

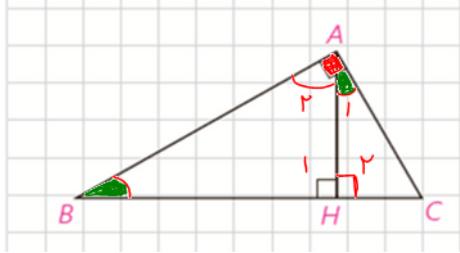


فصل دوم – درس سوم

روابط طولی در مثلث قائم الزاویه

دکتر مهدی یوسفی

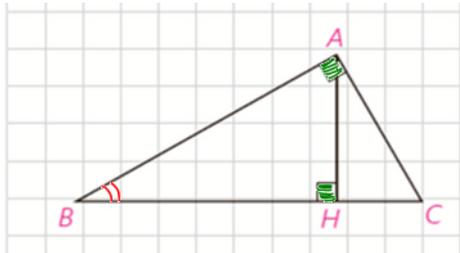
دبیر هندسه دبیرستان ماندگار البرز



در هر مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو مثلث قائم الزاویه تفکیک می‌کند که هر دو با هم و با مثلث اصلی متشابه‌اند.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}BH : \hat{H}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{A}_2 = 90^\circ \\ \hat{ABC} : \hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} + \hat{A}_2 = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_1$$

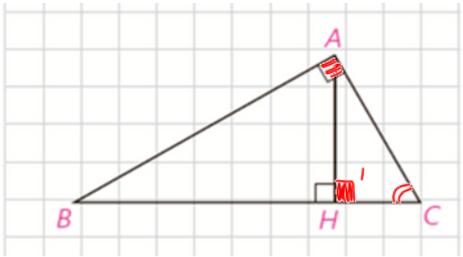
$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{A}_1 \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \hat{A}BH \sim \hat{A}HC \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع متناظر}} \frac{AH}{HC} = \frac{AB}{AC} = \frac{HB}{AH} \Rightarrow AH^2 = HB \times HC$$



در هر مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو مثلث قائم الزاویه تفکیک می‌کند که هر دو با هم و با مثلث اصلی متشابه‌اند.

$$\hat{A}BH \sim \hat{ABC} \text{ (حکم)}$$

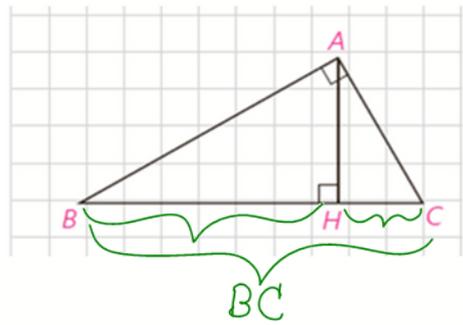
$$\left. \begin{array}{l} \hat{H} = \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{B} \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \hat{A}BH \sim \hat{ABC} \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع متناظر}} \frac{AB}{BC} = \frac{AH}{AC} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow AB^2 = BH \times BC$$



در هر مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو مثلث قائم الزاویه تفکیک می‌کند که هر دو با هم و با مثلث اصلی متشابه‌اند.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{H}_1 = \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{(ii)} \triangle AHC \sim \triangle ABC \xrightarrow[\text{متناظر}]{\text{تناسب بین اضلاع}} \frac{AC}{BC} = \frac{AH}{AB} = \frac{CH}{AC}$$

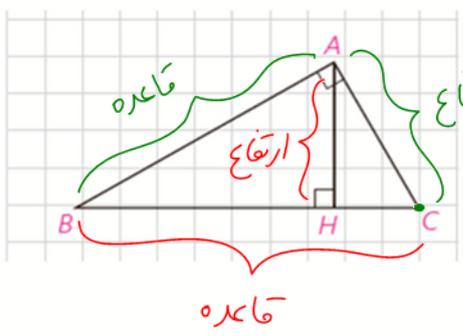
$$\Rightarrow AC^2 = CH \times BC$$



در مثلث قائم الزاویه ABC روابط مهم زیر برقرارند. این رابطه‌ها را روابط طولی می‌نامیم؛ زیرا با اندازه‌های اضلاع سروکار دارند:

- ۱) $AB^2 = BC \cdot BH$
- ۲) $AC^2 = BC \cdot CH$
- ۳) $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (میانگورن)
- ۴) $AH^2 = BH \cdot CH$
- ۵) $AH \times BC = AB \times AC$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABH \sim \triangle ABC \Rightarrow AB^2 = BH \times BC \\ \triangle AHC \sim \triangle ABC \Rightarrow AC^2 = CH \times BC \end{array} \right\} \xrightarrow{(+)} AB^2 + AC^2 = BC(BH + CH) = BC^2$$



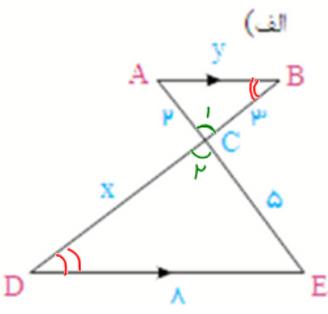
در مثلث قائم الزاویه ABC روابط مهم زیر برقرارند. این رابطه‌ها را روابط طولی می‌نامیم؛ زیرا با اندازه‌های اضلاع سروکار دارند:

- ۱) $AB^2 = BC \cdot BH$
- ۲) $AC^2 = BC \cdot CH$
- ۳) $AB^2 + AC^2 = BC^2$
- ۴) $AH^2 = BH \cdot CH$
- ۵) $AH \times BC = AB \times AC$

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{1}{2} BC \times AH \\ S = \frac{1}{2} AB \times AC \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} AB \times AC \Rightarrow AH \times BC = AB \times AC$$

در هر یک از شکل‌های زیر، تشابه مثلث‌ها را ثابت کنید و از آن‌جا مقادیر x و y را مشخص کنید:

۱



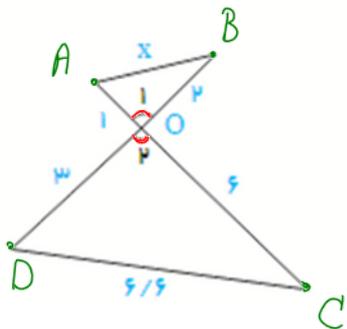
$$AB \parallel DE \text{ (موازی } BD) \Rightarrow \hat{B} = \hat{D} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{(ii) } \triangle ABC \sim \triangle CDE$$

$$(\text{مقابل بر رأس}) \hat{C}_1 = \hat{C}_2$$

$$\frac{AC}{CE} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1 \times 10}{5} = \frac{10}{5} = 2 \\ x = \frac{5 \times 10}{10} = 5 \end{cases}$$

در هر یک از شکل‌های زیر، تشابه مثلث‌ها را ثابت کنید و از آن‌جا مقادیر x و y را مشخص کنید:

۱



$$\frac{OA}{OD} = \frac{1}{3} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \left(\frac{1}{3}\right) \left. \begin{array}{l} \text{نسبت تشابه} \\ \text{نسبت در ضلع و برابر} \\ \text{زاویه بین} \end{array} \right\} \triangle AOB \sim \triangle ODC$$

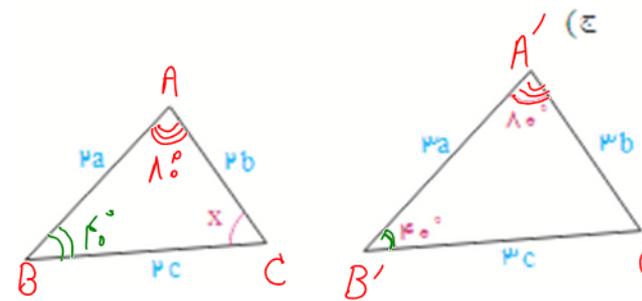
$$\frac{OB}{OC} = \frac{y}{4} = \frac{1}{3} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{CD} = \left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow x = \frac{4 \times 4}{3} = \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow x = 5\frac{1}{3}$$

