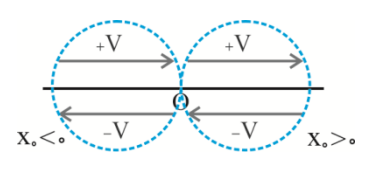
$\vec{V}_{av} = \vec{V}$

معادلات حرکت یکنواخت بر روی خط راست:

۱) V ثابت $\Rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow a = 0$

۲) $\vec{V} = \vec{V}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

۳) $\Delta x = V \Delta t \Rightarrow x - x_0 = V(t - t_0) \xrightarrow{t_0=0} x - x_0 = Vt \Rightarrow x = Vt + x_0$



$x = \pm Vt \pm x_0$

↓

$t = 0$ مکان اولیه در لحظه‌ی

در حالت کلی داریم:



تست ۴۱: متحرکی با سرعت ثابت بر محور X ها در حال حرکت است. اگر متحرک در لحظه‌ی $t_1 = 3$ (s) در

مکان $+2m$ و در لحظه‌ی $t_2 = 7$ (s) در مکان $-10m$ قرار گیرد، معادله‌ی حرکت آن کدام است؟

$x = 3t + 11$ (۴)

$x = -3t - 11$ (۳)

$x = 3t - 11$ (۲)

$x = -3t + 11$ (۱)

$t_1 = 3 \rightarrow x_1 = +2$

$t_2 = 7 \rightarrow x_2 = -10$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-10 - 2}{7 - 3} = -3$$

$x = -3t + x_0$
 $2 = -9 + x_0 \rightarrow x_0 = 11 \rightarrow x = -3t + 11$

تست ۴۲: متحرکی در ثانیه‌ی دوم حرکت یکنواخت خود از مبدأ مکان به مکان $+4m$ می‌رسد، معادله‌ی حرکت آن

کدام است؟

$x = 4t - 4$ (۴)

$x = 2t - 2$ (۳)

$x = 2t$ (۲)

$x = 4t$ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی (۴)

$t_1 = 1 \rightarrow x_1 = 0$

$t_2 = 2 \rightarrow x_2 = +4$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4 - 0}{2 - 1} = 4$$

$v = 4 \rightarrow x = 4t + x_0$

$0 = 4 + x_0 \rightarrow x_0 = -4$

$x = 4t - 4$



تست ۴۳: معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI از رابطه‌ی $x = mt - 30$ به دست می‌آید. اگر سرعت

متوسط متحرک در ۲ ثانیه‌ی چهارم حرکت برابر $5 \frac{m}{s}$ باشد، متحرک پس از چند ثانیه از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$x = vt + x_0$

$x = mt - 30$

$va_{av} = 0 = v = m \rightarrow m = 0$

$x = 0t - 30 \rightarrow 0 = 0t - 30 \rightarrow t = 6$

حرکت یکنواخت
 $va_{av} = v$
 کجای

توجه در t از زمان

۴۴: دو متحرک که سرعت یکی $\frac{1}{3}$ دیگری است، از یک نقطه همزمان به سوی مقصدی که در فاصله ۱۲۰ کیلومتری نقطه‌ی شروع حرکتشان قرار دارد، حرکت می‌کنند. بیشترین فاصله‌ی این دو متحرک در طول مسیر حرکتشان چند کیلومتر است؟



۳۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۰ (۲)

۸۰ (۱)

۴۵: دو متحرک با سرعت‌های ثابت V و $\frac{2}{3}V$ همزمان از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، اگر اختلاف زمانی رسیدن دو متحرک به مقصدی معین که در فاصله ۱۰۰ کیلومتری قرار دارد ۲۰ دقیقه باشد، سرعت متحرک کندتر چند کیلومتر بر ساعت است؟



اختلاف زمانی رسیدن دو متحرک به مقصدی معین که در فاصله ۱۰۰ کیلومتری قرار دارد ۲۰ دقیقه باشد، سرعت متحرک کندتر چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱۰۰ km

۲۰۰ (۴) ۱۵۰ (۳) ۱۲۰ (۲) ۱۰۰ (۱)

$t_r > t_1 \rightarrow t_r - t_1 = \frac{1}{3}h \rightarrow \frac{1}{3}t_r = \frac{1}{3}h$

$\frac{100}{V} = \frac{100}{\frac{2}{3}V} - \frac{20}{60}$

$\frac{100}{V} = \frac{150}{V} - \frac{1}{3}$

$\frac{100}{V} = \frac{150}{V} - \frac{1}{3}$

$t_r = h$

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۱۵۴ تا ۱۶۹ مجموعه تست



$100 = \frac{1}{3} V \times h \rightarrow \frac{1}{3} V = \frac{100}{h}$

سرعت متحرک کندتر

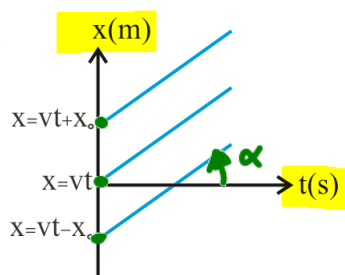
نمودارهای حرکت یکنواخت بر روی خط راست: h

الف) نمودار مکان - زمان $(x-t)$:

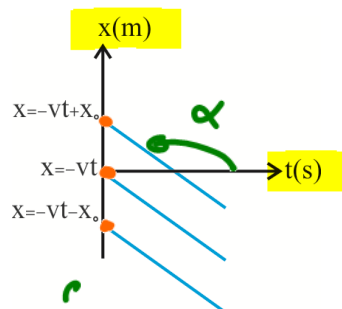
در این حالت مکان تابعی درجه ۱ از زمان است. که از نظر ریاضی تابع درجه یک خطی مورب با شیب ثابت می‌باشد.

$x = vt + x_0$

تابع درجه ۱



شیب v



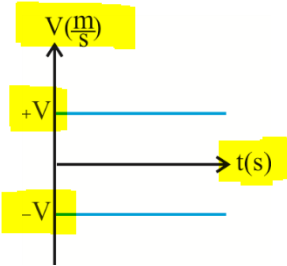
شیب $-v$

از نمودار مکان - زمان نتایج زیر حاصل می‌شود:

- ۱- مقدار مکان در هر لحظه از روی نمودار قابل رؤیت است.
- ۲- شیب خط مماس بر نمودار که در اینجا ثابت است، معرف عدد و علامت سرعت می‌باشد.
- ۳- جهت تقعر و تحدب نمودار که در این جا نداریم معرف علامت شتاب است.

(ب) نمودار سرعت - زمان (V-t):

در این حرکت سرعت ثابت است، یعنی سرعت تابع درجه صفر از زمان می‌باشد. که از نظر ریاضی تابع درجه صفر خطی افقی با شیب صفر است.



از نمودار سرعت - زمان نتایج زیر حاصل می‌شود:

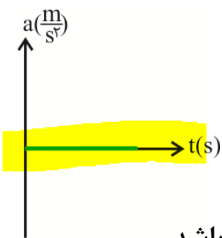
- ۱- مقدار سرعت در هر لحظه از روی نمودار قابل رؤیت است.
- ۲- شیب خط مماس بر نمودار که در اینجا صفر است، معرف عدد و علامت شتاب می‌باشد.
- ۳- مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان معرف جابه‌جایی متحرک است. البته لازم به ذکر است که قدرمطلق مساحت، مسافت پیموده شده را نشان می‌دهد.

(ج) نمودار شتاب - زمان (a-t):

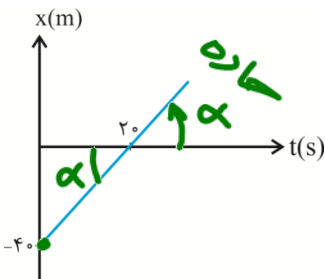
در این حرکت شتاب صفر است، یعنی خطی منطبق بر محور زمان.

از نمودار شتاب - زمان نتایج زیر حاصل می‌شود:

- ۱- مقدار شتاب در هر لحظه از روی نمودار قابل رؤیت است.
- ۲- مساحت سطح زیر نمودار شتاب - زمان معرف تغییرات سرعت (ΔV) است که در این جا صفر می‌باشد.



مثال: شکل مقابل بخشی از نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد.



الف) شخص در مبدأ زمان ($t=0$) در چه مکانی قرار دارد؟ $x_0 = -4.0$

ب) سرعت حرکت این متحرک را به دست آورید و نمودار سرعت - زمان آن را رسم کنید.

پ) اگر متحرک به مدت $\Delta t = 5 \text{ min}$ به همین صورت حرکت کند. جابه‌جایی آن را در این مدت به دست آورید؟

ت) در چه لحظه با لحظاتی متحرک در فاصله‌ی ۲۰ متری مبدأ قرار دارد؟

$$\Delta x = V \Delta t \rightarrow \Delta x = 2 \times 5 \times 2 = 20 \text{ m}$$

$$\tan \alpha = \frac{2.0}{2.0} = 1$$

$$V = +2$$

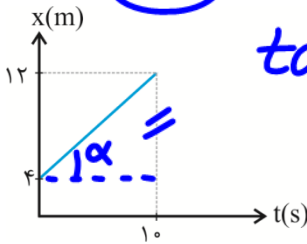


$$x = 2t - 4.0$$

$$+2.0 = 2t - 4.0 \rightarrow t = 3.0$$

$$-2.0 = 2t - 4.0 \rightarrow t = 1.0$$

۴۶: شکل مقابل نمودار مکان - زمان متحرکی را در مسیر مستقیم نشان می دهد. جابه جایی متحرک در



$$\tan \alpha = \frac{8}{1} = 8$$

$$V = 8$$

$$\Delta x = V \Delta t$$

$$\Delta x = 8 \times 1 = 8 \text{ m}$$

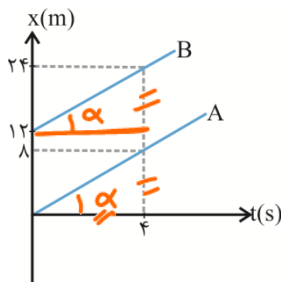
۵ ثانیه اول حرکت چند متر است؟

۲ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)



۵: مثال شکل زیر نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را نشان می دهد.

الف) معادله ی مکان - زمان هر متحرک را بنویسید.

ب) اگر هر دو متحرک به حرکت یکنواخت خود ادامه دهند آیا با گذشت زمان به هم می رسند؟

ضد

$$x_A = 3t + 0$$

$$x_B = 5t + 8$$

$$x_A = x_B \rightarrow 3t + 0 = 5t + 8$$

$$t = -1.6 < 0$$

نه می رسند

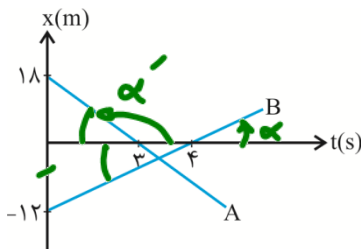
$$\tan \alpha = \frac{12}{4} = 3 \rightarrow V_B = 3$$

$$\tan \alpha = \frac{8}{4} = 2 \rightarrow V_A = 2$$

۴۷: در شکل زیر نمودارهای مکان - زمان دو متحرک A و B در یک دستگاه مختصات رسم شده



است. در چه مکانی دو متحرک به هم می رسند؟



$$\tan \alpha = \frac{12}{4} = 3$$

$$(V_B = +3)$$

$$\tan \alpha' = \frac{18}{6} = 3 \rightarrow V_A = -3$$

$$x_A = -3t + 18$$

$$x_B = +3t - 12$$

$$3t - 12 = -3t + 18$$

$$6t = 30 \rightarrow t = \frac{30}{6} = 5$$

۲ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

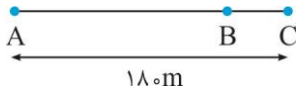
۸ (۴)

$$x = 3 \left(\frac{30}{6} \right) - 12 = 15 - 12 = 3$$



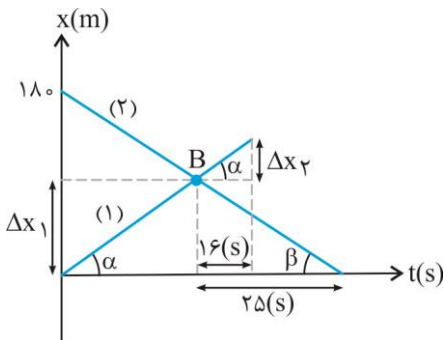
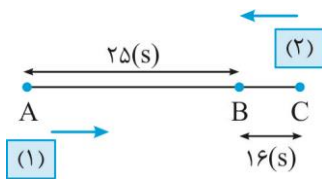
تست

۴۸: دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های A و C با سرعت‌های ثابت به سمت یک‌دیگر حرکت می‌کنند و در نقطه‌ی B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه (s) ۱۶ طول می‌کشند تا متحرک اول از B به C برسد و (s) ۲۵ طول می‌کشد تا دومی از B به A برسد. بزرگی سرعت متحرک اول چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۳
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۸

پاسخ: گزینه‌ی (۲):



$$V_1 = \tan \alpha = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = \frac{V_2 \Delta t}{\Delta t} \quad (1)$$

$$V_2 = \tan \beta = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = \frac{V_1 \Delta t}{\Delta t} \quad (2)$$

$$\text{ادغام (۱) و (۲)} \quad V_1 = \frac{V_2 \Delta t}{16} \quad V_2 = \frac{V_1 \Delta t}{25} \rightarrow V_1 = \frac{V_1 \Delta t}{25} \Delta t$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{\Delta t^2}{16 \times 25} \Rightarrow \Delta t^2 = 16 \times 25 \Rightarrow \Delta t = 4 \times 5 = 20 \text{ (s)}$$

لحظه‌ی به هم رسیدن

$$\Delta t_1 = 20 + 16 = 36 \text{ (s)}$$

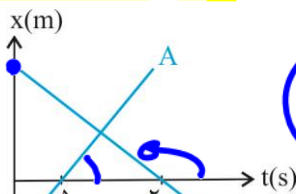
$$\Delta x = V_1 \Delta t_1 \Rightarrow 18.0 = V_1 \times 36 \Rightarrow V_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۹: نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه‌ی $t = 0$ فاصله‌ی دو متحرک ۱۵۰ متر باشد و تندی متحرک A، ۲ برابر تندی متحرک B باشد، فاصله‌ی دو متحرک در لحظه‌ی $t = 20$ چند



تست

(سراسری تجربی - ۱۴۰۰)



$$2x_A + x_B = 150 \rightarrow x_A = 75$$

$$\frac{x_A}{75} = \frac{x_B}{150}$$

$$x_B = 2x_A$$

$$x_A = 1 \cdot t - 75$$

$$x_B = -2t + 150$$

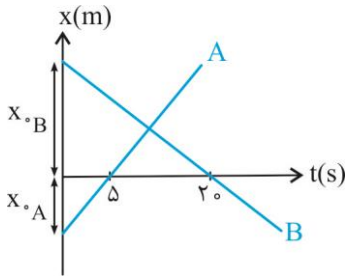
$$|x_A - x_B| = |1 \cdot t - 75 - (-2t + 150)| = |3t - 225|$$

$$|150 - 225| = 75$$

متر است؟

- (۱) ۵۰
- (۲) ۱۰۰
- (۳) ۱۵۰
- (۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه‌ی (۳):



$$V_A \text{ تندى} = 2 |V_B \text{ تندى}|$$

$$V_A = \frac{|x_{0,A}|}{\Delta} \quad |V_B| = \frac{x_{0,B}}{20}$$

$$\frac{V_A = 2|V_B|}{\Delta} \rightarrow \frac{|x_{0,A}|}{\Delta} = 2 \times \frac{x_{0,B}}{20} \Rightarrow |x_{0,A}| = \frac{x_{0,B}}{2}$$

$$x_{0,B} + |x_{0,A}| = 150 \xrightarrow{x_{0,B} = 2|x_{0,A}|} 3|x_{0,A}| = 150 \Rightarrow |x_{0,A}| = 50 \text{ m} \Rightarrow x_{0,A} = -50 \text{ m}$$

$$x_{0,B} = 100 \text{ m}$$

$$V_A = \frac{|x_{0,A}|}{\Delta} = \frac{50}{5} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_B = \frac{-100}{20} = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x_A = V_A t + x_0 \Rightarrow x_A = 10t - 50$$

$$x_B = V_B t + x_0 \Rightarrow x_B = -5t + 100$$

$$\xrightarrow{t=20\text{s}} x_A = 10(20) - 50 = 200 - 50 = 150 \text{ m}$$

$$\xrightarrow{t=20\text{(s)}} x_B = -5(20) + 100 = 0$$

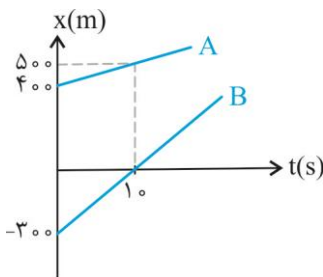
$$x_A - x_B = 150 \text{ m}$$

۵۰: نمودار مکان - زمان دو خودرو که روی خط راست حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. در



(سراسری ریاضی فارغ از کشور - ۱۴۰۰)

لحظه های t_1 و $t_2 > t_1$ فاصله ی دو متحرک از هم 600 m است. $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟



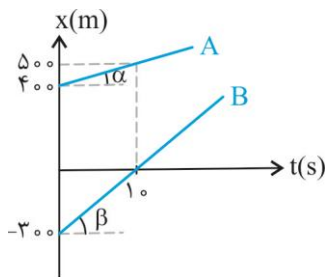
۱۵ (۱)

۱۳ (۲)

۸ (۳)

۵ (۴)

پاسخ: گزینه ی ۲؛



$$V_A = \tan \alpha = \frac{100}{10} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_B = \tan \beta = \frac{300}{10} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\xrightarrow{x = Vt + x_0} \begin{cases} x_A = 10t + 400 \\ x_B = 30t - 300 \end{cases}$$

$$|\Delta x| = |x_A - x_B| = |1 \cdot t + 400 - (3 \cdot t - 300)| \Rightarrow |\Delta x| = -2 \cdot t + 700$$

$$x_A - x_B = 600 \Rightarrow -2 \cdot t + 700 = 600 \Rightarrow -2 \cdot t = -100 \Rightarrow t_1 = 5(s)$$

$$x_A - x_B = -600 \Rightarrow -2 \cdot t + 700 = -600 \Rightarrow -2 \cdot t = -1300 \Rightarrow t_2 = 65(s)$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{65}{5} = 13$$



تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۱۷۰ تا ۱۸۰ مجموعه تست

سرعت نسبی (V')

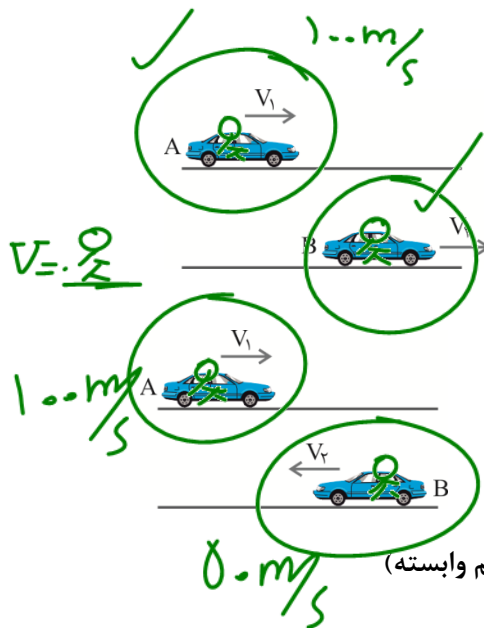
هنگامی که دو متحرک A و B با سرعت‌های V_A و V_B در حرکت باشند؛ تفاضل برداری سرعت‌های دو متحرک همان سرعت نسبی دو متحرک نسبت به هم می‌باشد.
برای بررسی سرعت نسبی دو حالت کلی را در نظر می‌گیریم.

(۱) دو متحرک در یک دستگاه مختصات قرار بگیرند که بتوان از سرعت دستگاه برای دو متحرک صرف نظر کرد. (سیستم

غیروابسته)

مانند: حرکت دو اتومبیل در یک جاده - حرکت دو فرد و ...

