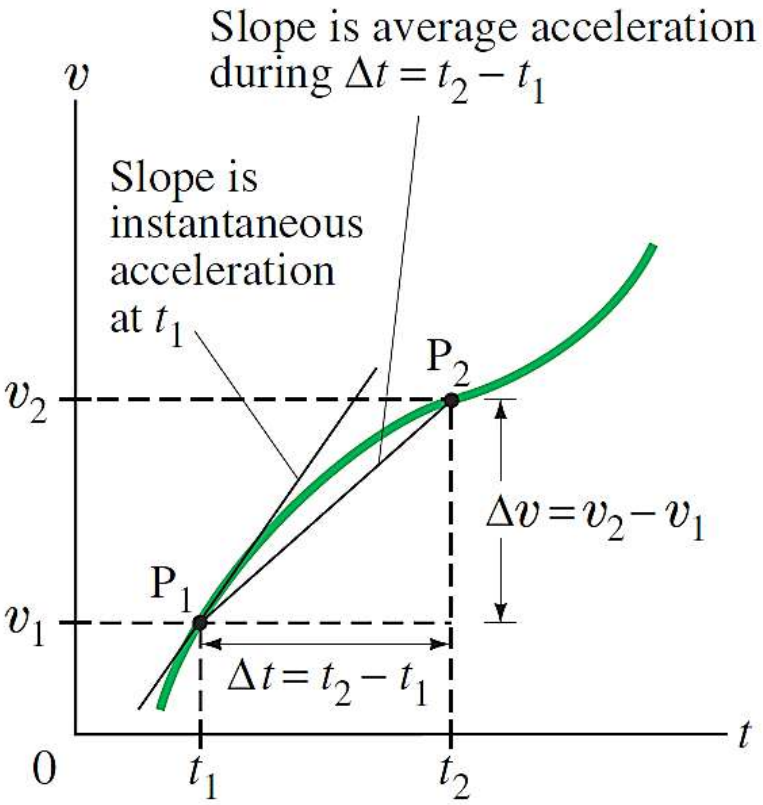
پویش علمی جهاد

پایه و رشته دوازدهم ریاضی و تجربی
جناب استاد باب الحوائجی

حرکت بر خط راست

One Dimensional Kinematics



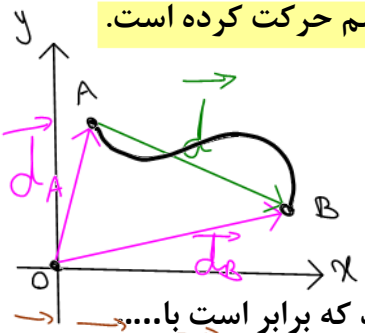
تنظیم: باب الحوائجی

حرکت شناسی یا سینماتیک:

هرگاه مکان یک جسم نسبت به مبدأ مختصات با گذشت زمان تغییر کند می گوئیم جسم حرکت کرده است.

پس حرکت مفهومی است نسبی و بستگی به مبدأ اختیار شده دارد.

انتخاب مبدأ کاملا اختیاری است.



بردار مکان : برداری است که از مبدأ به مکان جسم در هر لحظه وصل می شود.

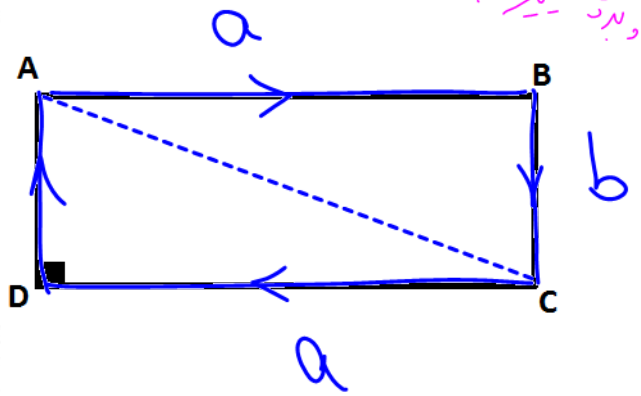
بردار جابه جایی: برداری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می کند که برابر است با....