در هر یک از شکل‌های زیر، تشابه مثلث‌ها را ثابت کنید و از آن‌جا مقادیر x و y را مشخص کنید:

۱



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AC}{A'C'} = \frac{2b}{3b} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{2c}{3c} = \frac{2}{3}$$

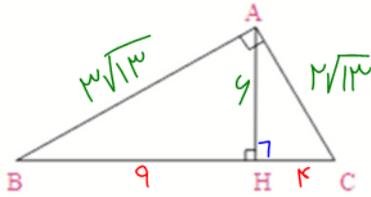
$$\xrightarrow{\text{نسبت ضلع متناظر}} \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = \hat{C}' \\ \hat{B} = \hat{B}' = 40^\circ \\ \hat{A} = \hat{A}' = 100^\circ \end{cases}$$

$$\triangle ABC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$100^\circ + 40^\circ + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 40^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

۲ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) ارتفاع AH را رسم کرده‌ایم. به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه در هر یک از موارد زیر با توجه به مفروضات داده شده، مقادیر مجهول را محاسبه کنید.



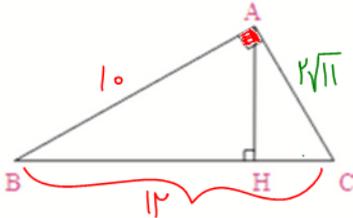
$BH = 9, CH = 4, AH = ?, AB = ?, AC = ?$

$$AH^2 = BH \times CH = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow AH = \sqrt{36} = 6$$

$$AB^2 = BH \times BC = 9 \times 13 \Rightarrow AB = \sqrt{9 \times 13} = 3\sqrt{13}$$

$$\begin{aligned} \triangle AHC : \hat{A} = 90^\circ &\Rightarrow AC^2 = AH^2 + HC^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 \\ &\Rightarrow AC^2 = 52 \Rightarrow AC = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} \\ &= 2\sqrt{13} \end{aligned}$$

۲ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) ارتفاع AH را رسم کرده‌ایم. به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه در هر یک از موارد زیر با توجه به مفروضات داده شده، مقادیر مجهول را محاسبه کنید.



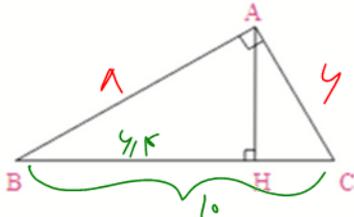
$AB = 10, BC = 12, AC = ?, AH = ?$

$$\begin{aligned} \triangle ABC : \hat{A} = 90^\circ &\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow 12^2 = 10^2 + AC^2 \\ &\Rightarrow 144 = 100 + AC^2 \Rightarrow AC^2 = 44 = 4 \times 11 \Rightarrow AC = 2\sqrt{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC^2 &= CH \times BC \Rightarrow (2\sqrt{11})^2 = CH \times 12 \\ &\Rightarrow 44 = 12 \times CH \Rightarrow CH = \frac{44}{12} = \frac{11}{3} \end{aligned}$$

$$BC \times AH = AB \times AC \Rightarrow 12 \times AH = 10 \times 2\sqrt{11} \Rightarrow AH = \frac{20\sqrt{11}}{12} = \frac{5\sqrt{11}}{3}$$

۲ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) ارتفاع AH را رسم کرده‌ایم. به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه در هر یک از موارد زیر با توجه به مفروضات داده شده، مقادیر مجهول را محاسبه کنید.