الف) دو متحرک هم‌جهت هم حرکت کنند.



$$V'_{AB} = |V_1 - V_2|$$

ب) دو متحرک در خلاف جهت یک‌دیگر حرکت کنند.

$$V'_{AB} = V_1 + V_2$$

(۲) متحرک در دستگاه مختصاتی قرار بگیرد که خود دستگاه دارای سرعت باشد. (سیستم وابسته)

مانند: قایق و رودخانه، فرد و پله برقی، شخص داخل قطار نسبت به ناظر بیرون و ...

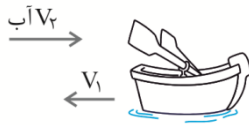
حالت اول: اسکالر (متحرک در راستای حرکت دستگاه حرکت می‌کند).

الف: متحرک در جهت حرکت دستگاه حرکت می‌کند.



$$V' = V_1 + V_2$$

ب: متحرک در خلاف جهت حرکت دستگاه حرکت می کند.

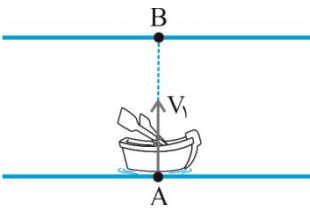


$$V' = |V_1 - V_2|$$

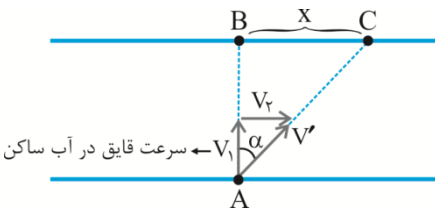
سرعت قایق در آب جاری

حالت دوم: برداری (متحرک در راستایی غیر از راستای حرکت دستگاه در حال حرکت است).

به طور مثال: هرگاه قایقی بخواهد عرض رودخانه ای را طی کند، در صورتی که سرعت آب رودخانه صفر در نظر گرفته شود، قایق می تواند بدون جهت گیری و با سرعت V_1 (سرعت قایق در آب ساکن) خود را به نقطه ای مقابل برساند.



اگر سرعت آب رودخانه V_2 فرض شود و قایق با سرعت V_1 نسبت به آب ساکن بدون جهت گیری از A به طرف B حرکت کند، به اندازه ی BC از راستای قائم منحرف خواهد شد.



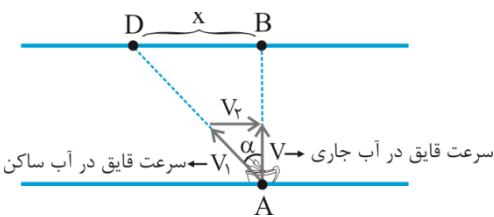
$$\tan \alpha = \frac{V_2}{V_1}$$

زاویه ی انحراف از راستای عمودی

$$V' = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$$

سرعت قایق در آب جاری

هرگاه قایق بخواهد از نقطه ی A درست به نقطه ی B برسد، باید به اندازه ی زاویه ی α در سمت مخالف جریان آب جهت گیری کند.



۵۱ تست: قطار A به طول ۱۰۰ متر و با سرعت $\frac{20}{s}$ و قطار B به طول ۱۵۰ متر و با سرعت $\frac{30}{s}$ روی دو ریل موازی و مجاور هم در یک جهت در حال حرکت اند. اگر قطار B در ابتدا ۵۰m عقب تر از قطار A باشد، حداقل چند ثانیه زمان لازم است تا قطار B کاملاً از قطار A سبقت بگیرد؟

سید

۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴)

$x_B = v \cdot t + \dots$
 $x_A = v \cdot t + \dots$

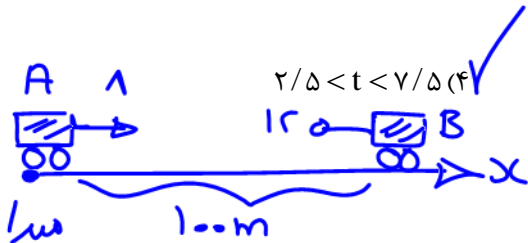
$v \cdot t = v \cdot t + v \cdot \dots$
 $1 \cdot t = 2 \cdot \dots \rightarrow t = 2$

$\Delta x = v \Delta t$
 $100 = (30 - 20) \Delta t$
 $\Delta t = 10 \text{ s}$

نسبت ۱۵ در ۳



۵۲ تست دو اتومبیل با سرعت‌های $۸ \frac{m}{s}$ و $۱۲ \frac{m}{s}$ در مسیر مستقیم در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند. اگر اتومبیل‌ها در مبدأ زمان در ۱۰۰ متری هم باشند، در چه فاصله‌ی زمانی (برحسب ثانیه) فاصله‌ی آن‌ها از یکدیگر کم‌تر از ۵۰ m می‌شود؟



$۵ < t < ۷/۵$ (۳)

$۴ < t < ۶$ (۲)

$۲/۵ < t < ۵$ (۱)

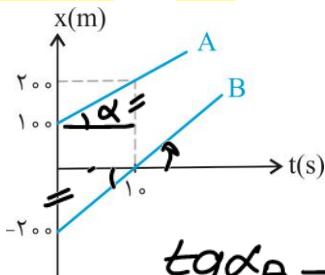
$x_A = 12t + 0$
 $x_B = -8t + 100$
 $|x_A - x_B| < 50$

$|12t + 8t - 100| < 50 \rightarrow -50 < 20t - 100 < 50$
 $+50 < 20t < 150$
 $۲/۵ < t < ۷/۵$

۵۳ تست شکل زیر نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. در این مسیر، به مدت چند ثانیه فاصله‌ی دو متحرک از هم، کم‌تر یا مساوی ۲۰ متر است؟



(سراسری ریاضی - ۱۴۰۱)



$x_A = 10t + 100$
 $x_B = 20t - 200$

$tg \alpha_A = \frac{100}{10} = 10 = v_A$

$tg \alpha_B = \frac{200}{10} = 20 = v_B$

$|x_A - x_B| \leq 20$

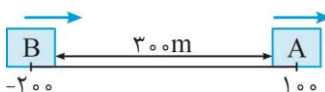
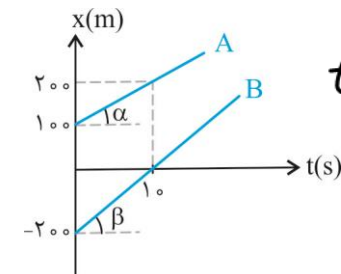
$|10t - 200 - 10t - 100| \leq 20$

$-20 \leq 10t - 300 \leq 20$

$+280 \leq 10t \leq 320 \rightarrow ۲۸ \leq t \leq ۳۲$

- ۴ (۱)
- ۲ (۲)
- ۸ (۳)
- ۶ (۴)

پاسخ: گزینه‌ی ۱



$v' = |200 - 100| = 100 \frac{m}{s}$

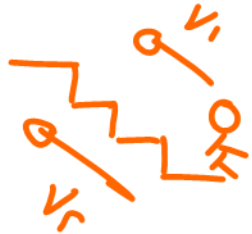
فاصله کم‌تر از ۲۰ از زمانی اتفاق می‌افتد که متحرک B، ۲۰ متر عقب‌تر از A باشد تا زمانی که ۲۰ متر جلوتر از A قرار گیرد.

$۲۰ + ۲۰ = ۴۰$

$\Delta x = v' \Delta t \Rightarrow 40 = 10t \Rightarrow t = 4(s)$



۵۴: شخصی روی یک پله برقی راه می‌رود و فاصله‌ی بین دو طبقه از ساختمانی را طی می‌کند. اگر مدت زمان حرکت شخص بر روی پله وقتی در جهت آن راه می‌رود، ثلث مدت زمانی باشد که در خلاف جهت حرکت پله راه می‌رود، سرعت حرکت شخص بر روی پله ساکن چند برابر سرعت حرکت پله برقی است؟



۲/۵ (۴)

۱/۵ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

$$x = (v_1 + v_2)t \quad \text{بالا}$$

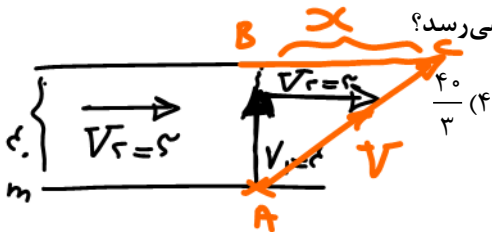
$$x = (v_1 - v_2)3t \quad \text{پایین}$$

$$(v_1 + v_2)t = (v_1 - v_2)3t$$

$$v_1 + v_2 = 3v_1 - 3v_2$$

$$4v_2 = 2v_1 \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{4}{2} = 2$$

۵۵: عرض رودخانه‌ای ۴۰ متر می‌باشد. اگر سرعت جریان آب ۳ متر بر ثانیه باشد. قایقی که عمود بر جریان آب و با سرعت ۴ متر بر ثانیه حرکت می‌کند پس از چند ثانیه به طرف دیگر رودخانه می‌رسد؟



۷/۳ (۳)

۱۰ (۲)

۷ (۱)

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۱۸۱ تا ۱۹۴ مجموعه تست



۱-۳- حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت:

تجزیه و تحلیل

هرگاه در حرکتی، شتاب در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، آن حرکت را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم. شتاب باعث تغییرات سرعت می‌شود، پس در حرکت با شتاب ثابت در بازه‌های زمانی مساوی تغییرات سرعت ثابت خواهد بود یعنی اگر تغییرات سرعت رو به افزایش یا کاهش باشد در بازه‌های زمانی مساوی مقدار اضافه شده یا کم شده به سرعت یکسان می‌باشد.



۲۷: در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت شتاب لحظه‌ای و متوسط با هم برابرند. $\vec{a} = \vec{a}_{av}$



لذخونده رری خط
راک با شتاب ثابت

لذخونده رری خط
با شتاب ثابت

معادلات حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت:

۱) $\vec{a} = \vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ ثابت

شتاب - زیاد

۲) $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$

جابجایی - زیاد و مکان - زیاد

۳) $v = at + v_0$

سرعت - زیاد

۴) $v^2 - v_0^2 = 2a(\Delta x)$ مستقل از زمان

مستقل از زمان

۵) $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$ مستقل از شتاب

مستقل از شتاب

۶) $x = -\frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ مستقل از سرعت اولیه

$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + v_0t$

۷) $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

سرعت متوسط (در حرکت با شتاب ثابت)

$v = \frac{v_1 + v_2}{2}$

۸) $v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0$ (در حرکت با شتاب ثابت)

$v_0 = 0$

۵۶: دو متحرک A و B از یک نقطه بدون سرعت اولیه در یک مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کنند. اگر شتاب متحرک A، ۴ برابر شتاب متحرک B باشد، در یک جابه‌جایی مساوی، سرعت متوسط متحرک A چند برابر سرعت متوسط متحرک B است؟

تست



(سراسری ریاضی فیزیک از کشور - ۹۲)

$v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$ ✓

$\sqrt{2}$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

$\frac{v_{avA}}{v_{avB}} = \frac{v_A}{v_B} = 2$

$\frac{v_A^2 - v_0^2 = 2a_A \Delta x}{v_B^2 - v_0^2 = 2a_B \Delta x} = 2$

$\frac{v_A}{v_B} = 2$

$a = 2$

۵۷: جسمی از حال سکون با شتاب ثابت $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ از مکان $x_0 = -10m$ روی محور X شروع به حرکت می‌کند. پس از ۱۰ ثانیه جابه‌جایی جسم چند متر است؟

تست



۱۱۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۹۰ (۲)

۲۰ (۱)

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow x = t^2 - 10$

$t_1 = 0 \rightarrow x_0 = -10$

$\Delta x = 90 + 10 = 100m$

$t_2 = 10 \rightarrow x_{10} = 90$



۵۸ تست متحرکی با شتاب ثابت بر روی مسیر مستقیمی حرکت می کند. اگر سرعت آن در لحظه ی

در لحظه ی $t_1 = 2(s)$ برابر $\frac{36}{h} km$ و در لحظه ی $t_2 = 6(s)$ برابر $\frac{72}{h} km$ باشد. سرعت اولیه ی آن چند $\frac{m}{s}$ بوده است؟

$t_1 = 2$
 $v_1 = 1.0 \frac{m}{s}$
 $t_2 = 6$
 $v_2 = 2.0 \frac{m}{s}$

$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{2.0 - 1.0}{6 - 2} = 0.25$

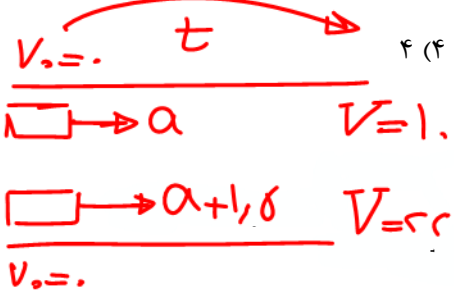
$v = v_0 + at$

$1.0 = v_0 + 0.25 \times 2 \rightarrow v_0 = 0.5$

۵۹ تست دو متحرک روی خط راست با شتاب ثابت a و $a + 1/5 \frac{m}{s^2}$ از یک نقطه شروع به حرکت می کنند و

$v_0 = 0$

بعد از t ثانیه، سرعت آن ها به ترتیب $\frac{10}{s} m$ و $\frac{22}{s} m$ می شود. t چند ثانیه است؟



$v = v_0 + at \rightarrow 1.0 = at$
 $1.0 \cdot a + 1.5 = 2.2a$
 $1.5 = 1.2a$
 $a = 0.5$
 $1.0 = 0.5t \rightarrow t = 2$

۶۰ تست متحرکی روی محور x با شتاب ثابت در حرکت است و در مبدأ زمان، با سرعت $v = 3 \frac{m}{s}$ از مکان

$x = 4m$ می گذرد. اگر متحرک در لحظه ی $t = 4(s)$ در جهت مثبت محور x در بیش ترین فاصله ی خود از مبدأ باشد، در

لحظه ی $t = 8(s)$ در چند متری مبدأ خواهد بود؟

$t = 0 \rightarrow x_0 = +4, v_0 = 3$
 $t = 4 \rightarrow x = ?, v = 0$
 $a = \frac{-3}{4}$
 $x = \frac{1}{2}(-\frac{3}{4})t^2 + 3t + 4$
 $x = -\frac{9}{8}t^2 + 3t + 4$
 $t = 8 \rightarrow x = -\frac{9}{8} \times 64 + 24 + 4 = -72 + 28 = -44$

۶۱ تست جسمی با شتاب ثابت و سرعت اولیه ی $4 \frac{m}{s}$ از مکان $x_0 = 3m$ در جهت مثبت محور OX به

حرکت درمی آید. اگر سرعت آن در مکان $x = 12m$ برابر $5 \frac{m}{s}$ باشد، معادله ی حرکت آن در SI کدام است؟

$x = 2t^2 + 4t + 3$ (۴)
 $x = t^2 + 4t + 3$ (۳)
 $x = \frac{1}{2}t^2 + 4t + 3$ (۲)
 $x = \frac{1}{4}t^2 + 4t + 3$ (۱)

$\frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \Delta x \rightarrow \frac{5^2 - 4^2}{2a} = 12 - 3$
 $\frac{9}{2a} = 9 \rightarrow a = \frac{1}{2}$
 $x = \frac{1}{2}(\frac{1}{2})t^2 + 4t + 3$
 $x = \frac{1}{4}t^2 + 4t + 3$

$x_0 = 0, t = 0, v_0 = 0$

۶۲ تست بدون سرعت اولیه در مبدأ زمان از مبدأ مکان روی محور X با شتاب ثابت به حرکت درآمده و در لحظه $t = 5s$ به مکان $x = -122/5m$ می‌رسد. بزرگی سرعت متحرک در این لحظه به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ (سراسری ریاضی - ۹۸)

۴۹/۰ (۴)

۴۵/۰ (۳)

۳۲/۶ (۲)

۱۹/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$x - x_0 = \frac{v + v_0}{2} t$

$-122/5 - 0 = \frac{v + 0}{2} \times 5 \rightarrow -244 = 5v \rightarrow v = -48.8$
 $|v| = 48.8$

۶۳ تست متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت، فاصله ۸۰ متری از A تا B را در مدت ۸ ثانیه طی می‌کند و در لحظه رسیدن به نقطه B سرعتش به $15 \frac{m}{s}$ می‌رسد. شتاب متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$\frac{5}{4}$ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

$\Delta x = 80$

$\Delta t = 8$

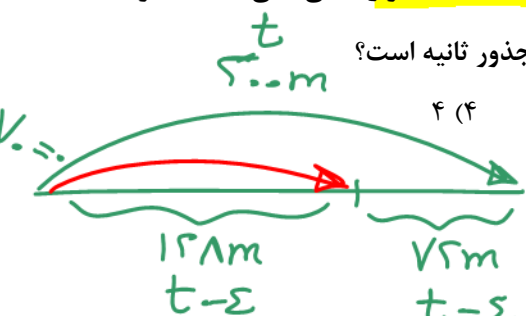
$v_B = 15$

$\Delta x = -\frac{1}{2} a t^2 + v t$

$80 = -\frac{1}{2} a \times 64 + 15 \times 8$

$72 = -32a \rightarrow a = \frac{5}{4}$

۶۴ تست متحرکی با شتاب ثابت از حالت سکون بر روی خط راست مسافت ۲۰۰ متر را طی می‌کند. اگر متحرک در ۴ ثانیه آخر مسافت ۷۲ متر را طی کرده باشد، شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟



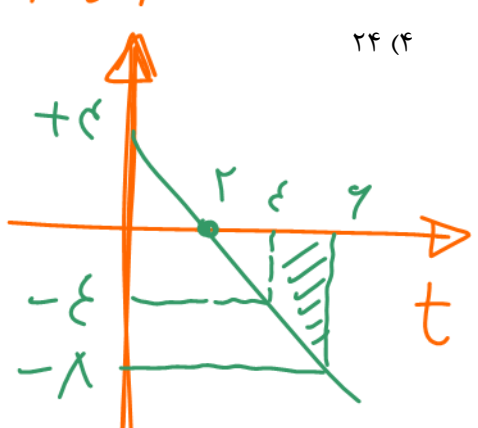
$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \rightarrow 200 = \frac{1}{2} a t^2$

$\frac{1}{2} = \frac{t}{t-4}$

$1 \cdot t - 4 = 1t \rightarrow t = 20$

۱ (۱)

۶۵ تست معادله سرعت - زمان جسمی که با شتاب ثابت روی خط راست در حال حرکت است، در SI به صورت $v = -2t + 4$ است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیه سوم حرکت چند متر است؟



۱۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

$s = \frac{-4 + (-1)}{2} \times 2$

$s = -12 = \Delta a$

$v_2 = -2 \times 2 + 4 = -4$

$v_4 = -2 \times 4 + 4 = -4$

$|\Delta a| = 12$



۶۶ تست: مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ روی محور X حرکت می کند. اگر فاصله ی بین دو نقطه ی

A و B را در مدت ۸ ثانیه طی کند و در نقطه ی O سرعتش صفر باشد، فاصله ی OA چند متر است؟ (سراسری ریاضی - ۹۸)



- ۳۶ (۲)
- ۷۲ (۴)

۱۸ (۱)

۴۵ (۳)

$$d + 190 = \frac{1}{2} (4) t^2$$

$$d = \frac{1}{2} (4) (t-8)^2$$

$$190 = t^2 - (t-8)^2$$

$$190 = (t - t + 8)(t + t - 8)$$

$$190 = 2t - 8 \rightarrow 2t = 218 \rightarrow t = 109$$

$$d = \frac{1}{2} (4) (109 - 8)^2 = 399m$$

۶۷ تست: متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت حرکت می کند و در مدت ۵s، ۷۵m جابه جا می شود و



بزرگی سرعتش به $\frac{20}{s} \frac{m}{s}$ می رسد. در ۵ ثانیه ی بعد سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه می شود؟

(سراسری تجربی فارغ از کشور - ۹۹)