$\vec{d} = \vec{d}_B - \vec{d}_A$

تفاضل بردار مکان انتهای مسیر از بردار مکان ابتدای مسیر

اندازه بردار جابه جایی را به اختصار جابه جایی می نامیم و آن را با d نشان می دهیم(حداقل فاصله ابتدا و انتهای مسیر)

مسافت طی شده : به مجموع طول هایی که جسم متحرک برای رفتن ازمبدأ تا مقصد می پیماید، مسافت پیموده شده یا به اختصار *مسافت* می گوییم.



حرکت روی خط مستقیم

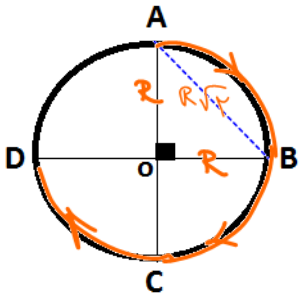
مسافت طی شده		اندازه جابه جایی
a	=	a
$a+b$	>	$\sqrt{a^2+b^2}$
$2a+b$	>	b
$2a+2b$	>	0

از A تا B
از A تا C
از A تا D
از A تا A

حرکت روی خط دایره

مسافت طی شده		اندازه جابه جایی
$\frac{1}{4}\times 2\pi R$	>	$R\sqrt{2}$
$\frac{1}{2}\times 2\pi R$	>	$2R$
$\frac{3}{4}\times 2\pi R$	>	$R\sqrt{2}$

از A تا B
از A تا C
از A تا D



مسافت و جابه جایی هر دو از جنس طول اند و برحسب متر اندازه گیری می شوند.

تفاوت ها: جابه جایی کمیتی است برداری و مستقل از مسیر است. (می تواند مثبت یا منفی یا صفر باشد)

مسافت طی شده کمیتی است نرده ای و وابسته به مسیر است. (همواره عددی مثبت است)

نتایج:

در حرکات رفت و بازگشتی به مکان اولیه ، جابه جایی همواره صفر است.

همواره اندازه جا به جایی از مسافت طی شده، کوچکتر است (مگر اینکه حرکت روی خط راست بدون تغییر جهت باشد که در این صورت برابرند)

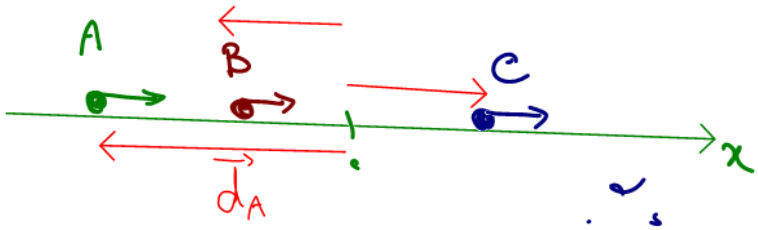
پویش علمی جهاد

هنگامی که جسمی روی محور x ها در جهت معینی حرکت می کند جهت بردار مکان آن

الف) ناگزیر تغییر می کند.

ب) ممکن است تغییر کند.

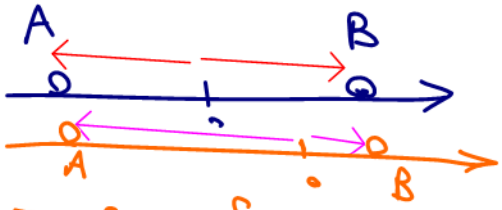
پ) تغییر نمی کند.



شرط تغییر جهت بردار مکان : جسم متحرک از مبدأ بگذرد.

- آیا جهت بردار مکان نشان دهنده جهت حرکت جسم است؟ خیر

-آیا مبدأ مکان ، نقطه شروع حرکت است؟ الزاماً خیر



-آیا با تغییر مبدأ ، بردار های مکان تغییر خواهند کرد؟ بله

بردار جابجایی چطور؟ خیر ← بردار جابجایی مستقل از مبدأ و نیز مبدأ اختیاری است.