$AB = 8, AC = 6, BH = ?, CH = ?$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

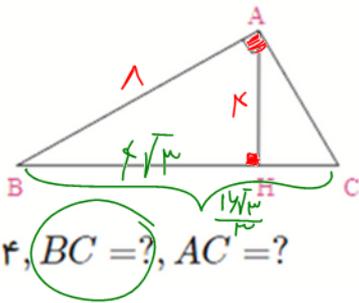
$$\begin{aligned} AB^2 &= BH \times BC \Rightarrow 8^2 = BH \times 10 \Rightarrow 64 = 10 \times BH \Rightarrow BH = \frac{64}{10} \\ &\Rightarrow BH = \frac{32}{5} \end{aligned}$$

$$CH = BC - BH = 10 - \frac{32}{5} = \frac{18}{5}$$

$$\Rightarrow CH = \frac{18}{5}$$

۲ در مثلث قائم الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) ارتفاع AH را رسم کرده‌ایم. به کمک روابط طولی در

مثلث قائم الزاویه در هر یک از موارد زیر با توجه به مفروضات داده شده، مقادیر مجهول را محاسبه کنید.



$$\Delta ABH: \hat{A} = 90^\circ \Rightarrow AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow 14^2 = 4^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow BH^2 = 196 - 16 = 180 \Rightarrow BH = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

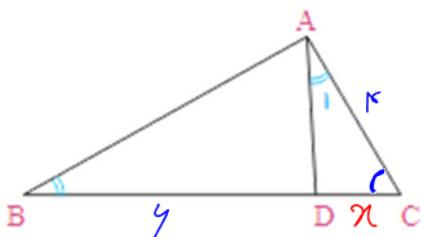
$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 14^2 = 6\sqrt{5} \times BC \Rightarrow BC = \frac{196}{6\sqrt{5}} = \frac{49}{\sqrt{5}} = \frac{49\sqrt{5}}{5}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \left(\frac{49\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 14^2 + AC^2 \Rightarrow AC^2 = \frac{1201 \times 5}{25} - 196 = \frac{1201 - 196 \times 5}{5} = \frac{1201 - 980}{5} = \frac{221}{5} \Rightarrow AC = \frac{\sqrt{221}}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{14}{\sqrt{5}} = \frac{14\sqrt{5}}{5}$$

$$BC = 4 + x = (?)$$

۳ در شکل روبه‌رو، $\angle A_1 = \angle B$ و $AC = 4$ و $BD = 6$. طول BC را به دست آورید.



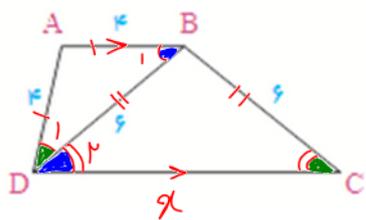
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{B} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{(iji)} \Delta ADC \sim \Delta ABC \quad \text{تناسب بین اضلاع متناظر}$$

$$\frac{DC}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{6}{4+x} \Rightarrow x(4+x) = 24 \Rightarrow x^2 + 4x - 24 = 0 \xrightarrow{\substack{\text{مرب} = -14 \\ \text{مع} = -4}} \begin{cases} x = -8 \\ x = +12 \end{cases}$$

$$BC = 4 + x = 4 + 12 = 16$$

۴ در شکل روبه‌رو، $ABCD$ ذوزنقه است. طول قاعده‌ی CD را به دست آورید.

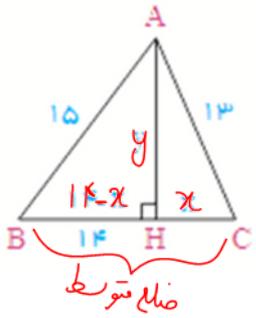


$$\left. \begin{array}{l} \Delta ABD: AB = AD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \Delta BDC: BC = BD \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{C} \\ AB \parallel CD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C} \xrightarrow{(iji)} \Delta ABD \sim \Delta BDC$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AD}{BC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow 4x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{4} = 6$$

$$\Rightarrow CD = 6$$

و ACH ، مقادیر x و y را به دست آورید و از آن‌جا مساحت مثلث را محاسبه کنید.