۳۵ (۴)

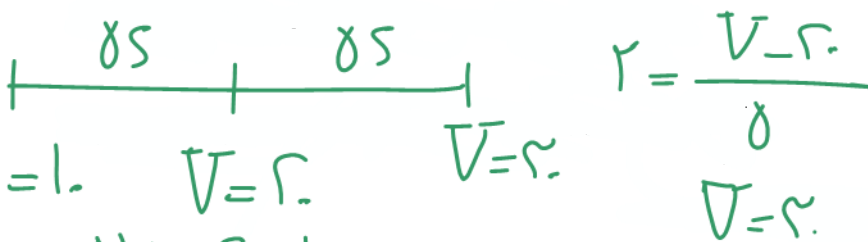
۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ی ۲):

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_0}{0} = 10 \frac{m}{s} = \frac{v_0 + v}{2} \rightarrow v_0 = 10$$



$$v_{av} = \frac{10 + 20}{2} = 15$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{10} = 2$$

۶۸ تست: دو متحرک روی محور X از حال سکون با شتاب های a و $\frac{9}{16}a$ همزمان از یک نقطه به سوی



مقصدی معین به حرکت درمی آیند و با فاصله ی زمانی ۲ ثانیه به مقصد می رسند. زمان حرکت جسمی که زودتر به مقصد

(سراسری ریاضی - ۹۹)

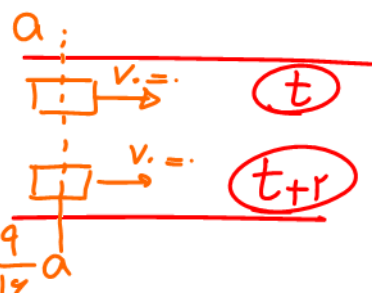
می رسد، چند ثانیه است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)



$$\Delta x_1 = \Delta x_2$$

$$\frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} (\frac{9}{16} a) (t+2)^2$$

$$t = \frac{3}{2} (t+2) \rightarrow 2t = 3t + 6 \rightarrow t = 6$$

پاسخ: گزینه ی ۲):

$a_1 = a$
(۱) →

(۲) →
 $a_2 = \frac{9}{16}a$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}a_2(t+2)^2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times \frac{9}{16}a(t+2)^2$$

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times \frac{9}{16}a(t+2)^2$$

$$\Rightarrow t = \frac{3}{4}(t+2) \Rightarrow t = \frac{3}{4}t + \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{4}t = \frac{3}{2} \Rightarrow t = 6(s)$$

۶۹: متحرکی با شتاب ثابت روی محور X حرکت می کند. جابه جایی متحرک در بازه‌ی زمانی t_1 تا $t_2 = t_1 + 16(s)$ برابر ۴۰۰ متر است. اگر نیمی از این جابه جایی در ۴ ثانیه‌ی اول و نیم دیگر آن در ۱۲ ثانیه‌ی بعد از آن انجام شود، بزرگی شتاب حرکت در SI کدام است؟

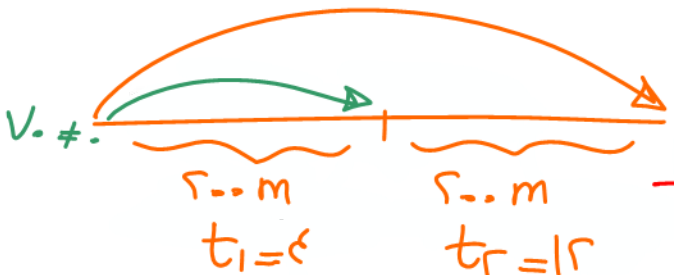
$t = 16 \frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{5}{3}$ (۳)

$\frac{25}{6}$ (۲)

$\frac{25}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی ۲



$$\begin{cases} 200 = \frac{1}{2}a \times 16^2 + 16v_0 \\ 200 = \frac{1}{2}a \times 16^2 + 4v_0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -800 &= \frac{1}{2}a \times 16^2 - 4v_0 \\ -800 &= 128a - 4v_0 \end{aligned}$$

$$a = \frac{-800}{128} = -\frac{25}{8} \rightarrow \frac{25}{8}$$

$$\begin{cases} x = 5t + 10 \\ y = 10t - 5t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_x = 5 \\ v_y = 10 - 10t \end{cases}$$

$$\vec{V} = 5\hat{i} + (10 - 1.0t)\hat{j}$$

۷۰: معادله‌های حرکت متحرکی در صفحه به صورت $x = 5t + 15$ و $y = 10t - 5t^2$ در SI است. در



کدام لحظه بر حسب ثانیه اندازه‌ی سرعت این متحرک کم‌ترین است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

$$|\vec{V}| = \sqrt{5^2 + (10 - 1.0t)^2} \rightarrow 10 - 1.0t = 0$$

Min Min $t = 1$

۷۱: معادله‌ی مکان متحرکی در SI به صورت $x = \frac{2}{3}t^3 - 6t^2 + 20t$ است. کم‌ترین سرعتی که این



متحرک در مسیر حرکت پیدا می‌کند چند متر بر ثانیه است؟

(سراسری ریاضی - ۹۲)

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱) صفر

$$v = 2t^2 - 12t + 20 \rightarrow t = \frac{+12}{2 \times 2} = 3$$

Min

$$v_3 = 18 - 12 \times 3 + 20 = 2 \text{ m/s}$$

$2t - 12 = 0 \rightarrow t = 6$

۷۲: معادله‌ی حرکت متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 5$



می‌باشد، کم‌ترین فاصله‌ی متحرک از مبدأ مکان چند متر است؟

۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) صفر (۱)

$$v = 2t - 4 = 0 \rightarrow t = 2$$

$$x = t^2 - 4t + 5 \rightarrow x_{min} = 0 \rightarrow t = 2$$

$$t^2 - 4t + 5 = 0$$

$$\Delta = 16 - 20 < 0$$

$$t = 2 \rightarrow x = 4 - 8 + 5 = 1$$

Min

Min

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۱۹۵ تا ۲۴۱ مجموعه تست



محاسبه مسافت پیموده شده از روی معادله مکان - زمان (x-t):

برای محاسبه مسافت پیموده شده باید دقت شود که آیا در طول بازه زمانی داده شده متحرک توقف (V=0) و تغییر

جهتی داشته است یا خیر؟

۲۸: اگر از معادله مکان نسبت به زمان یک بار مشتق گرفته شود معادله سرعت - زمان به دست می آید.

آیا توقف و بازگشت صورت گرفته یا خیر؟

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt}$$

۷۳: متحرکی روی محور x حرکت می کند و معادله مکان - زمان آن در SI به صورت

مسافتی که این متحرک در بازه زمانی صفر تا $t = 5$ (s) طی می کند چند متر است؟ $x = -2t^2 + 12t - 40$

(سراسری فارغ از کشور - ریاضی - ۹۴)

Handwritten solution for problem 73:

$$V = -4t + 12 = 0 \Rightarrow t = 3$$

At $t = 0$, $x = -40$ (marked as ۲۶ (۴))

At $t = 5$, $x = -25$ (marked as ۲۰ (۳))

Distance traveled: $L = 18 + 8 = 26 \text{ m}$

۷۴: معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = 2t^2 + 4t - 8$ است. در فاصله زمانی

$t_1 = 0$ (s) تا $t_2 = 2$ (s) مسافتی که متحرک طی می کند، چند برابر اندازه جابه جایی آن است؟ (سراسری ریاضی فارغ از کشور - ۹۸)

Handwritten solution for problem 74:

$$x = 2t^2 + 4t - 8$$

$$V = 4t + 4 = 0 \Rightarrow t = -1$$

Since $t = -1$ is not in the interval $[0, 2]$, the particle does not stop. Distance $L = \Delta x$.

۷۵: معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = 2t^2 + 4t - 8$ است. در فاصله زمانی

$t_1 = 0$ (s) تا $t_2 = 2$ (s) مسافتی که متحرک طی می کند، چند برابر اندازه جابه جایی آن است؟

(سراسری ریاضی فارغ از کشور - ۹۸)

۲ (۴) ۱/۶ (۳) ۱/۵ (۲) ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ی ۱)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0 \Rightarrow \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2} \quad V_0 = 4 \frac{m}{s}$$

$$V = at + V_0 \Rightarrow V = 4t + 4$$

$$\xrightarrow{V=0} 4t + 4 = 0 \Rightarrow 4t = -4 \Rightarrow t = -1 \text{ ق ق غ}$$

متحرک توقف و تغییر جهت نداشته است پس مسافت طی شده و جابه‌جایی با هم برابرند.

۷۶: معادله‌ی سرعت - زمان متحرکی در SI به صورت $V = -6t + 18$ است. تندی متوسط متحرک



(سراسری تجربی - ۱۴۰۱)

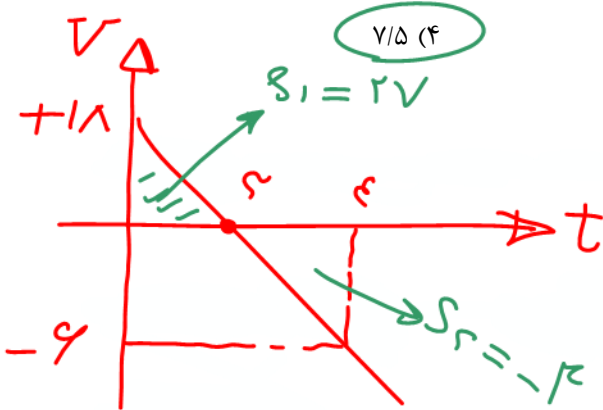
در بازه‌ی زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 4$ (s) چند متر بر ثانیه است؟

۳ (۶)

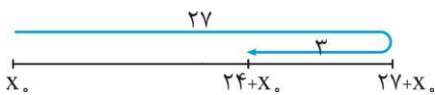
۲ (۱۱/۵)

۱ (۸)

پاسخ: گزینه‌ی ۴؛



$$S_{av} = \frac{27 + (-12)}{4} = 7/5$$



$$L = 27 + 3 = 30$$

$$S_{av} = \frac{L}{t} = \frac{30}{4} = 7/5 \frac{m}{s}$$

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۲۴۲ تا ۲۴۷ مجموعه تست



محاسبه‌ی زمان و مکان به هم رسیدن دو متحرک از روی معادله:

۷۷: در یک مسیر مستقیم اتومبیلی با سرعت $20 \frac{m}{s}$ در حرکت است. از ۳۶ متر جلوتر، اتومبیل

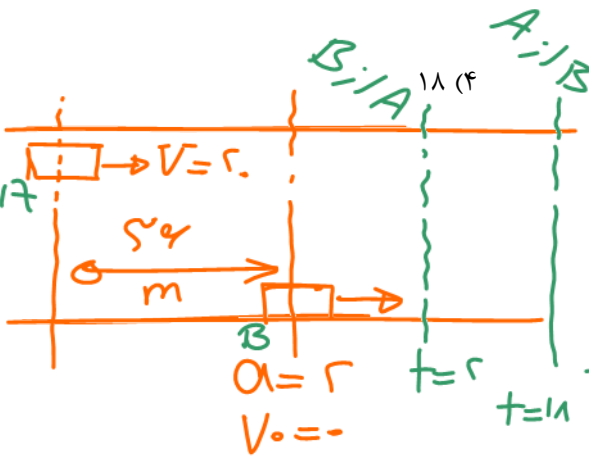


دیگری با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از حالت سکون در همان جهت به راه می‌افتد. در این حرکت اتومبیل‌ها دو بار از هم سبقت

می‌گیرند، فاصله‌ی زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

۱۰ (۲)

۲ (۱)



$$x_A = v \cdot t$$

$$x_B = \frac{1}{2} (a) t^2 + v_0 t + x_0$$

$$v \cdot t = t^2 + 36 \rightarrow t^2 - v \cdot t + 36 = 0$$

$t_1 = 2$
 $t_2 = 18$

۲۹: اگر دو متحرک هم زمان از یک نقطه و در یک جهت حرکت کنند، هنگامی که به هم می‌رسند دارای جابه‌جایی‌های برابر می‌باشند.
 $\Delta x_1 = \Delta x_2$

۳۰: بیش‌ترین فاصله‌ی دو متحرک در زمان‌های بین دو سبقت در لحظه‌ی برابری سرعت‌ها است.

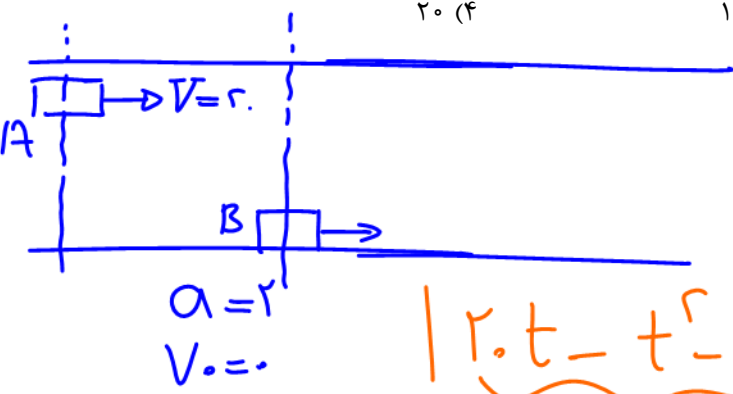
۷۸: در یک مسیر مستقیم، اتومبیلی با سرعت $20 \frac{m}{s}$ در حرکت است. در همین لحظه از ۳۶ متر



جلوتر، اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از حالت سکون و در همان جهت به راه می‌افتد. در بازه‌ی زمانی $18s < t < 36s$

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{2 + 18}{2} = 10$$

بیش‌ترین فاصله دو اتومبیل از یکدیگر برابر چند متر است؟



$$x_A = v \cdot t$$

$$x_B = \frac{1}{2} (a) t^2 + v_0 t + x_0$$

$$|x_A - x_B| = L$$

$$|v \cdot t - \frac{1}{2} a t^2 - x_0| = L \rightarrow L_{max} = |20 \cdot 10 - 100 - 36|$$

$$L_{max} = 96$$

$t = \frac{v_0}{a} = 10$
 $v_B = v_0 + at$

$$V_A = V_B \rightarrow v_0 = 0 + at \rightarrow t = 10$$

نکته

۳) هرگاه در بازه‌های زمانی مساوی به مقدار سرعت اضافه شود و یا به عبارت دیگر سرعت و شتاب هم علامت باشند $(aV > 0)$ نوع حرکت تندشونده است.

هرگاه در بازه‌های زمانی مساوی از مقدار سرعت کاسته شود و یا به عبارت دیگر سرعت و شتاب مختلف‌العلامت باشند $(aV < 0)$ نوع حرکت کندشونده می‌باشد.

در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت اگر حرکت در ابتدا تندشونده باشد $(aV > 0)$ همواره تندشونده باقی می‌ماند.

در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت اگر حرکت در ابتدا کندشونده باشد $(aV < 0)$ پس از مدتی متحرک متوقف می‌شود و تغییر جهت می‌دهد و با حرکت تندشونده به مسیر خود ادامه می‌دهد.

انواع حرکت را در ۶ حالت بررسی می‌کنیم:

$$V = 4 \frac{m}{s} \quad V = 4 \frac{m}{s} \quad V = 4 \frac{m}{s} \quad V = 4 \frac{m}{s}$$

۱-

هرگاه بردار شتابی وجود نداشته باشد، الزاماً حرکت بر روی خط راست به صورت یکنواخت است.

$$a_t = 0$$

$$a_n = 0$$



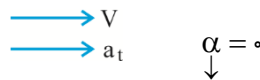
$$V = 2 \frac{m}{s} \quad V = 4 \frac{m}{s} \quad V = 6 \frac{m}{s} \quad V = 8 \frac{m}{s}$$

۲-

هرگاه بردار شتاب در راستای بردار سرعت و هم‌جهت با آن باشد، شتاب حاصل مماسی است و حرکت روی خط راست تندشونده است.

$$a_t \neq 0$$

$$a_n = 0$$



زاویه بین سرعت و شتاب

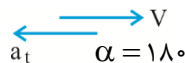
$$V = 8 \frac{m}{s} \quad V = 6 \frac{m}{s} \quad V = 4 \frac{m}{s} \quad V = 2 \frac{m}{s}$$

۳-

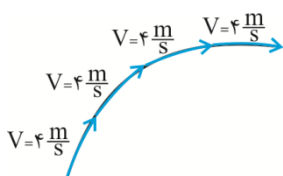
هرگاه بردار شتاب در راستای بردار سرعت ولی در خلاف جهت آن باشد، نوع حرکت کندشونده بر روی خط راست است.

$$a_t \neq 0$$

$$a_n = 0$$

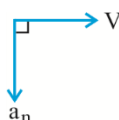


۴- هرگاه بردار شتاب عمود بر راستای سرعت باشد، نوع حرکت یکنواخت و بر مسیر منحنی است.



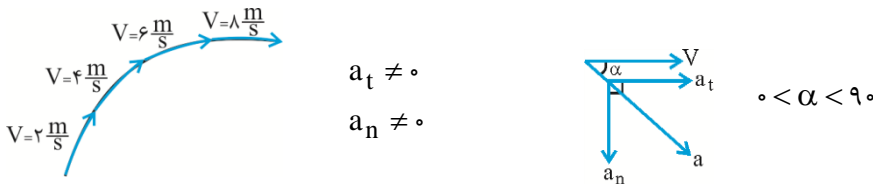
$$a_t = 0$$

$$a_n \neq 0$$

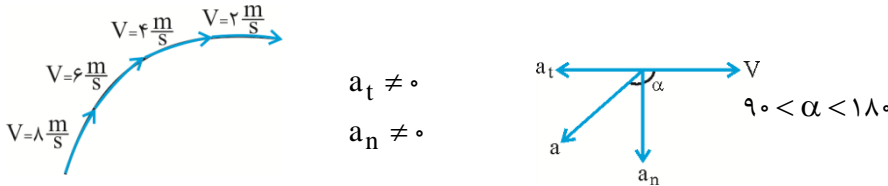


$$\alpha = 90^\circ$$

۵- هرگاه زاویه‌ی بین بردارهای شتاب و سرعت بین 0° تا 90° درجه باشد، حرکت بر روی مسیر منحنی و تندشونده است.



۶- هرگاه زاویه‌ی بین بردارهای شتاب و سرعت بین 90° تا 180° درجه باشد، حرکت بر روی مسیر منحنی و کندشونده است.



بردار سرعت به خودی تنگ است - اینجا به یکدیگر شود.

۷۹: در کدام یک از موارد زیر حرکت یک جسم شتابدار است؟

(الف) تنها اندازه‌ی سرعت جسم تغییر کند.

(ب) تنها جهت سرعت جسم تغییر کند.

(پ) هم‌زمان اندازه و جهت سرعت جسم تغییر کند.

(۴) الف و ب و پ

(۳) پ

(۲) الف و پ

(۱) الف و ب

احساس توان = سرعت شتاب

۸۰: کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

(۱) اگر بردار شتاب در حرکت بر خط راست ثابت باشد می‌تواند آهنگ افزایش سرعت کاهش یابد.

(۲) اگر در حرکت بر خط راست، بردار مکان تغییر جهت دهد آنگاه سوی حرکت تغییر کرده است.

(۳) در حرکت بر خط راست، اگر بردار شتاب تغییر علامت دهد لزومی ندارد علامت سرعت تغییر کرده باشد.

(۴) در حرکت بر خط راست، بردار شتاب و بردار سرعت الزاماً هم‌راستا نیستند.

۸۱: شتاب حرکت یک جسم که روی مسیر منحنی حرکت می‌کند الزاماً:

(۱) در امتداد سرعت جسم است.

(۲) در جهت عکس سرعت است.

(۳) عمود بر سرعت جسم است.

(۴) در امتدادی غیر از امتداد سرعت است.

۸۲: معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x = 4t^2 - 3t + 5$ می‌باشد. در زمان‌های $t > 0$ متحرک

..... محور x ها حرکت می‌کند و حرکتش است.