مسیر حرکت : مکان هندسی نقاطی که متحرک حین حرکت از آنها گذشته است. (رد پای جسم متحرک)

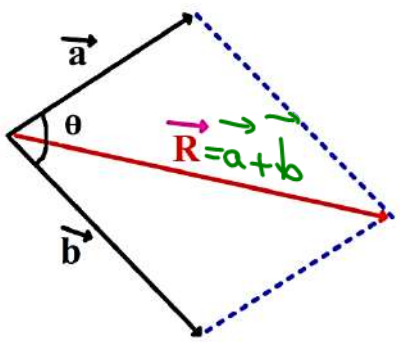
انواع حرکت از نظر مسیر حرکت:

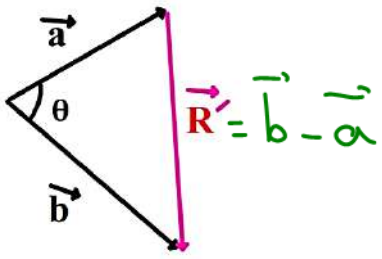
۱ـ حرکت یک بعدی: حرکت به موازات یکی از محورهای مختصات. (یا x یا y یا z) (بدون تغییر کند)

۲ـحرکت دو بعدی: حرکت در صفحه (هم x هم y یا x هم z یا y هم z) (بدون تغییر کند)

۳ـحرکت سه بعدی: حرکت در فضا (هم x هم y هم z) (بدون تغییر کند)

یادآوری از مبحث بردار ریاضی:





پویش علمی جهاد

تندی متوسط: نسبت مسافت طی شده به زمان طی کردن آن را **تندی متوسط** می نامیم که کمیتی نرده ای است.

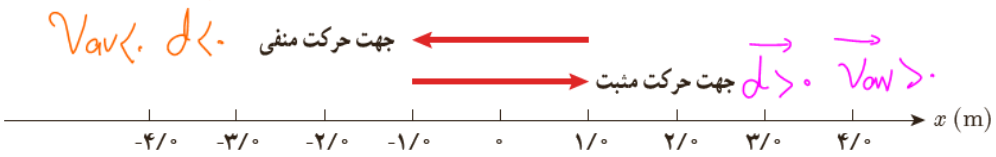
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

سرعت متوسط: نسبت جابه جایی متحرک به زمان طی کردن آن را سرعت متوسط می نامیم که کمیتی برداری است.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

همواره بردار سرعت متوسط هم جهت با بردار جا به جایی است.

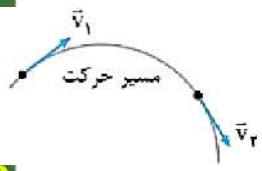
-در چه صورت اندازه **سرعت متوسط** یک متحرک با **تندی متوسط** آن **برابر** است؟



تندی لحظه ای : به تندی متحرک در هر لحظه، تندی لحظه ای گفته می شود.

تندی سنج یک خودرو در حال حرکت **تندی لحظه ای** خودرو را نشان می دهد.

معمولا به تندی لحظه ای به اختصار " **تندی** " نیز گفته می شود.



سرعت لحظه ای :

به سرعت متحرک در هر لحظه گفته می شود که برداری **است** ***مماس بر مسیر حرکت*** .

وقتی تندی لحظه ای و نیز جهت حرکت جسمی را بدانیم در واقع سرعت لحظه ای یا به اختصار "سرعت "آن را می دانیم.

در هر لحظه اندازه سرعت لحظه ای متحرک برابر با تندی لحظه ای آن است.