$$\left. \begin{aligned} \triangle ABH: \hat{H} = 90^\circ &\Rightarrow 15^2 = (14-x)^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = 225 - (14-x)^2 \\ \triangle AHC: \hat{H} = 90^\circ &\Rightarrow 13^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = 169 - x^2 \quad (*) \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$225 - 196 + 28x - x^2 = 169 - x^2 \Rightarrow 28x = 169 - 29 = 140 \Rightarrow x = \frac{140}{28} = 5 \Rightarrow x=5$$

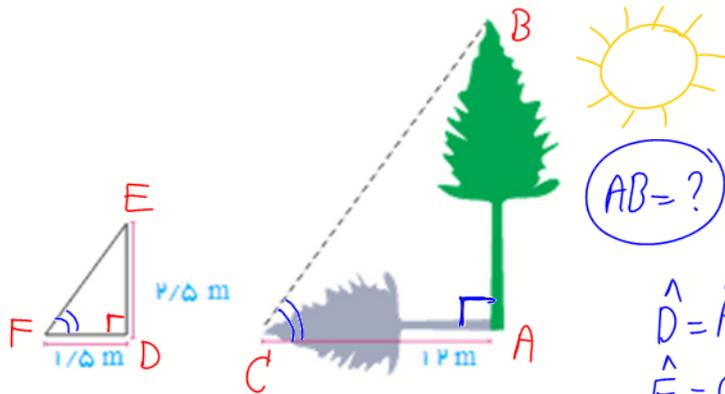
$$(*) \quad x=5 \rightarrow y^2 = 169 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow y=12$$

$$S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} BC \times AH = \frac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84 \quad (واحد)$$

رابطه هرون: $S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{که آن:} \\ P = \frac{a+b+c}{2} \end{array} \right.$

۶ در حیاط یک دبیرستان، دو درخت بلند وجود دارد. معلم هندسه از دانش‌آموزان خواست که برای تعیین ارتفاع این دو درخت روشی را ارائه کنند. در این‌جا روش‌های دو دانش‌آموز را می‌بینید. با توجه به اطلاعات داده شده، ارتفاع هر درخت را تعیین کنید.

الف) روش ترانه: ترانه یک چوب ۲٫۵ متری را به صورت عمودی روی زمین در جایی محکم کرد. طول سایه‌ی چوب در آن زمان ۱٫۵ متر بود. هم‌زمان طول سایه‌ی درخت ۱۲ متر بود. از این‌جا چگونه او توانست ارتفاع درخت را اندازه بگیرد؟ ارتفاع این درخت چند متر است؟

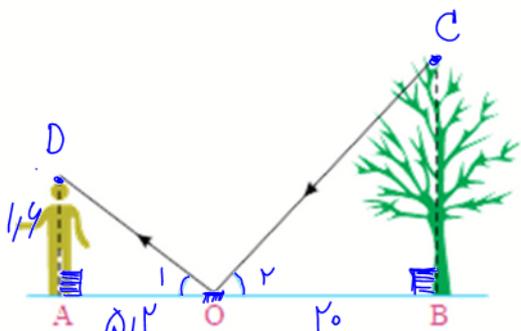


$$\left. \begin{aligned} \hat{D} = \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{F} = \hat{C} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} (ii) \triangle DEF \sim \triangle ABC \quad \text{تناسب اضلاع متناظر} \\ \frac{EF}{BC} = \frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC} \Rightarrow AB = \frac{12 \times 2.5}{1.5} \end{array}$$

$$\Rightarrow AB = 20 \text{ m}$$

در حیاط یک دبیرستان، دو درخت بلند وجود دارد. معلم هندسه از دانش‌آموزان خواست که برای تعیین ارتفاع این دو درخت روشی را ارائه کنند. در این جا روش‌های دو دانش‌آموز را می‌بینید. با توجه به اطلاعات داده شده، ارتفاع هر درخت را تعیین کنید.