(۱) ابتدا در خلاف جهت و سپس در جهت - ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

(۲) ابتدا در جهت و سپس در خلاف جهت - ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

(۳) جهت - تندشونده

(۴) خلاف جهت - کندشونده

$$\begin{cases} v = 8t - 3 \\ a = 8 \end{cases}$$

جهت $\frac{v}{a}$ ضابطه

v	+	-	+
a	+	+	+
$a \cdot v$	-	+	+



۳۲: اگر دو متحرک هم‌زمان و از دو نقطه‌ی مختلف به سمت یک‌دیگر حرکت می‌کنند جابه‌جایی کل، مجموع جابه‌جایی هر یک از آن‌ها می‌باشد.

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$



۸۲: دو متحرک روی خط مستقیمی به طرف یک‌دیگر در حرکت‌اند. زمانی که فاصله‌ی آن‌ها از یک‌دیگر

۱۱۲۵ متر است، سرعت متحرک اول $10 \frac{m}{s}$ به‌صورت تندشونده و سرعت متحرک دوم $20 \frac{m}{s}$ و آن‌ها هم‌تندشونده است. اگر

شتاب متحرک اول $2 \frac{m}{s^2}$ و شتاب متحرک دوم $4 \frac{m}{s^2}$ باشد، این دو متحرک پس از چند ثانیه به هم می‌رسند؟

۳۷/۵ (۴)

۲۵ (۳)

۱۹/۴ (۲)

۱۵ (۱)



۸۳: دو قطار بر روی یک ریل، با سرعت‌های 30 متر بر ثانیه در خلاف جهت هم در حرکت‌اند. وقتی

فاصله‌ی دو قطار به 875 متر می‌رسد، حرکت هر یک از آن‌ها با شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ کند می‌شود. دو قطار پس از چند ثانیه به هم

برخورد می‌کنند؟

۲۵ (۴)

۱۵ (۳)

۳۵ (۲)

۳۰ (۱)



۸۴: معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = -5t^2 + 20t + 10$ می‌باشد. سرعت متوسط

متحرک در مدتی که متحرک به‌صورت کندشونده حرکت کرده است، چند متر بر ثانیه است؟

۱۰ (۴)

-۱۰ (۳)

-۵ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی (۴)

$$v = -1 \cdot t + 20$$

$$a = -1$$

		ضرب ۲	
v	a	+	-
+	+	+	-
+	-	-	-
-	+	-	+
-	-	+	+

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_0}{2 - 0}$$

$$v_{av} = \frac{10 - 10}{2} = 10 \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0 \Rightarrow \frac{1}{2}a = -5 \Rightarrow a = -10 \frac{m}{s^2} \quad V_0 = 20$$

$$V = at + V_0 \Rightarrow V = -10t + 20 \xrightarrow{V=0} -10t + 20 = 0 \Rightarrow -10t = -20 \Rightarrow t = 2(s)$$

$$a = -10 \frac{m}{s^2}$$

$$\xrightarrow{t=0} x = +10m$$

$$\xrightarrow{t=2(s)} x = -5(2)^2 + 20(2) + 10 \Rightarrow x = -20 + 40 + 10 = 30m$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_0}{2 - 0} = \frac{30 - 10}{2} = 10 \frac{m}{s}$$

	+	0	-
$V = -10t + 20$			
a	-	-	-
	$aV < 0$		$aV > 0$

تند شونده کند شونده

۸۵: معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت $x = 2t^2 - 6t^2 + 6t$ است. در بازه‌ی زمانی صفر تا ۲

(سراسری ریاضی - ۹۷)

ثانیه، کدام مورد درست است؟ $v = 4t^2 - 12t + 6 = 0 \rightarrow t = 1$

$$a = 12t - 12 = 0 \rightarrow t = 1$$

(۱) شتاب متوسط برابر صفر است.

(۲) جهت حرکت یک بار تغییر کرده است.

(۳) حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

(۴) حرکت ابتدا در جهت محور X و سپس خلاف جهت محور X است.

$$a_{av} = \frac{V_f - V_0}{t} = \frac{6 - 6}{2} = 0$$

۸۶: کدام گزاره درست است؟

(۱) وقتی سرعت متحرکی در حال کاهش باشد، شتاب آن نیز الزاماً در حال کاهش خواهد بود.

(۲) بین دو متحرک آن که سرعت بیشتری دارد الزاماً شتاب بیشتری نیز خواهد داشت.

(۳) در لحظه‌ای که سرعت متحرکی صفر می‌شود، شتاب آن نیز الزاماً صفر است.

(۴) در لحظه‌ای که سرعت متحرکی بیشینه است شتاب آن احتمالاً صفر است.

۸۷: اگر سرعت متوسط جسمی که از حال سکون و در مسیری مستقیم به حرکت درمی‌آید در t

ثانیه‌ی اول حرکت برابر با $\frac{4}{s}m$ ، در t ثانیه‌ی دوم حرکت برابر با $\frac{6}{s}m$ و در t ثانیه‌ی سوم حرکت نیز برابر با $\frac{6}{s}m$ باشد. نوع

حرکت جسم از شروع حرکت به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟ (شتاب حرکت جسم در هر بازه‌ی زمانی t ثانیه‌ای

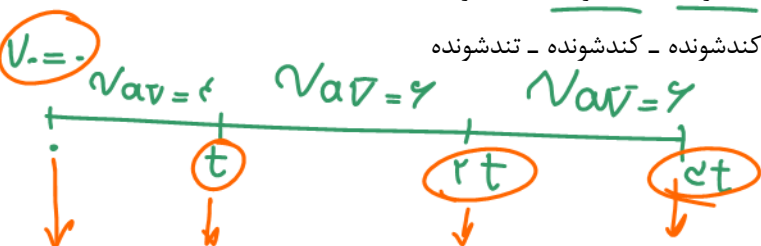
مقداری ثابت است.)

(۲) تندشونده - کندشونده - کندشونده

(۴) کندشونده - کندشونده - تندشونده

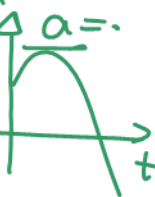
(۱) تندشونده - کندشونده - تندشونده

(۳) کندشونده - تندشونده - تندشونده



$$v_{av} = \frac{0 + V_t}{t} = 4 \rightarrow V_t = 4$$

$$v_{av} = \frac{V_t + V_{2t}}{2t} = 6 \rightarrow V_{2t} = 8$$



$$0 \xrightarrow{\text{تند}} 1 \xrightarrow{\text{تند}} 2 \xrightarrow{\text{تند}} 1 \quad \text{و} \quad \text{Vav} = \frac{V_{ft} + V_{ct}}{2} \rightarrow V_{ct=1}$$

۳۳: در حالت کلی اگر در یک حرکت علامت شتاب همواره ثابت بماند، نوع حرکت هیچ‌گاه ابتدا تندشونده و سپس کندشونده نمی‌شود.

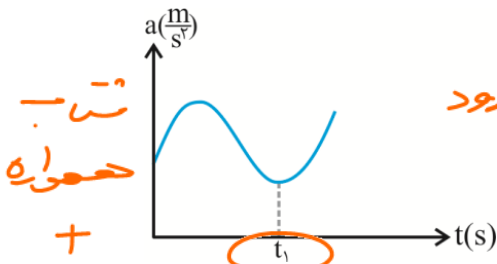
۸۸: در حرکت متحرکی بر روی محور X، در صورتی که $\frac{d^2x}{dt^2} < 0$ باشد، نوع حرکت متحرک مطابق تست

$$V = \frac{dx}{dt} \quad a = \frac{dV}{dt} \quad a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

تند - همواره - کند

- کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟
- (۱) همواره تندشونده
 - (۲) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
 - (۳) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده
 - (۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

۸۹: نمودار شتاب - زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل مقابل است. حرکت این متحرک در تست



تند - همواره +

⚠️ در بازه زمانی محمود نمی‌تواند کند هم نمی‌تواند بشود

بازه‌ی زمانی صفر تا t_1 به کدام صورت نمی‌تواند باشد؟

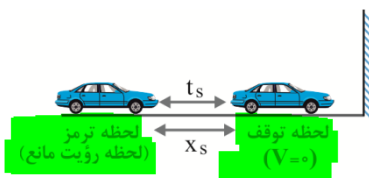
- (۱) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
- (۲) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده
- (۳) پیوسته تندشونده
- (۴) پیوسته کندشونده

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۲۴۸ تا ۲۵۹ مجموعه تست



ترمز و توقف:

۱- هرگاه متحرکی که با سرعت اولیه‌ی V_0 در حال حرکت است مانعی را در مقابل خود ببیند و بلافاصله ترمز کند، الزاماً در اثر ترمز یک حرکت کندشونده خواهد داشت. اگر این حرکت کندشونده ادامه پیدا کند متحرک متوقف می‌شود و زمان توقف و مسافتی که متحرک در اثر ترمز طی می‌کند از روابط ۱ و ۲ محاسبه می‌شود.



$$V = at + V_0 \xrightarrow{V=0} 0 = at_s + V_0 \Rightarrow t_s = \frac{V_0}{-a}$$

رابطه ۱

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{V=0} -V_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow x_s = \frac{V_0^2}{-2a}$$

رابطه ۲

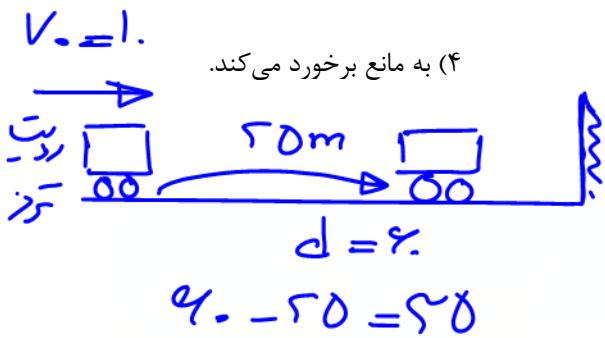
علامت شتاب حاصل از ترمز منفی است که در نهایت برای t_s و x_s مقادیر مثبتی به دست می آید.

در روابط بالا V_0 سرعت لحظه‌ای است، که متحرک ترمز می کند.

حالت اول: قبل از ترمز نوع حرکت یکنواخت می باشد و زمان عکس العمل صفر است.

اتومبیلی با سرعت $10 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است، ناگهان مانعی را در 60 متری خود می بیند و در همان لحظه ترمز می کند.

اگر شتاب حاصل از ترمز 2 باشد، این متحرک در چند متری مانع می ایستد؟



۳۵ (۳) ۲۵ (۲) ۱۰ (۱)

$$\Delta x_s = \frac{-v_0^2}{2a}$$

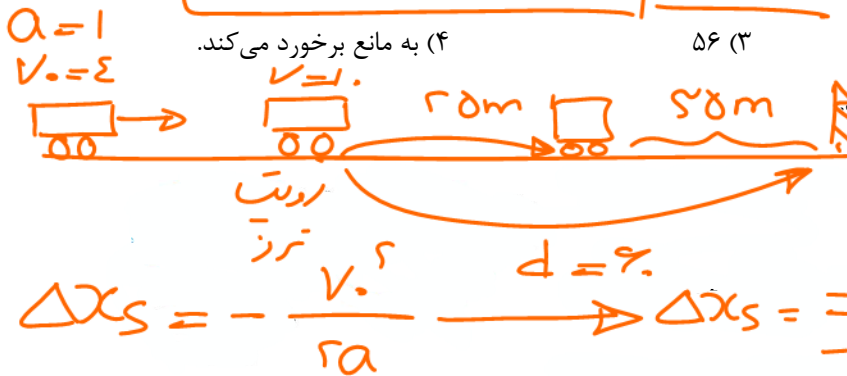
$$\Delta x_s = \frac{-100}{-2} = 28m$$

پاسخ: گزینه‌ی (۳)

حالت دوم: قبل از ترمز نوع حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت (تندشونده) بوده است و زمان عکس العمل نیز در این جا صفر است.

اتومبیلی با سرعت $4 \frac{m}{s}$ و شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ به حرکت درمی آید و در ثانیه‌ی ششم حرکت مانع‌ای را در فاصله‌ی 60 متری خود

می بیند و در همان لحظه ترمز می کند. اگر شتاب حاصل از ترمز 2 باشد این متحرک در چند متری مانع می ایستد؟



۳۵ (۱) ۵۲ (۲) ۵۶ (۳)

پاسخ: گزینه‌ی (۱)؛ اتومبیل در $t = 6$ (s) ترمز می کند.

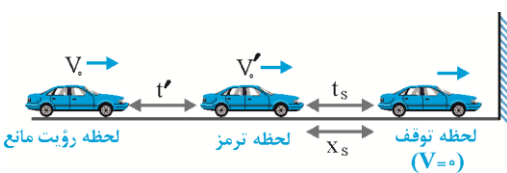
$$v = v_0 + at$$

$$v = 0 + 1 \times 6$$

$$v = 6$$

$$\Delta x_s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-36}{-2} = 18m$$

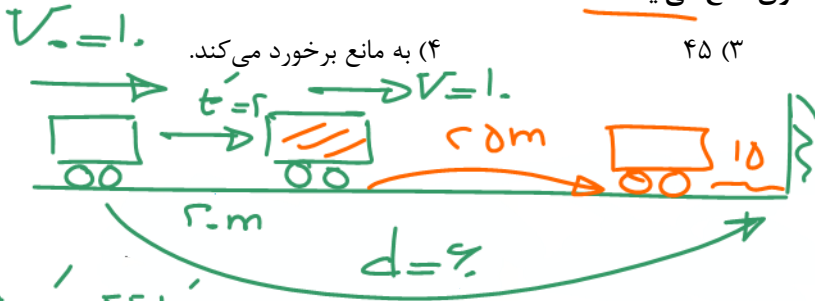
۲- اگر لحظه‌ی رؤیت مانع و لحظه‌ی ترمز بر هم منطبق نباشند، زمان عکس العمل راننده (t') باید در این محاسبات منظور شود. در این حالت سرعت متحرک بستگی به این موضوع دارد که قبل از ترمز نوع شروع حرکت متحرک یکنواخت بوده است یا شتاب‌دار.



حالت سوم: قبل از ترمز نوع حرکت یکنواخت بوده است و زمان عکس‌العمل t' می‌باشد.

اتومبیلی با سرعت $10 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. ناگهان مانع‌ای را در 60 متری خود می‌بیند و پس از 2 ثانیه ترمز می‌کند.

اگر شتاب حاصل از ترمز 2 باشد، این متحرک در چند متری مانع می‌ایستد؟



(۴) به مانع برخورد می‌کند.

(۳) ۴۵

(۲) ۳۵

(۱) ۱۵

$$\Delta x_s = \frac{-v \cdot t'}{a}$$

$$\Delta x_s = \frac{-100}{-2} = 50$$

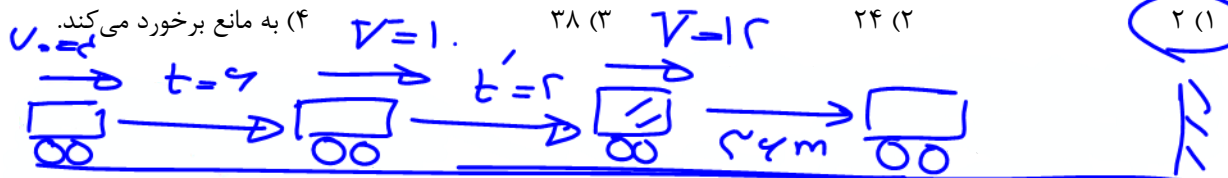
$$\Delta x' = v t'$$

$$\Delta x' = 10 \times 2 = 20 \text{ m}$$

بیش‌تر بدانیم:

حالت چهارم: قبل از ترمز نوع حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت (تندشونده) بوده است و زمان عکس‌العمل t' می‌باشد.

اتومبیلی با سرعت $4 \frac{m}{s}$ و شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ به حرکت درمی‌آید و در ثانیه‌ی ششم حرکت مانع‌ای را در فاصله‌ی 60 متری خود می‌بیند و بعد از 2 ثانیه ترمز می‌کند. اگر شتاب حاصل از ترمز 2 باشد، این متحرک در چند متری مانع می‌ایستد؟



$a = 1$

$$v = 4 + 1 \times 6 = 10$$

$$v = 10 + 1 \times 2 = 12$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} (10) \cdot 6 + 10 \times 2 = 52 \text{ m}$$

(۳) ۳۸

$$\Delta x_s = \frac{-144}{-2} = 72$$

$$22 + 72 = 94 \text{ m}$$

$$94 - 94 \text{ m} = 0 \text{ m}$$

(۱) ۲

(۲) ۲۴



۹۰: اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت $108 \frac{km}{h}$ در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در

فاصله $165m$ ، با شتاب ثابت $3 \frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند و درست جلو مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده t_1 و زمانی که حرکت

اتومبیل کندشونده بوده t_2 باشد، کدام است؟ $\frac{t_2}{t_1}$

(سراسری ریاضی - ۹۶)

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)



۹۱: اتومبیلی با تندی ثابت $72 \frac{km}{h}$ در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند که ناگهان راننده مانع ثابتی

را در 52 متری خود می‌بیند و ترمز می‌کند و حرکت اتومبیل با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ کند می‌شود. اگر زمان واکنش راننده 0.5

ثانیه باشد اتومبیل:

(سراسری فارغ از کشور تجربی - ۹۹)

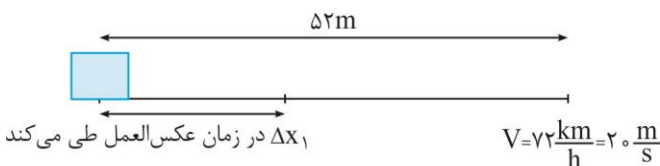
(۲) در لحظه‌ی رسیدن به مانع متوقف می‌شود.

(۱) 2 متر قبل از مانع متوقف می‌شود.

(۴) با تندی $4\sqrt{5} \frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.

(۳) با تندی $8 \frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.

پاسخ: گزینه‌ی (۳)



$$\Delta x_1 = Vt = 20 \times 0.5 = 10 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = \frac{V^2}{-2a} = \frac{20^2}{-2 \times -4} = 50 \text{ m}$$

$$\Delta x = 10 + 50 = 60 \text{ m}$$

$$52 - 10 = 42 \text{ m}$$

پس متحرک به مانع برخورد می‌کند.

از لحظه‌ای که پا روی ترمز قرار می‌دهد تا مانع 42 متر فاصله دارد.

$$V^2 - V_0^2 = 2a(\Delta x) \Rightarrow V^2 - 20^2 = 2(-4)(42) \Rightarrow V^2 - 400 = -336$$

$$V^2 = -336 + 400 = 64 \Rightarrow V = 8 \frac{m}{s}$$

اتومبیل با سرعت $8 \frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.



۹۲: اتومبیلی با تندی ثابت در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. راننده با شتاب ثابت ترمز می‌کند و پس از طی مسافت ۱۵۰ متر، تندی اتومبیل نصف می‌شود. اتومبیل از لحظه‌ی ترمز تا توقف کامل چند متر را طی می‌کند؟

(سراسری ریاضی فارغ از کشور - ۱۴۰۰)

۳۰۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی (۲)؛

$$V^2 - V_0^2 = 2a(\Delta x)$$

$$\left(\frac{1}{2} V_0\right)^2 - V_0^2 = 2a(\Delta x)$$

$$\frac{1}{4} V_0^2 - V_0^2 = 2a(150) \Rightarrow -\frac{3}{4} V_0^2 = 300a \Rightarrow a = -\frac{1}{400} V_0^2$$

$$\Delta x = \frac{V_0^2}{-2a} = \frac{V_0^2}{-2\left(-\frac{1}{400} V_0^2\right)} = 200 \text{ m}$$



۹۳: متحرکی با شتاب ثابت شروع به حرکت کرده و در پایان ثانیه‌ی پنجم حرکت سرعت آن به $1/5 \frac{m}{s}$ می‌رسد. و در پایان ثانیه‌ی ششم می‌ایستد و تغییر جهت می‌دهد. مسافتی که متحرک قبل از توقف طی می‌کند چند متر است؟

۲۷ (۴)

۲۵ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی (۴)؛

$$V_f = at + V_0$$

$$0 = a(1) + 1/5 \Rightarrow a = -1/5 \frac{m}{s^2}$$

$$V_f = at + V_0 \Rightarrow 0 = -1/5(6) + V_0 \Rightarrow V_0 = 9 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{V_0^2}{-2a} = \frac{9 \times 9}{-2(-1/5)} = 27 \text{ m}$$



گاهی در حل مسائل ترمز و توقف می‌توانیم حرکت را وارونه بررسی کنیم.



۹۴: جسمی با سرعت اولیه V_0 و شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به حرکت درمی آید و پس از ۴ ثانیه متوقف می شود. اگر مسافت طی شده در ۲ ثانیه اول X_1 و بقیه مسافت X_2 باشد. کدام است؟ $\frac{X_2}{X_1}$

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$



۹۵: اتومبیلی با سرعت $10 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. اگر این اتومبیل با شتاب ثابت ترمز کرده و پس از ۲ (s) متوقف شود، مسافتی که برای توقف طی می کند چند متر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ی ۲؛

$$\Delta x = \frac{V_0 + V_f}{2} \Delta t$$

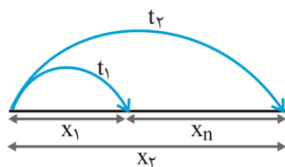
$$\Delta x = \frac{10}{2} \times 2 = 10 \text{ m}$$



تکلیف: بررسی تست های شماره ۲۶۰ تا ۲۷۵ مجموعه تست

مسافت طی شده در ثانیه n ام حرکت:

هرگاه مسافت طی شده در ثانیه ی n ام حرکت مدنظر باشد، می توان مسافت طی شده بعد از n ثانیه را از مسافت طی شده بعد از n-۱ ثانیه کم کرد و از فرمول عمومی استفاده کرد.



$$X_2 = X_2 - X_1 \quad \text{مسافت طی شده در ثانیه ی دوم } n = 2$$

$$X_n = X_n - X_{n-1} \quad \text{فرمول عمومی}$$

در حالت خاص که حرکت شتاب دار با شتاب ثابت است علاوه بر فرمول عمومی می توان از رابطه ی زیر نیز استفاده کرد.

$$x_n = \frac{1}{2} a (2n - 1) + V_0$$



۹۶: اگر معادله‌ی مکان - زمان متحرکی به صورت $x = 4t^2 + 3t$ باشد، مسافت طی شده در ثانیه‌ی سوم

چند متر است؟

۲۵ (۴)

۲۳ (۳)

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)



۹۷: متحرکی با شتاب ثابت بدون سرعت اولیه شروع به حرکت کرده و ۱۰ ثانیه بر مسیری مستقیم

حرکت می‌کند. مسافت طی شده توسط این متحرک در ثانیه‌ی اول چند برابر مسافت طی شده در ثانیه‌ی آخر حرکت است؟

$\frac{5}{21}$ (۴)

$\frac{2}{15}$ (۳)

$\frac{1}{19}$ (۲)

$\frac{3}{17}$ (۱)



۹۸: متحرکی با شتاب ثابت بدون سرعت اولیه حرکت خود را بر روی خط راست شروع می‌کند. نسبت

مسافت طی شده در ۵ ثانیه‌ی اول به مسافت طی شده در ثانیه‌ی پنجم حرکت کدام است؟

$\frac{9}{4}$ (۴)

$\frac{25}{9}$ (۳)

$\frac{25}{4}$ (۲)

$\frac{5}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی (۳):

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + \cancel{v_0}t$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}a(5)^2 = 25 \times \frac{1}{2}a$$

$$\Delta x' = \frac{1}{2}a(2n - 1) + \cancel{v_0} = \frac{1}{2}a \times 9$$

$$\frac{\text{مسافت طی شده در ۵ ثانیه‌ی اول } \Delta x}{\text{مسافت طی شده در ثانیه‌ی پنجم } \Delta x'} = \frac{\frac{1}{2}a \times 25}{\frac{1}{2}a \times 9} = \frac{25}{9}$$



۹۹: متحرکی با شتاب ثابت $\vec{a} = 4\left(\frac{m}{s^2}\right)\vec{i}$ در جهت محور X در حرکت است. اگر مسافتی که این

متحرک در فاصله‌ی زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 2(s)$ طی می‌کند، ۴ متر بیش‌تر از مسافتی باشد که در ثانیه‌ی سوم طی می‌کند، سرعت اولیه‌ی آن چند متر بر ثانیه است؟

(سراسری ریاضی - ۱۴۰۱)

۶ (۴)

۸ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$$

پاسخ: گزینه‌ی ۴؛

$$t = 2(s) \text{ تا } t = 0 \text{ از لحظه‌ی } \Delta x = \frac{1}{2} \times 4(2)^2 + 2V_0 = 8 + 2V_0$$

$$\xrightarrow{t=3(s)} \Delta x = \frac{1}{2}a(2n-1) + V_0$$

$$\Delta x' = \frac{1}{2} \times 4(2(3)-1) + V_0 = 10 + V_0$$

$$\Delta x - \Delta x' = 8 + 2V_0 - (10 + V_0) = 4 \Rightarrow 8 + 2V_0 - 10 - V_0 = 4 \Rightarrow V_0 = 6 \frac{m}{s}$$

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۲۷۶ تا ۲۸۰ مجموعه تست



محاسبه‌ی جابه‌جایی در بازه‌های زمانی مساوی و تشکیل تصاعد عددی:

هرگاه در یک حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت، مسافت‌های طی شده در بازه‌های زمانی مساوی به‌ترتیب x_1, x_2, \dots, x_n باشند، این جملات تشکیل یک تصاعد عددی را می‌دهند که قدرنسبت این تصاعد aT^2 است.

$$x_1 \Rightarrow x_n = x_1 + (n-1)aT^2$$

$$\text{در حالت کلی: } x_m - x_n = (m-n)aT^2$$

$$\text{در مسافت‌های متوالی } x_1, x_2, x_3 \Rightarrow x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2}$$



۱۰۰: متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیه‌ی V_0 در ۲ ثانیه‌ی اول حرکت خود، ۱۳ متر و در ۲ ثانیه‌ی

(سراسری تجربی - ۹۱)

سوم حرکت خود، ۲۵ متر را طی می‌کند. شتاب حرکت در SI کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۵ (۱)

۱۰۱: جابه‌جایی در ۳ ثانیه‌ی پنجم حرکتی با شتاب ثابت برابر ۲۰ متر و جابه‌جایی در ۳ ثانیه‌ی هفتم



همان حرکت برابر ۴۰ متر است. شتاب حرکت چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

$$\frac{10}{9} \quad (2)$$

$$\frac{9}{10} \quad (1)$$

۱۰۲: متحرکی در مسیر مستقیم با شتاب ثابت از حال سکون به حرکت درمی‌آید و در بازه‌های زمانی



مساوی و متوالی مسافت‌های $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$ را می‌پیماید. کدام رابطه‌ی زیر برقرار است؟

$$\frac{\Delta x_3}{\Delta x_2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \quad (2)$$

$$\Delta x_3 - \Delta x_2 = \Delta x_2 - \Delta x_1 \quad (1)$$

$$\Delta x_1 - \Delta x_2 = \frac{3}{2} \Delta x_3 \quad (4)$$

$$\frac{\Delta x_3 - \Delta x_2}{\Delta x_2} = \frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{\Delta x_1} \quad (3)$$

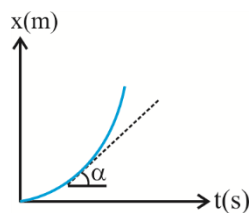
تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۲۸۱ تا ۲۸۴ مجموعه تست



نمودارهای حرکت با شتاب ثابت:

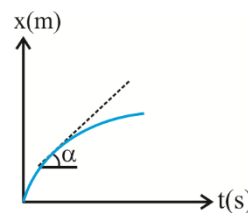
الف) نمودار مکان - زمان (x-t):

در این حرکت مکان تابع درجه‌ی ۲ از زمان است که از نظر ریاضی تابع درجه ۲ نمودار یک سهمی است.



$$a > 0 \Rightarrow aV > 0$$

نوع حرکت تندشونده است.



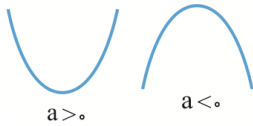
$$a < 0 \Rightarrow aV < 0$$

نوع حرکت کندشونده است.

نتایج زیر از روی نمودار مکان - زمان ($x - t$) حاصل می‌شود:

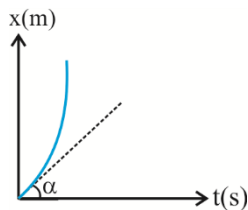
۱- مقدار مکان در هر لحظه از روی نمودار قابل رؤیت است.

۲- شیب خط قاطع بر نمودار مکان - زمان معرف سرعت متوسط متحرک است. مماس لحظه‌ای



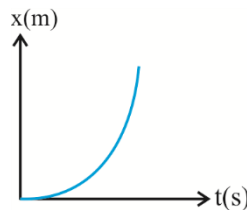
۳- جهت تقعر و تحدب نمودار معرف علامت شتاب است.

۴- هرگاه نمودار مکان - زمان در شروع حرکت بر محور زمان یا به هر خط موازی محور زمان مماس باشد، سرعت اولیه متحرک صفر است.

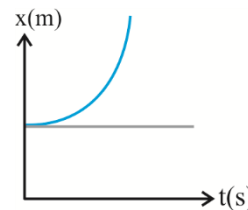


$$\tan \alpha \neq 0$$

$$V_0 \neq 0$$

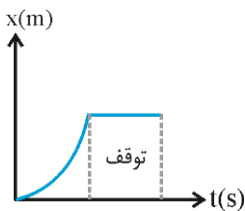


$$V_0 = 0$$

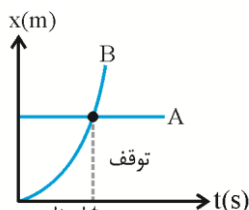


$$V_0 = 0$$

۵- هرگاه نمودار مکان - زمان در یک بازه زمانی، موازی محور زمان باشد. متحرک در آن بازه زمانی توقف داشته باشد.



۶- هرگاه نمودار مکان - زمان ۲ متحرک A و B در یک دستگاه مختصات رسم شده باشد، محل تقاطع دو نمودار لحظه به هم رسیدن آن دو می‌باشد.



۷- اگر xV منفی باشد، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است و اگر xV مثبت باشد، متحرک در حال دور شدن از مبدأ است.



$$x_1 < 0 \Rightarrow xV < 0 \text{ در حال نزدیک شدن به مبدأ}$$

$$V > 0$$

$$x_2 < 0 \Rightarrow xV > 0 \text{ در حال دور شدن از مبدأ}$$

$$V < 0$$

$$x_3 > 0 \Rightarrow xV > 0 \text{ در حال دور شدن از مبدأ}$$

$$V > 0$$

$$x_4 > 0 \Rightarrow xV < 0 \text{ در حال نزدیک شدن به مبدأ}$$

$$V < 0$$



تست ۱۰۳: معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 4t$ می‌باشد. سرعت متوسط متحرک در

مدتی که به مبدأ نزدیک می‌شود چند متر بر ثانیه است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



تست ۱۰۴: اگر \vec{a} ، \vec{v} و \vec{d} به ترتیب بردارهای شتاب، سرعت و مکان متحرک در لحظه‌ی t باشد، در کدام یک از

گزینه‌های زیر متحرک الزاماً در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان در این لحظه است؟ (مقادیر در SI هستند.)

(۱) $\vec{a} = 2\vec{i}$, $\vec{v} = -\vec{i}$ (۲) $\vec{d} = -2\vec{i}$, $\vec{a} = 4\vec{i}$ (۳) $\vec{d} = -5\vec{i}$, $\vec{v} = +\vec{i}$ (۴) $\vec{d} = -4\vec{i}$, $\vec{v} = -2\vec{i}$



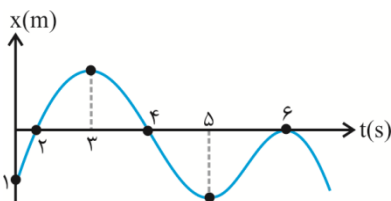
تست ۱۰۵: متحرکی روی خط راست در طول بازه‌ی زمانی Δt دائماً به مبدأ مکان نزدیک می‌شود. کدام گزینه

در مورد این متحرک در این بازه‌ی زمانی قطعاً درست است؟

- (۱) بردار مکان و بردار سرعت متحرک هم‌جهت هستند.
- (۲) بردار مکان و بردار سرعت متحرک مختلف‌الجهت هستند.
- (۳) بردار سرعت و بردار شتاب متحرک هم‌جهت هستند.
- (۴) بردار سرعت و بردار شتاب متحرک مختلف‌الجهت هستند.



تست ۱۰۶: با توجه به نمودار مکان - زمان مقابل نتایج زیر حاصل می‌شود:



۱- محل برخورد نمودار با محور x ها، مکان اولیه‌ی متحرک

است. (نقطه‌ی ۱)

۲- هرگاه نمودار مکان - زمان، محور زمان را قطع کند، یعنی متحرک

در آن لحظه به مبدأ مکان رسیده است. (نقاط ۲ و ۴ و ۶) و اگر پس از قطع کردن از آن عبور کند، یعنی از مبدأ

گذشته است. (نقاط ۲ و ۴)

۳- تعداد نقاط اکسترمم کامل منحنی تعداد دفعاتی است که متحرک توقف داشته است و تغییر جهت می‌دهد.

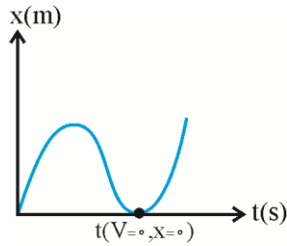
(نقاط ۳ و ۵ و ۶)

۴- تعداد نقاط عطف منحنی تعداد دفعاتی است که متحرک تغییر تحدب یا تقعر داده است. در این نقاط شتاب

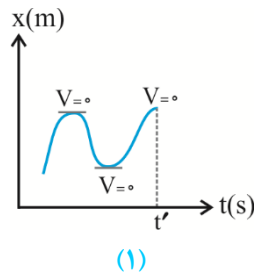
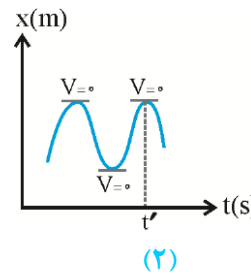
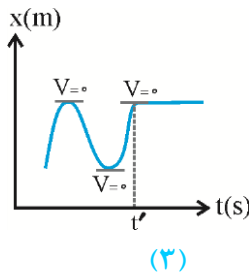
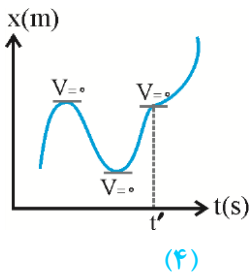
متحرک و نیروی خالص وارد بر آن صفر می‌باشد. (نقاط ۲ و ۴)



۳۵: هرگاه نمودار مکان - زمان در یک لحظه بر محور t ها مماس شود، متحرک در این لحظه هم سرعتش صفر شده است و هم در مبدأ مکان قرار دارد.



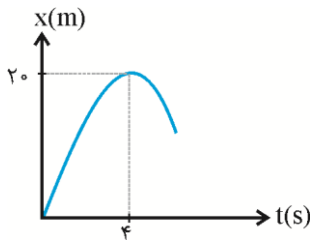
۳۶: هرگاه نمودار مکان - زمان متحرکی مانند شکل ۱ باشد، متحرک در لحظه t' توقف داشته است. اما در مورد تغییر جهت آن نمی توان اظهار نظر کرد، ممکن است مانند نمودار (۲) در لحظه t' تغییر جهت بدهد و یا مانند نمودار (۳) توقف کامل داشته باشد و یا حتی ممکن است مانند نمودار (۴) پس از توقف به مسیر خود در همان جهت ادامه دهد.



۱۰۶: با توجه به نمودار مکان - زمان مقابل که قسمتی از سهمی است، سرعت متوسط در ۶ ثانیه



ابتدای حرکت چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۲

(۲) ۲/۵

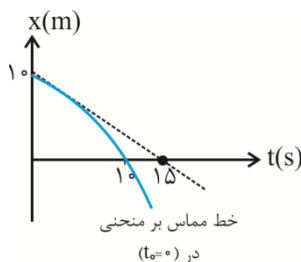
(۳) ۵

(۴) ۷/۵

۱۰۷: نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند مطابق شکل است. سرعت این



متحرک در هنگام عبور از مبدأ مکان چند متر بر ثانیه است؟



(۲) -۲

(۴) ۴

(۱) $-\frac{4}{3}$

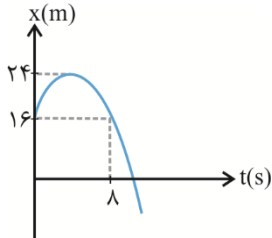
(۳) $\frac{2}{3}$



۱۰۸: نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر به صورت سهمی است. در بازه‌ی زمانی ۰ تا ۸ (s) **تست**

(سراسری ریاضی - ۹۷)

بزرگی شتاب متوسط و سرعت متوسط در SI کدام است؟

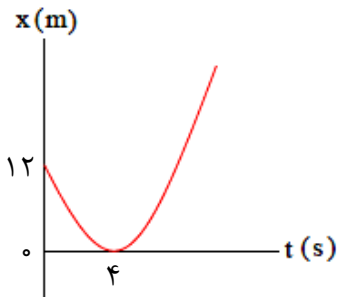


- (۱) ۱ و ۱
- (۲) ۲ و ۲
- (۳) ۱ و صفر
- (۴) ۲ و صفر



۱۰۹: مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به صورت سهمی است. سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۸$ s چند متر بر ثانیه است؟ **تست**

(سراسری تجربی - ۹۸)



- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۶
- (۴) ۱۲

پاسخ: گزینه‌ی ۳؛

$$\Delta x = \frac{V_4 + V_0}{2} \Delta t \Rightarrow -12 = \frac{0 + V_0}{2} \times 4 \Rightarrow V_0 = -6 \frac{m}{s}$$

با توجه به شکل سهمی و این که رأس سهمی در $t = 4$ (s) است سرعت در $t = 8$ (s) هم اندازه اما مختلف‌العلامت با

$$V_8 = +6 \frac{m}{s}$$

سرعت در لحظه‌ی صفر است.

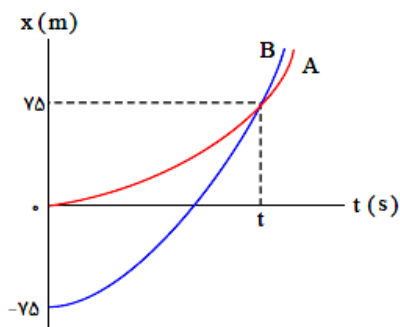


۱۱۰: نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان از حال سکون به حرکت درآمده‌اند، به صورت

دو سهمی شکل زیر است. اگر شتاب متحرک A برابر $\frac{1}{5} \frac{m}{s^2}$ باشد، نسبت سرعت متحرک B به سرعت متحرک A در

(سراسری ریاضی فارغ از کشور - ۹۸)

لحظه‌ای که از A سبقت می‌گیرد، کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) $\frac{10}{3}$

پاسخ: گزینه‌ی ۲؛

$$V_{A} = V_{B} = 0 \quad a_{A} = 1/5 \frac{m}{s^2}$$

در لحظه‌ی سبقت $t = 10(s)$ مکان دو متحرک یکسان و برابر ۷۵ متر است.