(ب) روش شهرزاد: شهرزاد آینه‌ای کوچک را که در مقیاس بزرگ می‌توان یک نقطه در نظر گرفت، (نقطه‌ی O در شکل) روی زمین و در مسیر خط راستی که از پای درخت تا پای خودش کشیده است، قرار داد. سپس روی این خط آنقدر به جلو و عقب حرکت کرد تا بتواند تصویر نوک درخت را در آینه ببیند. با توجه به آنچه از خواص آینه‌ها و انعکاس نور می‌دانید، بگویید چگونه می‌توان با داشتن طول‌های AO و BO روی زمین و اندازه‌ی قد شهرزاد (فاصله‌ی چشم او تا زمین)، ارتفاع درخت را به دست آورد. اگر قد شهرزاد ۱۶۰ سانتی‌متر و فاصله‌ی پای او از آینه $۵/۲$ متر و فاصله‌ی آینه از پای درخت ۲۰ متر باشد، ارتفاع درخت چند متر است؟

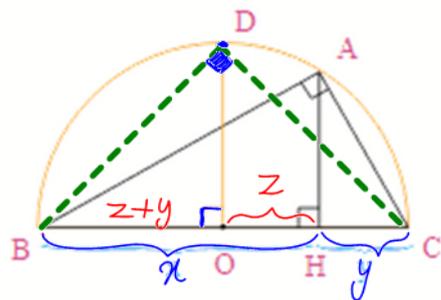


$BC = ?$

$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$
 (ii) $\triangle AOD \sim \triangle OBC$

$\Rightarrow \frac{AD}{BC} = \frac{OD}{OC} = \frac{OA}{OB}$
 $\Rightarrow BC = \frac{20 \times 1.4}{5/2} = \frac{28}{5/2} = 11.2m \Rightarrow BC = 11.2m$

(۷) در شکل مقابل، نیم‌دایره‌ای به قطر BC و به مرکز O رسم شده و نقطه‌ی دلخواه A روی محیط نیم دایره است.



(الف) $\hat{A} = \frac{BC}{r} = \frac{2r}{r} = 180^\circ = 90^\circ$

الف) چرا زاویه‌ی A قائمه است؟

ب) برای نقطه‌ی A که به دلخواه روی محیط دایره انتخاب شده و OD

شعاع دایره است. اندازه‌های OD و AH را با هم مقایسه کنید.

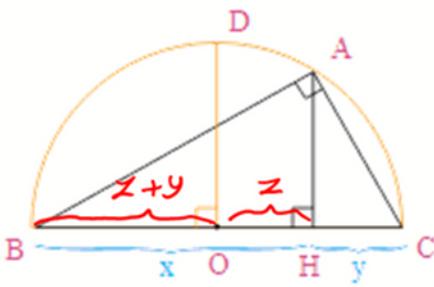
$\triangle ABC$ (مثلث قائم‌الزاویه): $AH^2 = BH \times CH \Rightarrow AH^2 = xy \Rightarrow AH = \sqrt{xy}$

$\triangle BDC$ (مثلث قائم‌الزاویه): $OD^2 = BO \times OC = (x-z)(y+z) = xy + xz - zy - z^2$

$\Rightarrow OD^2 = xy + xz + yz + z^2 - zy - z^2 = xy + z^2 \Rightarrow OD^2 = xy + z^2$

$\textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow OD^2 \geq AH^2 \Rightarrow OD \geq AH$

۷ در شکل مقابل، نیم‌دایره‌ای به قطر BC و به مرکز O رسم شده و نقطه‌ی دلخواه A روی محیط نیم دایره است.



$$AH = \sqrt{xy} \quad \text{و} \quad OD \geq AH$$

(الف) چرا زاویه‌ی A قائمه است؟

(ب) برای نقطه‌ی A که به دلخواه روی محیط دایره انتخاب شده و OD شعاع دایره است. اندازه‌های AH و OD را با هم مقایسه کنید.

(ج) هرکدام از مقادیر AH و OD را چوب a و b مناسب کنید و در سمت (ب) جایگزین کنید.
 وسطین هندسی a, b و وسطین حسابی a, b
 می‌توانیم بگوییم هر دو عدد مثبت a, b گفت: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ؟ چرا؟

$$\left. \begin{array}{l} OD \geq AH \\ OD = \frac{BC}{2} = \frac{x+y}{2} \\ AH = \sqrt{xy} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$$

$\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}$ زمانیکه $x=y$ (نقطه A نقطه D بر هم منطبق باشند). یعنی دو عدد x و y با هم برابر باشند.