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + \cancel{V_0 t} + \cancel{x_{0A}}$$

$$x_A = \frac{1}{2} \times 1/5 t^2 \Rightarrow 75 = \frac{1}{10} t^2 \Rightarrow t^2 = 100 \Rightarrow t = 10(s)$$

$$x_B = \frac{1}{2}at^2 + \cancel{V_0 t} + x_{0B}$$

$$75 = \frac{1}{2}a_B(10)^2 - 75 \Rightarrow 150 = 50a_B \Rightarrow a_B = 3 \frac{m}{s^2}$$

$$V_B = at + \cancel{V_0} = 3(10) = 30 \frac{m}{s}$$

$$V_A = at + \cancel{V_0} = 1/5(10) = 15 \frac{m}{s}$$

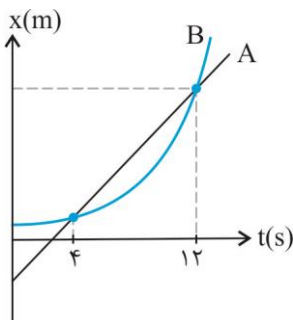
$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{30}{15} = 2$$

در چه لحظه‌ای برای بزرگی سرعت متحرک A است؟ **۱۱۱** نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متحرک B در چه



(سراسری ریاضی - ۹۹)

لحظه‌ای برابر بزرگی سرعت متحرک A است؟



۱۰ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

۵ (۴)

پاسخ: گزینه‌ی ۲؛ فرض می‌کنیم در لحظه‌ی t' بزرگی سرعت دو متحرک با هم برابر می‌شود.

$$x_A = V_A t + x_{0A}$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + V_{0B} t + \cancel{x_{0B}}$$

در دو لحظه‌ی $t = 4(s)$ و $t = 12(s)$ $x_A = x_B$ است.

$$\xrightarrow{t=4(s)} 4V_A + x_{0A} = \frac{1}{2}a_B(4)^2 + 4V_{0B} \quad (1)$$

$$\xrightarrow{t=12(s)} 12V_A + x_{\cdot A} = \frac{1}{2}a_B(12)^2 + 12V_{\cdot B} \quad (2)$$

$$(2) - (1) = 12V_A + x_{\cdot A} - 4V_A - x_{\cdot A} = \frac{1}{2}a_B(144 - 16) + 12V_{\cdot B} - 4V_{\cdot B}$$

$$8V_A = 64a_B + 8V_{\cdot B} \xrightarrow{\text{۸ را ساده می کنیم}} V_A = 8a_B + V_{\cdot B}$$

$$\xrightarrow{\substack{V_A = V_B \\ \text{در لحظه ی } t'}} V_A = 8a_B + V_{\cdot B}$$

با انطباق رابطه به دست آمده با $V = at + V_0$ مشخص می شود که $t' = 8(s)$ است.

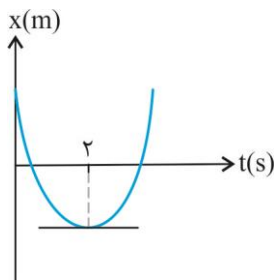
۱۱۲ تست: نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت



متوسط متحرک در بازه ی زمانی $t_1 = 1(s)$ تا $t_2 = 6(s)$ برابر $3 \frac{m}{s}$ باشد، مسافتی که متحرک در این بازه ی زمانی طی

(سراسری تجربی - ۹۹)

می کند، چند متر است؟



۱۳ (۱)

۱۵ (۲)

۱۷ (۳)

۱۹ (۴)

پاسخ: گزینه ی ۳؛ در لحظه ی $t = 2(s)$ سرعت صفر است.

$$t = 2(s) \text{ تا } 0 \text{ از لحظه ی } V = at + V_0 \Rightarrow 0 = 2a + V_0 \Rightarrow V_0 = -2a$$

$$t = 6(s) \text{ تا } t = 1(s) \text{ از } V_{av} = \frac{x_6 - x_1}{6 - 1} = 3 \Rightarrow x_6 - x_1 = 15m$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0 \xrightarrow{V_0 = -2a} x = \frac{1}{2}at^2 - 2at + x_0$$

$$\xrightarrow{t_1=1(s)} x_1 = \frac{1}{2}a - 2a + x_0 = -\frac{3}{2}a + x_0$$

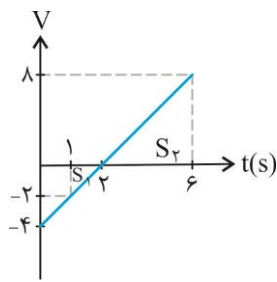
$$\xrightarrow{t_2=6(s)} x_2 = \frac{1}{2}a(6)^2 - 2a(6) + x_0 = 6a + x_0$$

$$\xrightarrow{x_2 - x_1 = 15m} 6a + x_0 + \frac{3}{2}a - x_0 = 15$$

$$7/2a = 15 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$V_0 = -2a \xrightarrow{a=2 \frac{m}{s^2}} V_0 = -2(2) = -4 \frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{V=at+V_0} V = 2t - 4$$



$$V_1 = 2(1) - 4 = -2 \frac{m}{s}$$

$$V_6 = 2(6) - 4 = 8 \frac{m}{s}$$

$$|S_1| = \frac{2 \times 1}{2} = 1m$$

$$S_2 = \frac{4 \times 8}{2} = 16m$$

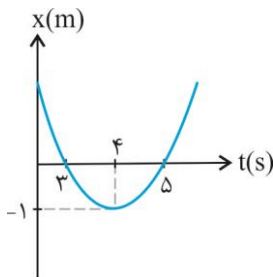
$$L = |S_1| + S_2 = 1 + 16 = 17m$$

۱۱۳: متحرکی با شتاب ثابت روی محور X حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_1 = 3(s)$ و $t_2 = 5(s)$ از مبدأ مکان عبور می‌کند و در لحظه‌ای که به مکان $x = -1m$ می‌رسد، جهت حرکتش عوض می‌شود، تندی متوسط متحرک از لحظه‌ی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 5(s)$ چند متر بر ثانیه است؟

(سراسری تیربی - ۱۴۰۰)

- ۱) $\frac{13}{5}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{17}{5}$ ۴) ۶

پاسخ: گزینه‌ی ۳؛



$$t = 5(s) \text{ تا } t = 4(s) \text{ از لحظه‌ی } \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + \dot{V}_t \Rightarrow 1 = \frac{1}{2}a(1)^2 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$t = 4(s) \text{ تا } t = 0 \text{ از لحظه‌ی } \Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + \dot{V}_t$$

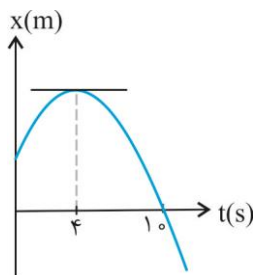
رابطه‌ی مستقل از سرعت اولیه

$$\Delta x_{0 \rightarrow 4} = -\frac{1}{2}(2)(4)^2 = -16m \Rightarrow |\Delta x_{0 \rightarrow 4}| = 16m$$

$$L = 16 + 1 = 17m \quad S = \frac{L}{\Delta t} = \frac{17m}{5s}$$

۱۱۴: نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی در لحظه‌ی $t = 8(s)$ چند برابر تندی در لحظه‌ی $t = 2(s)$ است؟

(سراسری ریاضی - ۱۴۰۱)



۱) ۴

۲) ۵

۳) ۲

۴) ۳

$$t = \frac{V_0}{-a} \Rightarrow 4 = \frac{V_0}{-a} \Rightarrow V_0 = -4a$$

پاسخ: گزینه‌ی ۳؛

با استفاده از تصاعد

$$t=0 \rightarrow V_0 = -4a$$

$$t=1(s) \rightarrow V_1 = -3a$$

$$t=2(s) \rightarrow V_2 = -2a$$

$$t=3(s) \rightarrow V_3 = -a$$

$$t=4(s) \rightarrow V_4 = 0$$

با توجه به سهمی تندی در لحظه $t = 4(s)$ هم‌اندازه با لحظه $t = 0$ است.

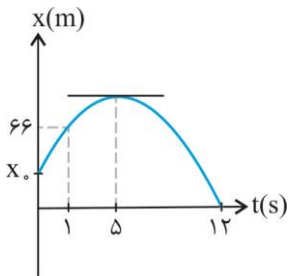
$$V_4 = 4a \quad \frac{V_4}{V_2} = \left| \frac{4a}{-2a} \right| = 2$$

۱۱۵: نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر



(سراسری تجربی - ۱۴۰۱)

است. مکان اولیه متحرک (X_0) چند متر است؟



۴۸ (۱)

۴۲ (۲)

۵۸ (۳)

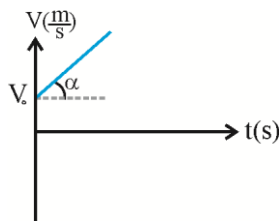
۵۲ (۴)

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۲۸۵ تا ۳۱۳ مجموعه تست

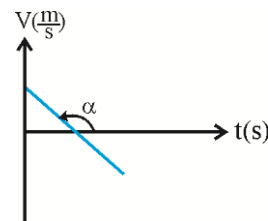


(ب) نمودار سرعت - زمان ($V-t$):

در این حرکت سرعت تابع درجه ۱ از زمان است که از نظر ریاضی تابع درجه ۱ خطی مورب با شیب ثابت است.



$$\tan \alpha > 0 \Rightarrow a > 0 \Rightarrow aV > 0 \\ V > 0$$



$$\tan \alpha < 0 \Rightarrow a < 0$$

نوع حرکت تندشونده است.

نتایج زیر از روی نمودار سرعت - زمان ($V-t$) حاصل می‌شود:

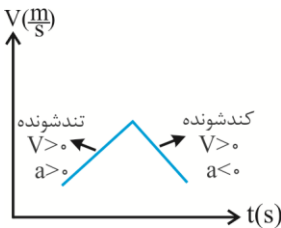
۱- مقدار سرعت در هر لحظه از روی نمودار قابل رؤیت است.

۲- شیب نمودار که در این جا ثابت است، معرف عدد و علامت شتاب می‌باشد.

۳- مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان معرف تغییر مکان (جابه‌جایی) متحرک است. $S_{V-t} = \Delta x$

۴- هرگاه در نمودار سرعت - زمان نمودار به محور زمان نزدیک شود، نوع حرکت کندشونده است و اگر نمودار از محور

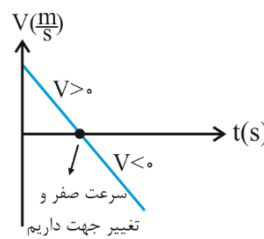
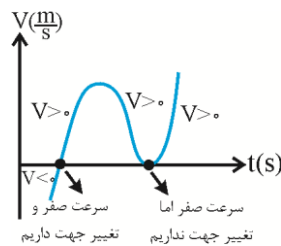
زمان دور شود، نوع حرکت تندشونده می‌باشد.



۵- هرگاه نمودار سرعت - زمان به گونه‌ای باشد، که با محور زمان برخورد کند، الزاماً سرعت صفر شده است. اگر پس از

برخورد، از محور زمان عبور کند، یعنی تغییر جهت داشته است و اگر بر محور زمان مماس شود، تغییر جهتی در کار

نیست.

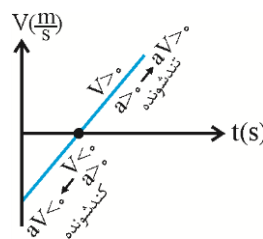
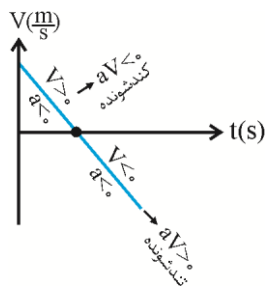


۳۷: در حرکت با شتاب ثابت اگر توقف داشته باشیم، الزاماً در ادامه حرکت تغییر جهت خواهیم داشت.



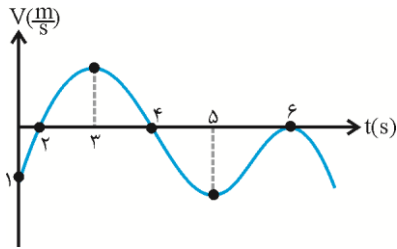
۶- هرگاه $aV < 0$ باشد، در حرکت با شتاب ثابت، نوع حرکت ابتدا کندشونده است که پس از مدتی سرعت صفر شده و

متحرک متوقف می‌شود و تغییر جهت می‌دهد. و از آن لحظه به بعد نوع حرکت آن تندشونده می‌شود.





۳۹: با توجه به نمودار سرعت - زمان مقابل نتایج زیر حاصل می شود:



۱- محل برخورد نمودار با محور سرعت، سرعت اولیه متحرک را

نشان می دهد. (نقطه ۱)

۲- هرگاه نمودار با محور زمان برخورد کند، لحظه ی مورد نظر زمانی است

که سرعت متحرک صفر شده است. (نقاط ۲، ۴ و ۶)

متحرک می تواند پس از این لحظه تغییر جهت بدهد یا تغییر جهتی نداشته باشد (نقاط ۲ و ۴ تغییر جهت دارد و

نقطه ۶ تغییر جهت ندارد.)

۳- تعداد نقاط اکسترمم کامل منحنی تعداد دفعاتی است که در آن شتاب متحرک و یا نیروی خالص وارد شده بر

آن صفر شده است. (نقاط ۳، ۵ و ۶)

در نقطه ۶ هم سرعت و هم شتاب صفر شده است.



۴۰: یافتن تعداد دفعات تغییر جهت متحرک از روی نمودارها:



۱- در نمودار مکان - زمان تعداد اکسترمم های کامل، تعداد دفعاتی است که متحرک تغییر جهت داده است.

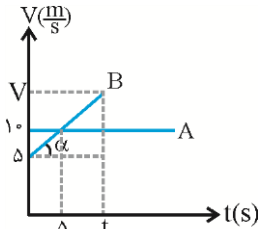
۲- در نمودار سرعت - زمان تعداد دفعاتی که نمودار محور زمان را قطع کرده است و از آن عبور می کند تعداد

دفعات تغییر جهت متحرک می باشد.



۴۰: بررسی به هم رسیدن دو متحرک از روی نمودار سرعت - زمان (V - t):

هرگاه نمودار سرعت - زمان دو متحرک در یک دستگاه مختصات رسم شده باشد. محل برخورد این دو نمودار لحظه‌ای است که سرعت‌های آن‌ها با هم برابر می‌شود. می‌توان زمان رسیدن این دو متحرک به یکدیگر را از یکی از روش‌های زیر محاسبه کرد. (مکان اولیه دو متحرک یکسان است).



$$x_{0A} = x_{0B} = 0$$

لحظه‌ی به هم رسیدن

۱- روش هندسی: مساحت زیر نمودار معرف جابه‌جایی می‌باشد.

$$S_A = S_B \Rightarrow \Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow 10t = \frac{V + 5}{2} \times t$$

$$\Rightarrow 10 = \frac{V + 5}{2} \Rightarrow V + 5 = 20 \Rightarrow V = 15 \frac{m}{s}$$

$$t = 5(s) \text{ تا } t_0 = 0 \text{ از لحظه‌ی } a = \tan \alpha = \frac{5}{5} = 1 \quad V = at + V_0 \Rightarrow 15 = 1t + 5 \Rightarrow t = 10(s)$$

۲- با نوشتن معادله‌ی مکان دو متحرک:

$$x_A = V_A t + \cancel{x_{0A}} \Rightarrow x_A = 10t$$

$$x_B = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t + \cancel{x_{0B}} \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}(1)t^2 + 5t$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 10t = \frac{1}{2}t^2 + 5t \Rightarrow 5t = \frac{1}{2}t^2 \Rightarrow t = 10(s)$$

۳- اگر زمانی که سرعت‌های دو متحرک با هم برابر می‌شوند را دو برابر کنیم، لحظه‌ی به هم رسیدن متحرک‌ها به دست می‌آید.

$$t = 2t' \Rightarrow t = 2(5) = 10(s)$$

زمان برابری سرعت‌ها



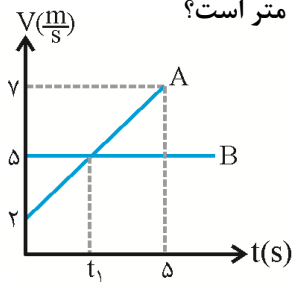
۴۱: همان‌طور که قبلاً عنوان شد، بیش‌ترین فاصله‌ی دو متحرک در زمان‌های بین دو سبقت در لحظه‌ی برابری

سرعت‌ها است.



۱۱۶: نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در مبدأ زمان در کنار هم هستند، در مسیر مستقیم

به صورت مقابل است. در فاصله‌ی زمانی صفر تا $t = 5$ بیش‌ترین فاصله‌ی این دو متحرک چند متر است؟



(۱) ۲/۵

(۲) ۴/۵

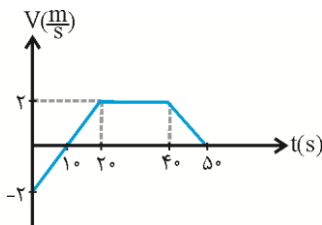
(۳) ۵

(۴) ۹



۶: نمودار سرعت - زمان حرکت دوچرخه‌ی سواری که در لحظه‌ی $t = 0$ از مبدأ مکان در راستای محور X شروع

به حرکت کرده است، مطابق شکل روبه‌رو است.



(الف) در کدام بازه‌های زمانی، دوچرخه‌سوار در جهت مثبت محور X حرکت کرده است؟

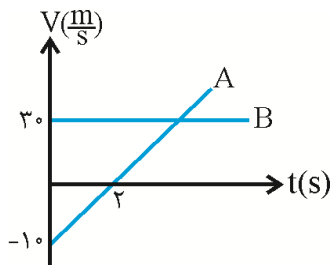
(ب) در کدام بازه‌های زمانی، دوچرخه‌سوار در خلاف جهت محور X حرکت کرده است؟

(پ) نوع حرکت دوچرخه‌سوار را در هر بازه‌ی زمانی تعیین کنید.



۱۱۷: نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان و از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند،

به صورت شکل مقابل می‌باشد. در لحظه‌ای که متحرک A به B می‌رسد، نسبت سرعت متحرک A به B کدام است؟



(۲) $\frac{5}{3}$

(۴) $\frac{7}{3}$

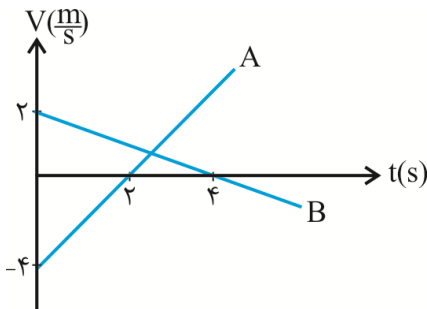
(۱) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{6}{3}$



۱۱۸: دو متحرک A و B هم‌زمان و از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند. اگر این دو متحرک در یک

راستای مستقیم در حرکت بوده و نمودار سرعت - زمان آن‌ها مطابق شکل باشد، در چه لحظه‌ای به هم می‌رسند؟



(۱) ۴/۸ (s)

(۲) ۴/۵ (s)

(۳) ۵/۴ (s)

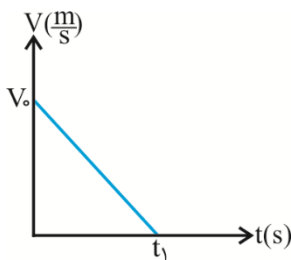
(۴) ۲/۴ (s)



۱۱۹: نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر

این متحرک در ۲ ثانیه اول ۳۶ متر و در ۲ ثانیه‌ی آخر ۴ متر جابه‌جا شده باشد. t_1 چند ثانیه است؟

(سراسری ریاضی فیزیک از کشور - ۹۷)



(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۱۲

(۴) ۱۵

پاسخ: گزینه‌ی (۲)؛ در دو ثانیه‌ی آخر داریم:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + V_0 t \Rightarrow 4 = -\frac{1}{2}a(2)^2 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_{0 \rightarrow 2(s)} = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t \Rightarrow 36 = \frac{1}{2}(-2)(2)^2 + 2V_0 \Rightarrow V_0 = 20 \frac{m}{s}$$

$$V = at + V_0 \Rightarrow 0 = -2t + 20 \Rightarrow t = 10(s)$$



۱۲۰: متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت $5 \frac{m}{s^2}$ به حرکت درمی‌آید و پس از مدتی حرکتش

یکنواخت می‌شود و در نهایت با همان شتاب $5 \frac{m}{s^2}$ حرکتش کند شده و می‌ایستد. اگر کل زمان حرکت ۲۵ ثانیه و سرعت

متوسط در این مدت $20 \frac{m}{s}$ باشد، زمانی که حرکت متحرک یکنواخت بوده است، چند ثانیه است؟ (سراسری تجربی - ۹۷)

(۴) ۲۰

(۳) ۱۵

(۲) ۱۰

(۱) ۵



۱۲۱: متحرکی در یک مسیر مستقیم از حال سکون با شتاب ثابت $\frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند و پس

از مدتی حرکتش با شتاب ثابت $\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$ کند می‌شود و در نهایت می‌ایستد. اگر مسافت طی شده در کل مسیر ۶۰۰ متر باشد،

مسافت طی شده در ۳۰ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر است؟

(سراسری تجربی - ۹۹)

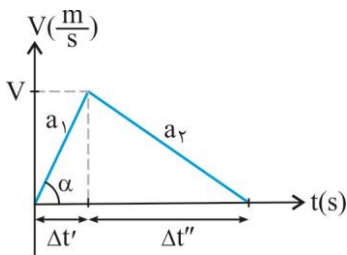
۵۵۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۴۵۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی ۴؛



$$|a_1| = 3|a_2|$$

$$\Delta t'' = 3\Delta t'$$

$$S = \frac{V(\Delta t' + \Delta t'')}{2} = 600$$

$$a_1 = \tan \alpha = \frac{V}{\Delta t'} = 3 \Rightarrow V = 3\Delta t'$$

$$S = \frac{3\Delta t'(\Delta t' + 3\Delta t')}{2} = 600 \Rightarrow 6\Delta t'^2 = 600$$

$$\Rightarrow \Delta t'^2 = 100 \Rightarrow \Delta t' = 10(s)$$

$$\Delta t'' = 3\Delta t' = 3(10) = 30(s)$$

$$a_1 = \frac{V}{\Delta t'} \Rightarrow 3 = \frac{V}{10} \Rightarrow V = 30 \frac{m}{s}$$

از لحظه‌ی $t = 10(s)$ تا $t = 40(s)$ با توجه به تشابه مثلثاتی داریم:

$$\frac{30}{V_{30}} = \frac{40-10}{40-30} \Rightarrow \frac{3}{V_{30}} = \frac{30}{10} \Rightarrow V_{30} = 10 \frac{m}{s}$$

$$S_1 = \frac{30 \times 10}{2} = 150 m$$

$$S_2 = \frac{30+10}{2} \times 20 = 400 m$$

$$L = S_1 + S_2 = 150 + 400 = 550 m$$



۱۲۲: متحرکی با شتاب ثابت $\vec{a} = -4\vec{i}$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیه‌ی

سوم حرکت برابر صفر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در بازه‌ی $t_1 = 2(s)$ تا $t_2 = 4(s)$ چند متر است؟

(سراسری ریاضی - ۹۹)

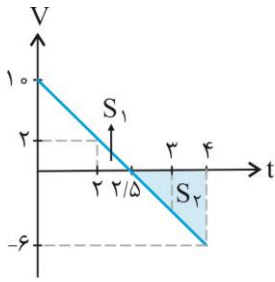
۱۰ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی ۳؛ در ثانیه‌ی سوم یعنی $t_1 = 2(s)$ تا $t_2 = 3(s)$ توجه شتاب منفی پس شیب نمودار منفی است.



$$V_{2/5} = at + V_0 \Rightarrow 0 = -4(2/5) + V_0 \Rightarrow V_0 = 10 \frac{m}{s}$$

$$V_2 = at + V_0 \Rightarrow V_2 = -4(2) + 10 = 2 \frac{m}{s}$$

$$V_4 = at + V_0 \Rightarrow V_4 = -4(4) + 10 = -6 \frac{m}{s}$$

$$S_1 = \frac{0/5 \times 2}{2} = 0/5 \text{ m}$$

$$|S_2| = \frac{1/5 \times 6}{2} = 4/5 \text{ m}$$

$$L = S_1 + |S_2| = 0/5 + 4/5 = 5 \text{ m}$$

۱۲۳: متحرکی روی محور X با شتاب ثابت حرکت می‌کند. اگر سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = 0$ در



جهت محور X باشد و بردار سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه‌ی اول حرکت برابر $V_{av} = 7/5 \frac{m}{s} \vec{i}$ و تندى متوسط در این بازه

(سراسری تیربی - ۱۴۰۰)

مسافت طی شده در ۲ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر است؟

۳۵ (۴)

۲۵ (۳)

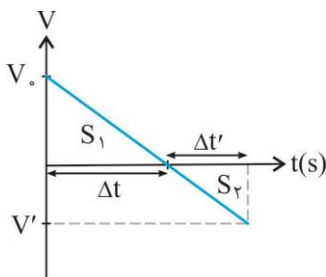
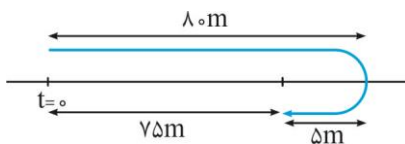
۱۵ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی (۴):

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 7/5 = \frac{\Delta x}{10} \Rightarrow \Delta x_{0 \rightarrow 10(s)} = 75 \text{ m}$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 8/5 = \frac{L}{10} \Rightarrow L = 85 \text{ m}$$



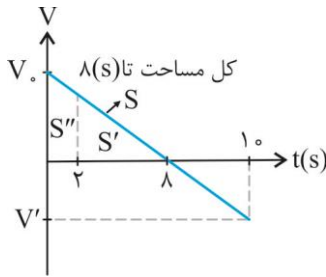
$$S_1 = 80 \text{ m}$$

$$|S_2| = 5 \text{ m}$$

$$S_1 = \frac{V_0 \times \Delta t}{2} = 80 \Rightarrow V_0 \Delta t = 160$$

$$|S_2| = \frac{V' \times \Delta t'}{2} = 5 \Rightarrow V' \Delta t' = 10$$

از تشابه مثلثاتی استفاده می‌کنیم.



$$\frac{V_0}{V'} = \frac{\Delta t}{\Delta t'}$$

$$\frac{V_0 \Delta t}{V' \Delta t'} = \frac{160}{10} \Rightarrow \frac{V_0 \Delta t}{V' \Delta t'} = 16$$

$$\frac{\Delta t^2}{\Delta t'^2} = 16 \Rightarrow \frac{\Delta t}{\Delta t'} = 4 \Rightarrow \Delta t = 4 \Delta t'$$

$$\Delta t + \Delta t' = 10 \text{ (s)} \Rightarrow 5 \Delta t' = 10 \Rightarrow \Delta t' = 2 \text{ (s)} \quad \Delta t = 8 \text{ (s)}$$

از تشابه استفاده می‌کنیم:

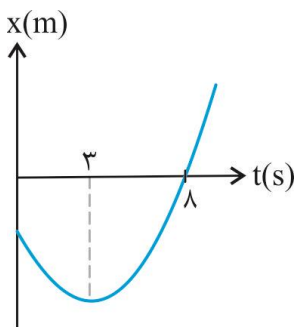
$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{\Delta t}{\Delta t'}\right)^2 \Rightarrow \frac{S}{S'} = \left(\frac{8}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{S}{S'} = \frac{64}{4} \Rightarrow S' = 16 S$$

$$S'' = S - S' = 80 - 160 = -80 \text{ m}$$

۱۲۴: نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. جابه‌جایی



متحرک در بازه‌ی زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 8$ (s) چند برابر مسافت طی شده در این بازه‌ی زمانی است؟ (سراسری ریاضی - ۱۴۰۰)



$$\frac{5}{14} \quad (2)$$

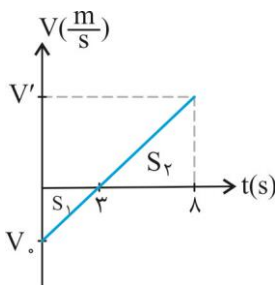
$$\frac{5}{17} \quad (1)$$

$$\frac{9}{14} \quad (4)$$

$$\frac{8}{17} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه‌ی ۳؛ تقعر رو به سمت بالا شتاب مثبت پس شیب نمودار نیز مثبت است.

از تشابه مثلثاتی استفاده می‌کنیم:



$$\frac{5}{3} = \frac{V'}{V_0} \Rightarrow V' = \frac{5}{3} V_0$$

$$|S_1| = \frac{V_0 \times 3}{2}$$

$$S_2 = \frac{V' \times 5}{2} = \frac{\frac{5}{3} V_0 \times 5}{2} = \frac{25 V_0}{6}$$

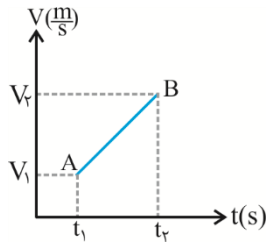
$$\Delta x = S_2 - S_1 = \frac{25 V_0}{6} - \frac{3 V_0}{2} = \frac{16 V_0}{6}$$

$$L = S_1 + S_2 = \frac{3 V_0}{2} + \frac{25 V_0}{6} = \frac{34 V_0}{6}$$

$$\frac{\Delta x}{L} = \frac{\frac{16 V_0}{6}}{\frac{34 V_0}{6}} = \frac{8}{17}$$



۴۲: در حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت سرعت متوسط در هر بازه‌ی زمانی برابر میانگین سرعت لحظه‌ای ابتدا و انتهای آن بازه است.

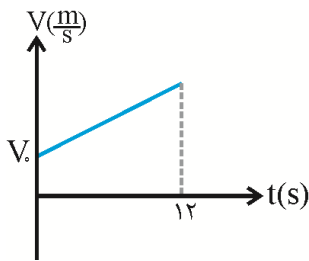


$$V_{av} = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

به عبارت دیگر سرعت متوسط بین دو بازه‌ی t_1 تا t_2 در حرکت با شتاب ثابت دقیقاً برابر سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه‌ی $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ است.



۱۲۵: نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند در شکل زیر نشان داده شده است، سرعت متحرک در کدام لحظه برابر با سرعت آن در این ۱۲ ثانیه است؟



- (۱) پایان ثانیه‌ی ششم
- (۲) ابتدای ثانیه‌ی ششم
- (۳) در تمام لحظه‌ها
- (۴) در هیچ لحظه‌ای

پاسخ: گزینه‌ی (۱)

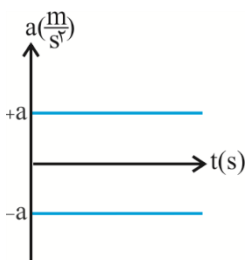
$$t = \frac{t_0 + t_{12}}{2} = \frac{0 + 12}{2} = 6 \text{ (s)}$$

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۳۱۴ تا ۳۴۹ مجموعه تست



(ج) نمودار شتاب - زمان (a-t):

در این حرکت شتاب ثابت است که عدد ثابت از نظر ریاضی خطی راست و افقی با شیب صفر است.



نتایج زیر از روی نمودار شتاب - زمان (a-t) حاصل می‌شود:

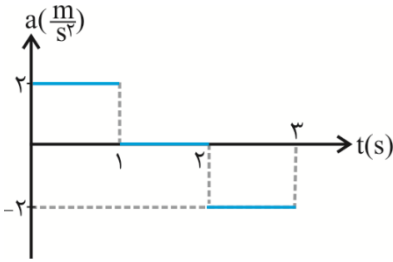
۱- مقدار شتاب در هر لحظه از روی نمودار قابل رؤیت است.

۲- مساحت سطح زیر نمودار شتاب - زمان معرف تغییرات سرعت است.

$$S_{a-t} = \Delta V$$

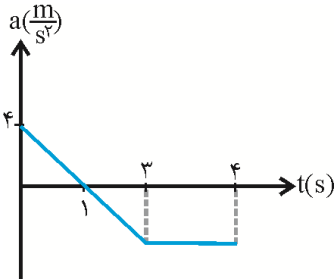
مثال ۷: نمودار شتاب - زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل است. نوع حرکت متحرک را در هر بازه‌ی زمانی

تعیین کنید. ($V_0 = 0$)



محاسبه‌ی تغییرات سرعت از روی نمودار شتاب - زمان ($a - t$):

تست ۱۲۶: نمودار شتاب - زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است. شتاب متوسط متحرک در ۴ ثانیه‌ی اول



چند متر بر مربع ثانیه است؟

(۱) $-۳/۵$

(۲) $-۴/۵$

(۳) ۶

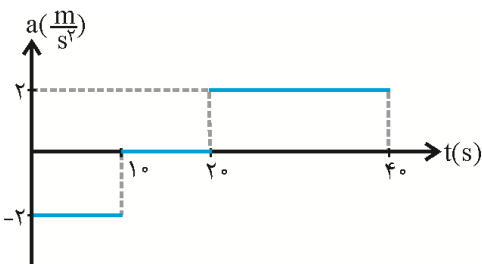
(۴) ۹

تست ۱۲۷: نمودار شتاب - زمان متحرکی که از حال سکون روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر



(سراسری تیرگی - ۹۴)

است. در بازه‌ی زمانی $t_1 = ۲۰(s)$ تا $t_2 = ۳۵(s)$ کدام گزینه درست است؟



(۱) حرکت تندشونده است.

(۲) حرکت کندشونده است.

(۳) جهت حرکت یک بار تغییر می‌کند.

(۴) متحرک در جهت محور X حرکت می‌کند.

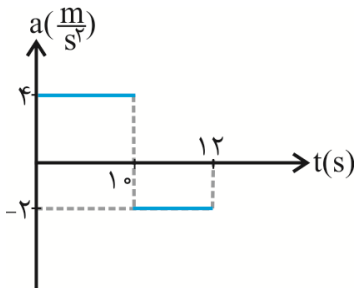
محاسبه جابه‌جایی از روی نمودار شتاب - زمان (a - t):

۱۲۸: نمودار شتاب - زمان متحرکی که سرعتش در مبدأ زمان $5 \frac{m}{s}$ است، به صورت شکل زیر می‌باشد.



(سراسری ریاضی - ۹۴)

سرعت متوسط متحرک در این ۱۲ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟



۱۳/۵ (۱)

۱۴ (۲)

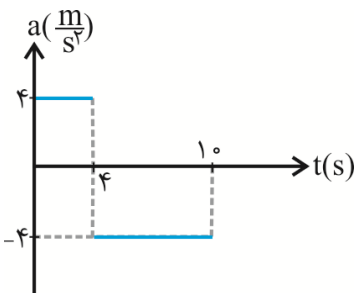
۲۷ (۳)

۲۸ (۴)

۱۲۹: نمودار شتاب - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است. اگر



جابه‌جایی متحرک در این ۱۰ ثانیه ۱۵۶ متر باشد، سرعت اولیه‌ی متحرک چند متر بر ثانیه است؟ (سراسری فارغ از کشور تیرگی - ۹۶)



۲۰ (۱)

۱۵ (۲)

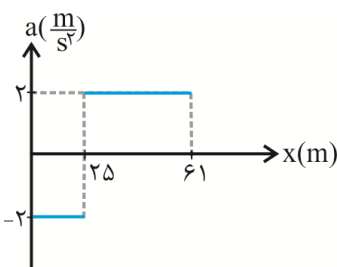
۱۰ (۳)

۵ (۴)

۱۳۰: نمودار شتاب - مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک



در لحظه‌ی $t = 0$ از مبدأ با سرعت $10 \frac{m}{s}$ عبور کند، سرعت آن در مکان $x = 61m$ چند متر بر ثانیه است؟ (سراسری تیرگی - ۹۷)



۲۲ (۱)

۱۲ (۲)

۸ (۳)

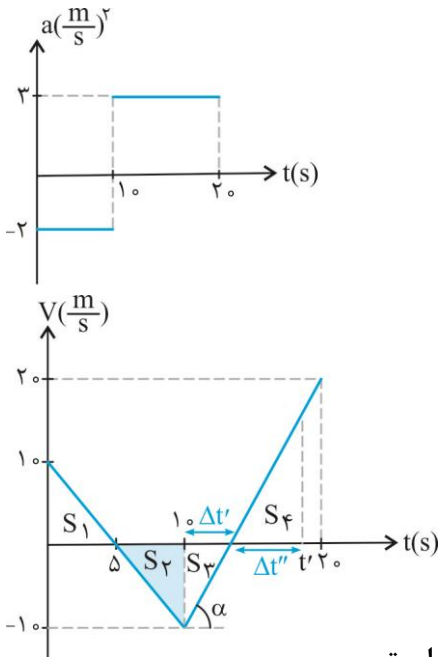
۶ (۴)



۱۳۱: نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می کند و در لحظه $t = 0$ با سرعت اولیه $\vec{V}_0 = 10 \left(\frac{m}{s}\right) \vec{i}$ برای اولین بار از مبدأ مکان عبور می کند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه ای بر حسب ثانیه،

متحرک برای سومین بار از مبدأ عبور می کند؟

(سراسری ریاضی - ۹۹)



۱۰ (۱)

$\frac{40}{3}$ (۲)

۱۵ (۳)

$\frac{50}{3}$ (۴)

پاسخ: گزینه ی ۴؛

$$V_{10} = at + V_0 = -2(10) + 10 = -10 \frac{m}{s}$$

$$V_{20} = at + V_{10} = 3(10) - 10 = 20 \frac{m}{s}$$

برای دومین بار در لحظه $t = 10$ (s) از مبدأ مکان می گذرد چون اندازه ی مساحت S_1 و S_2 با هم برابر است.