۸ با قضیه‌ی فیثاغورس آشنا شدید. این قضیه می‌گوید اگر زاویه‌ی A از مثلثی مانند ABC قائمه باشد، آنگاه $a^2 = b^2 + c^2$. (الف) اگر در ABC داشته باشیم $a^2 = b^2 + c^2$ آن $\hat{A} = 90^\circ$.

(الف) عکس این قضیه را بنویسید.

(ب) با انجام دادن مراحل زیر، نتیجه بگیرید که عکس قضیه‌ی فیثاغورس نیز درست است.

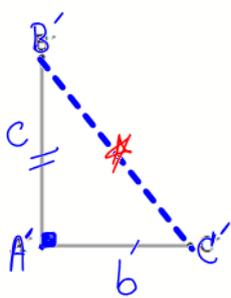
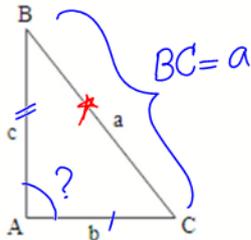
(۱) فرض کنیم مثلث ABC داده شده است و رابطه‌ی $a^2 = b^2 + c^2$ بین اندازه‌ی طول‌های اضلاع آن برقرار است.

(۲) پاره‌خط‌های $A'B'$ و $A'C'$ را مطابق شکل مقابل، به گونه‌ای در نظر بگیرید که $A'B' = AB$ و $A'C' = AC$ و $\hat{A}' = 90^\circ$.

(۳) با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث $A'B'C'$ ، اندازه‌ی پاره‌خط $B'C'$ را بدست آورید و ثابت کنید: $B'C' = BC$.

(۴) توضیح دهید چرا $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ و نتیجه بگیرید $\hat{A} = 90^\circ$. (ج) قضیه‌ی فیثاغورس و عکس آن را به صورت یک قضیه‌ی دو شرطی بیان نمایید.

مثلث $A'B'C'$ در رأس A' قائم
 - الزامی است بین عبارتی
 فیثاغورس داریم:



$$\left. \begin{array}{l} B'C'^2 = A'C'^2 + A'B'^2 \\ \Rightarrow B'C'^2 = b^2 + c^2 \end{array} \right\} \text{فرض: } a^2 = b^2 + c^2$$

$$\Rightarrow B'C'^2 = a^2 \Rightarrow B'C' = a \Rightarrow B'C' = BC$$

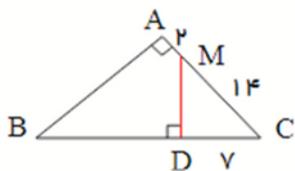
$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \text{(فرض من) } \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}'$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{A}' = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

یک مثلث قائم الزامی است اگر در آن هر یک از ضلع برابر مجموع مربعات دو ضلع دیگر باشند.

در شکل مقابل $\hat{A} = \hat{D}$ ، طول BD چند واحد است؟

۱



۲۵

۴

۲۴

۳

۲۳

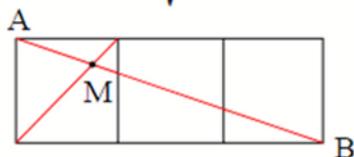
۲

۲۲

۱

در شکل مقابل سه مربع به اضلاع واحد کنار هم قرار دارند، فاصله MA چند برابر $\sqrt{10}$ است؟