شیب از لحظه $t = 10$ (s) تا $t = 20$ (s) ثابت و برابر اندازه ی شتاب یعنی $3 \frac{m}{s^2}$ است.

$$\tan \alpha = \frac{10}{\Delta t'} = 3 \Rightarrow \Delta t' = \frac{10}{3} \quad \Delta t'' = \Delta t' = \frac{10}{3}$$

$$t' = 10 + \Delta t' + \Delta t'' = 10 + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} = \frac{50}{3}$$

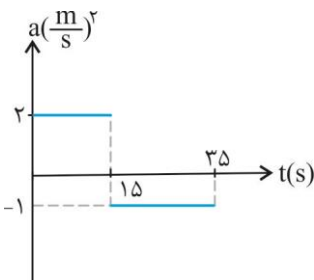
در واقع باید مساحت سطح بالای نمودار برابر اندازه ی مساحت سطح پایین نمودار باشد.

$$S_1 = |S_2| \quad |S_2| = S_4$$

۱۳۲: نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می کند مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه $t = 2$ (s) سرعت متحرک $\vec{V} = -6 \left(\frac{m}{s}\right) \vec{i}$ و مکان متحرک $\vec{x} = (-16m) \vec{i}$ باشد مکان متحرک در لحظه ی

$t = 35$ (s) کدام است؟

(سراسری تجربی - ۱۴۰۱)



$(375m) \vec{i}$ (۱)

$(400m) \vec{i}$ (۲)

$(275m) \vec{i}$ (۳)

$(300m) \vec{i}$ (۴)

پاسخ: گزینه ی ۳؛

$$V = at + V_0 \Rightarrow -6 = 2(2) + V_0 \Rightarrow V_0 = -10 \frac{m}{s}$$

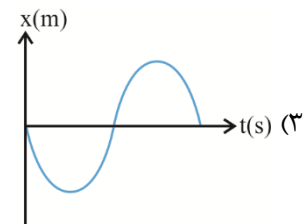
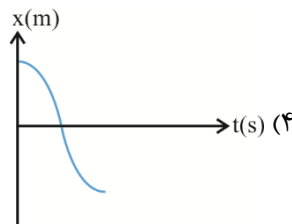
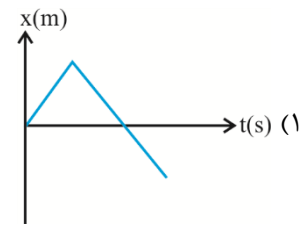
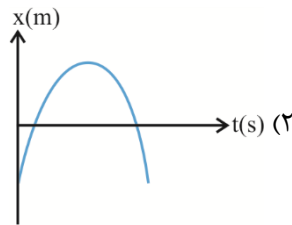
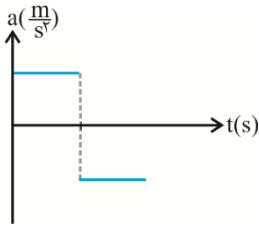
$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + V_0 t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} (2)(15)^2 + (-10)(15) = 75 \text{ m}$$

$$V_{15} = at + V_0 = 2(15) - 10 = 20 \frac{m}{s}$$

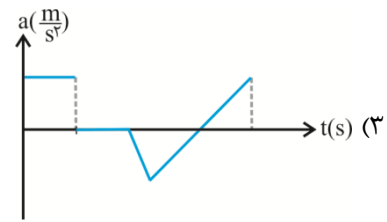
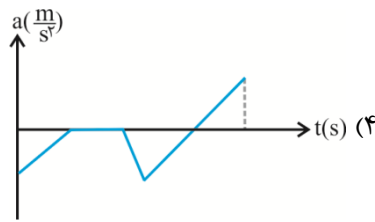
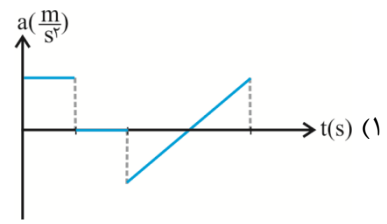
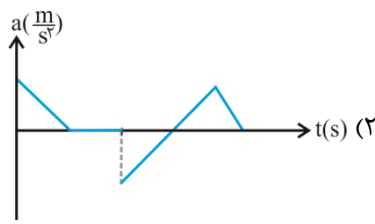
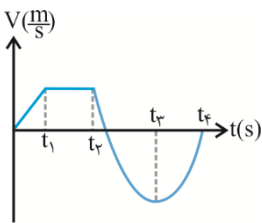
$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + V_{15} t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} (-1)(20)^2 + 20(20) = 200 \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 75 + 200 = 275 \text{ m} \Rightarrow \Delta \vec{x} = (275 \text{ m}) \vec{i}$$

۱۳۳: نمودار شتاب - زمان متحرکی مطابق شکل است. نمودار مکان - زمان آن کدام است؟



۱۳۴: نمودار سرعت - زمان ذره‌ای که بر روی خط مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. کدام یک از نمودارهای زیر می‌تواند نمودار شتاب - زمان این ذره باشد؟

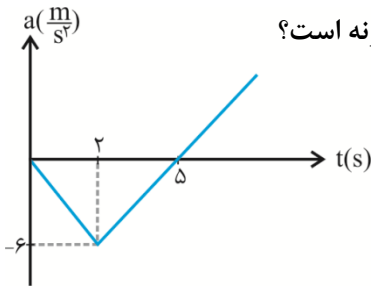


تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۳۵۰ تا ۳۷۶ مجموعه تست



تشخیص نوع حرکت از روی نمودار شتاب - زمان (a - t):

حالت اول: متحرکی با سرعت اولیهی $20 \frac{m}{s}$ در جهت محور X روی خط راست شروع به حرکت می کند و نمودار شتاب - زمان آن مطابق شکل روبه رو است. حرکت متحرک در بازه ی زمانی صفر تا ۵ ثانیه چگونه است؟



(۱) کندشونده

(۲) تندشونده

(۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

(۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

$$S = \Delta V = \frac{5 \times (-6)}{2} = -15 \frac{m}{s}$$

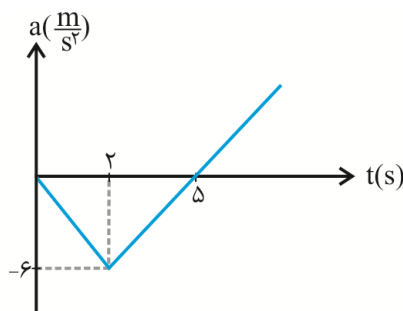
پاسخ: گزینه ی (۱)؛

$$\Delta V = V_5 - V_0 \Rightarrow -15 = V_5 - 20 \Rightarrow V_5 = 5 \frac{m}{s}$$

$$V_0 = 20 \frac{m}{s} \quad V_5 = 5 \frac{m}{s}$$

فقط اندازه ی سرعت کاهش یافته است پس نوع حرکت پیوسته کندشونده است.

حالت دوم: متحرکی از حال سکون شروع به حرکت می کند و نمودار شتاب - زمان آن مطابق شکل روبه رو است. حرکت متحرک در بازه ی زمانی صفر تا ۵ ثانیه چگونه است؟



(۱) کندشونده

(۲) تندشونده

(۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

(۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

پاسخ: گزینه ی (۲)؛

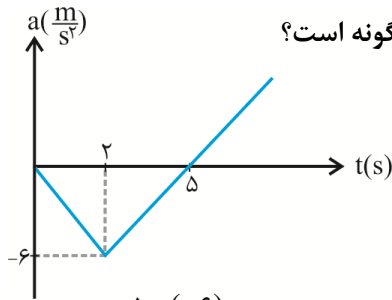
$$S = \Delta V = \frac{5 \times (-6)}{2} = -15 \frac{m}{s}$$

$$\Delta V = V_5 - V_0 \Rightarrow -15 = V_5 - 0 \Rightarrow V_5 = -15 \frac{m}{s}$$

$$V_0 = 0 \quad V_5 = -15 \frac{m}{s}$$

فقط اندازه ی سرعت افزایش یافته است، پس نوع حرکت پیوسته تندشونده می باشد.

حالت سوم: متحرکی با سرعت اولیه $10 \frac{m}{s}$ در جهت محور X روی خط راست شروع به حرکت می کند و نمودار شتاب - زمان آن مطابق شکل روبه رو است. حرکت متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا ۵ ثانیه چگونه است؟



(۱) کندشونده

(۲) تندشونده

(۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

(۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

پاسخ: گزینه‌ی (۴)

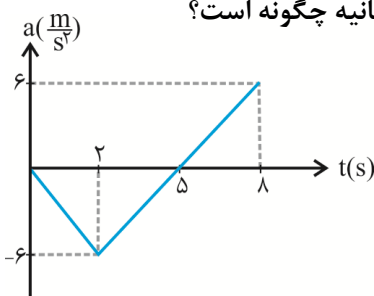
$$\Delta V = S = \frac{5 \times (-6)}{2} = -15 \frac{m}{s}$$

$$\Delta V = V_{\Delta} - V_0 \Rightarrow -15 = V_{\Delta} - 10 \Rightarrow V_{\Delta} = -5 \frac{m}{s}$$

$$V_0 = 10 \frac{m}{s} \quad V_{\Delta} = -5 \frac{m}{s}$$

علاوه بر تغییر در اندازه‌ی سرعت علامت آن نیز تغییر کرده است یعنی ابتدا سرعت به صفر رسیده و متحرک تغییر جهت داده است.

حالت چهارم: متحرکی با سرعت اولیه $5 \frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور X روی خط راست شروع به حرکت می کند و نمودار شتاب - زمان آن مطابق شکل روبه رو است. حرکت متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا ۸ ثانیه چگونه است؟



(۱) کندشونده

(۲) تندشونده

(۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

(۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

پاسخ: گزینه‌ی (۳)

$$V_0 = -5 \frac{m}{s} \text{ در خلاف جهت محور X}$$

$$S_1 = \Delta V = \frac{5 \times (-6)}{2} = -15 \frac{m}{s} \text{ از لحظه‌ی } t = 0 \text{ تا } t = 5(s)$$

$$\Delta V = V_{\Delta} - V_0 \Rightarrow -15 = V_{\Delta} - (-5) \Rightarrow V_{\Delta} = -20 \frac{m}{s}$$

$$V_0 = -5 \frac{m}{s} \quad V_{\Delta} = -20 \frac{m}{s}$$

ابتدا نوع حرکت تندشونده می باشد، بدون تغییر علامت اندازه‌ی سرعت زیاد شده است.

$$S_2 = \Delta V = \frac{3 \times 6}{2} = 9 \frac{m}{s} \text{ از لحظه‌ی } t = 5(s) \text{ تا } t = 8(s)$$

$$\Delta V = V_{\Delta} - V_{\Delta} \Rightarrow 9 = V_{\Delta} - (-20) \Rightarrow V_{\Delta} = -11 \frac{m}{s}$$

$$V_{\Delta} = -20 \frac{m}{s} \quad V_0 = -11 \frac{m}{s}$$

نوع حرکت در نهایت کندشونده می باشد، باز هم بدون تغییر علامت اندازه‌ی سرعت دستخوش تغییر شده است.

ویژه‌ی رشته‌ی ریاضی



حرکت در راستای قائم:

سقوط آزاد:

این حرکت آرمانی، شتاب‌دار با شتاب ثابت (g) است که تنها نیرویی که به جسم وارد می‌شود وزن جسم می‌باشد و از مقاومت هوا صرف‌نظر می‌شود.

برای بررسی حرکت در راستای قائم به دو قرارداد زیر عمل می‌کنیم.

الف) نقطه پرتاب مبدأ دستگاه مختصات است. بنابراین مکان اولیه صفر در نظر گرفته می‌شود.

ب) جهت حرکت رو به بالا را مثبت فرض می‌کنیم پس علامت g همواره منفی می‌باشد.

۴۳: شتاب ثابت جسمی که در حال سقوط آزاد است ناشی از گرانش نامیده می‌شود و معمولاً اندازه‌ی آن برابر $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ گرفته می‌شود.

اندازه g با تغییر مکان تغییر می‌کند. به طوری که در قطب‌ها بیشینه و در استوا کمینه است.

معادلات حرکت:

در سقوط آزاد سرعت اولیه ($V_0 = 0$) می‌باشد.

$$۱) a = -g$$

$$۲) y = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$۳) V = -gt$$

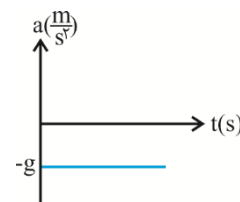
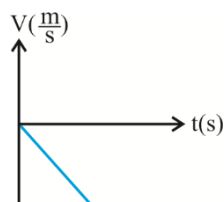
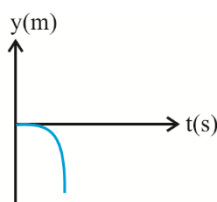
$$۴) V^2 = -2gy$$

$$۵) y = \frac{V}{g} \Delta t$$

$$۶) V_{av} = \frac{V}{2}$$

$$۷) V_{av} = -\frac{1}{2}gt$$

نمودارهای حرکت:



مثال ۸: شخصی از بالای یک ساختمان گلوله‌ای را به طرف زمین رها می‌کند. $(g = ۹/۸ \frac{m}{s^2})$

الف: پس از ۱ ثانیه گلوله چه مسافتی را طی می‌کند و سرعت آن به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟

ب: اگر گلوله با سرعت $۱۴ \frac{m}{s}$ به زمین برخورد کند، ارتفاع ساختمان و زمان کل حرکت گلوله را محاسبه کنید.

تست ۱۳۵: گلوله‌ای در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه از نقطه‌ای به ارتفاع $۱۸۰m$ رها می‌شود. این گلوله ۱۳۵



متر آخر مسیر حرکت خود را در چند ثانیه طی می‌کند؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

تست ۱۳۶: گلوله‌ای را در شرایط خلأ رها می‌کنیم. این گلوله در ثانیه‌ی سوم سقوط خود چند متر را می‌پیماید؟



$(g = ۹/۸ \frac{m}{s^2})$

۳۰ (۴)

۲۹/۴ (۳)

۲۵ (۲)

۲۴/۵ (۱)

تست ۱۳۷: جسمی را در شرایط خلأ از یک بلندی رها می‌کنیم، به طوری که با سرعت $۳۰ \frac{m}{s}$ با زمین برخورد کند،



ارتفاع بلندی چند متر است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$

۳ (۴)

۴/۵ (۴)

۳۰ (۲)

۴۵ (۱)



۱۳۸: جسمی از حال سکون در خلأ از یک بلندی رها می‌شود. اندازه‌ی سرعت متوسط آن پس از $2/5$ (s) تا

چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۱۲/۵ (۴)

۲۵ (۳)

۵۰ (۲)

صفر (۱)



۱۳۹: از ارتفاع معینی، گلوله‌ای رها می‌شود و لحظه‌ای بعد گلوله‌ی دیگری از همان نقطه رها می‌شود. تا

رسیدن گلوله‌ی اول به زمین، فاصله‌ی بین دو گلوله چگونه تغییر می‌کند؟ (مقاومت هوا ناچیز است.)

(۱) ثابت می‌ماند.

(۲) کاهش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد.

(۴) بستگی به جرم گلوله‌ها دارد.



۱۴۰: گلوله‌ای در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه از ارتفاع y رها می‌شود. اگر این گلوله مسافتی را که در

ثانیه‌ی آخر حرکت طی کرده، ۳ برابر مسافتی باشد که تا قبل از آن طی کرده است. y چند متر است؟ $(g = 9/8 \frac{m}{s^2})$

(سراسری ریاضی - ۹۶)

۴۵ (۴)

۴۴/۱ (۳)

۲۰ (۲)

۱۹/۶ (۱)



۱۴۱: گلوله‌ای را در شرایط خلأ از ارتفاع ۸۰ متری بالای سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم.

چند ثانیه‌ی بعد، گلوله‌ی B را از همان ارتفاع رها کنیم تا حداکثر فاصله‌ی آن‌ها از یک‌دیگر به ۳۵ متر برسد؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

$\sqrt{2}$ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۱۴۲: گلوله‌ای از ارتفاع h رها می‌شود. این گلوله با سرعت V از ارتفاع ۹ متری زمین عبور می‌کند و با

(سراسری ریاضی - ۹۸)

سرعت $\frac{3}{2}V$ به زمین می‌رسد. h چند متر است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

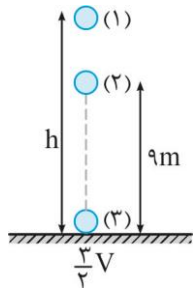
۳۶ (۴)

۳۲/۴ (۳)

۱۸ (۲)

۱۶/۲ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی (۱)؛



$$V_1^2 - V_2^2 = 2gh'$$

$$\left(\frac{3V}{2}\right)^2 - V^2 = 2 \times 10 \times 9$$

$$\frac{9V^2}{4} - V^2 = 2 \times 10 \times 9 \Rightarrow \frac{5V^2}{4} = 2 \times 10 \times 9$$

$$V^2 = 4 \times 4 \times 9 \Rightarrow V = 12 \frac{m}{s}$$

$$V_1^2 - V_2^2 = 2gh \Rightarrow \left(\frac{3V}{2}\right)^2 - 0 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow \left(\frac{3 \times 12}{2}\right)^2 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 16/2 m$$



۱۴۳: گلوله‌ای در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود. اگر مسافتی را که گلوله در

ثانیه‌ی آخر حرکت طی کرده، ۳ برابر مسافتی باشد که تا قبل از آن طی کرده است، h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(سراسری ریاضی - ۹۶)

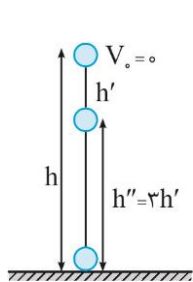
۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی (۱)؛



$$h' = \frac{1}{2}gt^2$$

$$h' = \frac{1}{2}g(t-1)^2$$

$$4 = \frac{t^2}{(t-1)^2} \Rightarrow \frac{t}{t-1} = 2$$

$$2t - 2 = t \Rightarrow t = 2(s)$$

$$\xrightarrow{t=2s} h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (2)^2 = 20 m$$



۱۴۴: گلوله‌ای به جرم 100g در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود و پس از مدتی به زمین می‌رسد. اگر انرژی جنبشی گلوله در لحظه برخورد به زمین $24/2\text{J}$ باشد، سرعت متوسط گلوله در آخرین ثانیه حرکتش چند متر

(سراسری ریاضی - ۹۹)

بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۱۲ (۴)

۱۵ (۳)

۱۷ (۲)

۲۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲؛

$$K = \frac{1}{2} mV^2 \Rightarrow 24/2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times V^2 \Rightarrow V^2 = 484 \Rightarrow V = 22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V = gt + V' \Rightarrow 22 = 10(1) + V' \Rightarrow V' = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

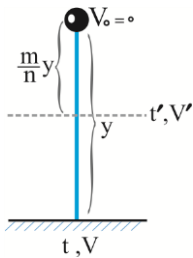
سرعت گلوله ۱ ثانیه قبل از آن که به زمین برسد.

$$V_{\text{av}} = \frac{V + V'}{2} = \frac{22 + 12}{2} = \frac{34}{2} = 17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۴۴: هرگاه گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع y رها شود، گلوله با سرعت V و پس از زمان t با زمین

برخورد می‌کند، سرعت گلوله و زمان رسیدن گلوله به $\frac{m}{n}$ ارتفاع y از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است.



$$V' = \sqrt{\frac{m}{n}} V$$

$$t' = \sqrt{\frac{m}{n}} t$$

از نقطه‌ای که گلوله رها می‌شود باید در نظر گرفته شود، نه از سطح زمین.



۱۴۵: گلوله‌ای در شرایط خلأ از بالای برجی به ارتفاع y بدون سرعت اولیه رها می‌شود. اگر بزرگی سرعت این گلوله در ارتفاع $y/9$ از سطح زمین برابر $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، بزرگی سرعت آن در ارتفاع $y/9$ از سطح زمین چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

است؟

۴ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)



۱۴۶: سنگی را از بالای ساختمانی به ارتفاع y در شرایط خلأ رها می‌کنیم و پس از ۹ ثانیه به سطح

زمین می‌رسد. این سنگ $\frac{1}{9}$ ابتدای مسیر را در چند ثانیه طی می‌کند؟

$\frac{2}{9}$ (۴)

$\frac{4}{9}$ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)



۴۵: کاربرد سرعت نسبی در حرکت در راستای قائم:

دو گلوله در شرایط خلأ به فاصله‌ی زمانی $(s) \frac{2}{5}$ از یک نقطه بالای زمین رها می‌شوند. چند ثانیه پس از رها شدن

گلوله‌ی اول، فاصله‌ی دو گلوله به $68/75 \text{ m}$ می‌رسد؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$ (سراسری ریاضی - ۹۱)

۳ (۴)

۴ (۳)

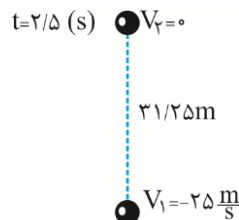
۴/۵ (۲)

۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی (۳)؛ ابتدا موقعیت گلوله‌ها را در لحظه‌ی $(s) \frac{2}{5} = t$ به دست می‌آوریم.

$$V_1 = -gt \Rightarrow V_1 = -10 \cdot (\frac{2}{5}) = -25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \times 10 \cdot (\frac{2}{5})^2 = -31/25 \text{ m}$$



برای این که فاصله دو گلوله به $68/75 \text{ m}$ متر برسد این دو گلوله باید به اندازه‌ی $37/5$ متر دیگر از هم فاصله بگیرند.

$$V' = |V_1 + V_2| = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$y' = 68/75 - 31/25 = 37/5 \text{ m}$$

$$y' = V't' \Rightarrow 37/5 = 25t' \Rightarrow t' = 1/5 (s)$$

$$\text{کل } t = t + t' = 2/5 + 1/5 = 4 (s)$$

۴ ثانیه پس از رها شدن گلوله‌ی اول، فاصله‌ی دو گلوله به $68/75 \text{ m}$ می‌رسد.

تکلیف: بررسی تست‌های شماره ۳۷۷ تا ۴۲۰ مجموعه تست