۲



$\frac{1}{4}$

۲

$\frac{1}{3}$

۱

$\frac{1}{5}$

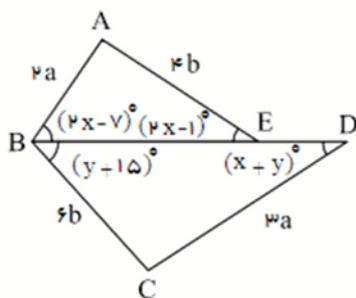
۴

$\frac{2}{9}$

۳

در شکل روبه‌رو $BE = 2DE$. حاصل $2x + y$ برابر کدام است؟

۳



18°

۲

20°

۱

16°

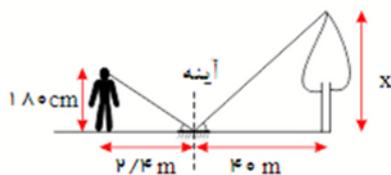
۴

22°

۳

۴

همانند شکل زیر، شخصی یک آینه‌ی بسیار کوچک را روی زمین طوری قرار می‌دهد که بتواند نوک درخت را در آینه ببیند. اگر قد این شخص ۱۸۰ سانتی‌متر و فاصله‌ی پای او از آینه $۲/۴$ متر و فاصله‌ی آینه از پای درخت ۴۰ متر باشد، فاصله‌ی آینه تا نوک درخت چند متر است؟



۴۰

۲

۳۰

۱

۶۰

۴

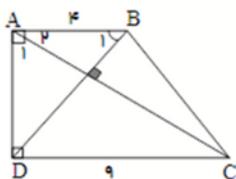
۵۰

۳

۵

در یک ذوزنقه قائم‌الزاویه، اندازه‌های قاعده‌ها ۴ و ۹ سانتی‌متر و قطرها برهم عمود هستند. اندازه

ساق قائم چند سانتی‌متر است؟



۸

۴

۷

۳

۶

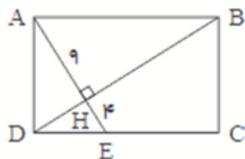
۲

۵

۱

۶

در شکل مقابل، $ABCD$ مستطیل است. طول BH کدام است؟

 $\frac{۲۵}{۲}$

۲

۱۲

۱

 $\frac{۲۷}{۲}$

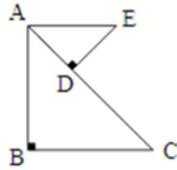
۴

۱۳

۳

۷ در شکل زیر، $AE \parallel BC$ است. با توجه به اطلاعات داده شده، طول ضلع BC کدام است؟

$$(DC = \frac{15}{2} \text{ و } AD = \frac{9}{2} \text{ و } AE = 6)$$



$$9 \quad 2$$

$$10 \quad 1$$

$$\frac{25}{2} \quad 4$$

$$\frac{45}{4} \quad 3$$

۸ مثلث قائم‌الزاویه‌ای با زاویه حاده 30° مفروض است. نسبت طول‌های دو قطعه‌ای که ارتفاع وارد بر وتر، روی وتر ایجاد می‌کند، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad 4$$

$$\frac{1}{2} \quad 3$$

$$\frac{1}{3} \quad 2$$

$$\frac{1}{4} \quad 1$$

۹ در یک مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع قائمه $6\sqrt{3}$ و $3\sqrt{6}$ ، فاصله بین پای ارتفاع و پای میانه وارد بر ضلع بزرگتر چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

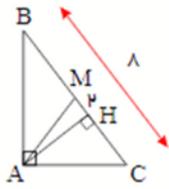
$$1,75 \quad 4$$

$$1,5 \quad 3$$

$$1,25 \quad 2$$

$$2 \quad 1$$

۱۰ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، اگر AM میانه‌ی وارد بر وتر BC و $BC = ۸$ باشد، طول AC کدام است؟



$4\sqrt{3}$

 ۴

$3\sqrt{2}$

 ۳

 ۳

 ۲

 ۴

 ۱

۱۱ در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ارتفاع وارد بر وتر، دو قطعه به طول‌های ۴ و ۵ بر روی وتر ایجاد می‌کند. طول میانه‌ی وارد بر کوچک‌ترین ضلع این مثلث کدام است؟

 ۸

 ۴

$2\sqrt{15}$

 ۳

$3\sqrt{6}$

 ۲

$4\sqrt{3}$

 ۱