یکاهای رایج سرعت و تندی:

km/h	m/s
۱۸	۵
۳۶	۱۰
۵۴	۱۵
۷۲	۲۰
۹۰	۲۵
۱۰۸	۳۰

شناخت بازه های زمانی و لحظه های متداول :

تا ثانیه چهارم: $t \leq 4s$ — در ثانیه چهارم: $3s < t \leq 4s$

ابتدای ثانیه هفتم: $t = 6s$ — انتهای ثانیه دهم: $t = 10s$

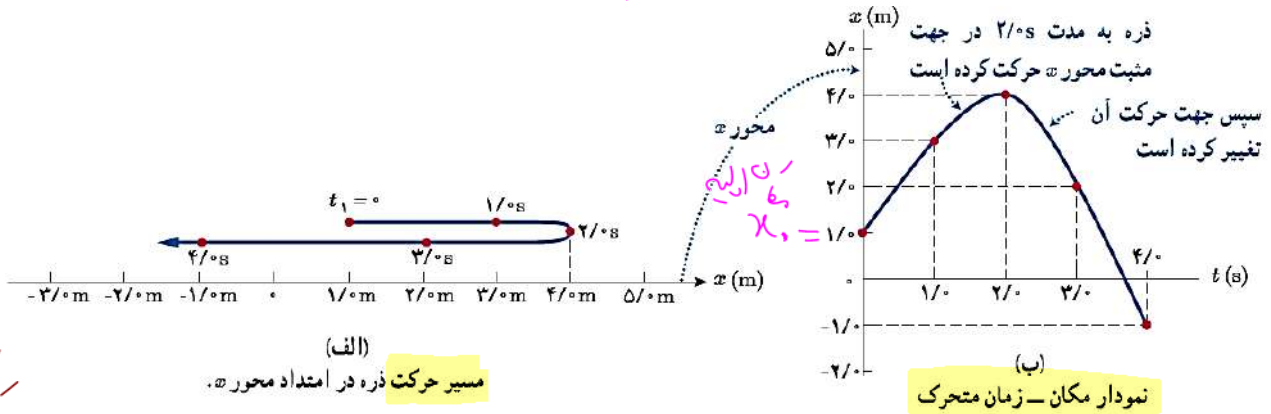
سه ثانیه پنجم: $12s < t \leq 15s$ — پنج ثانیه سوم: $0 \leq t \leq 5s$

پویش علمی جهاد

نمودار مکان زمان :

برای توصیف حرکت یک جسم می توان از نمودار مکان زمان، که مکان جسم را در هر لحظه نشان می دهد، استفاده کرد. برای رسم این نمودار، زمان را روی محور افقی و مکان را روی محور قائم در نظر می گیریم.

مبدا زمان یعنی لحظه ای که شروع به سنجش زمان کرده ایم.



مسیر حرکت ذره در امتداد محور x.

نمودار مکان ــ زمان متحرک

نتایج:

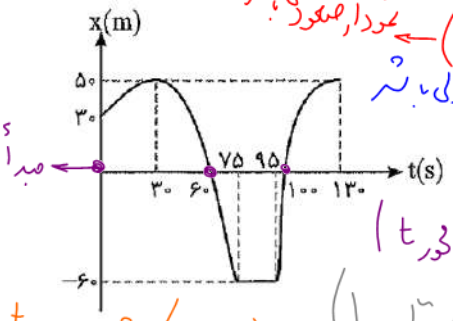
۱- هرگاه نمودار صعودی باشد... جسم در جهت محور حرکت کرده است.

۲- در نقاط ماکزیمم و مینیمم نمودار... جسم تغییر جهت حرکت داده است (جهت بردار سرعت و جابجایی عوض شده است)

۳- هرگاه نمودار از محور زمان بگذرد.... جسم از مبدا مکان عبور کرده است ($x=0$) (علامت بردار مکان عوض میشود)

۴- هرگاه نمودار به محور زمان نزدیک شود... جهت بردار مکان عوض شده است.

نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور Xها در حرکت است مطابق شکل روبه‌رو است.



الف) جسم در کدام بازهٔ زمانی ساکن است؟ (۷۵ تا ۹۵ ثانیه) (نمودار مکان موازی با محور t)

ب) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در جهت مثبت محور Xها در حرکت است؟ (۰ تا ۳۰ ثانیه) و (۹۵ تا ۱۳۰ ثانیه) (نمودار صعودی)

پ) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در جهت منفی محور Xها در حرکت است؟ (۳۰ تا ۷۵ ثانیه) (نمودار نزولی)

ت) جابه‌جایی متحرک در کل بازهٔ نشان داده شده را بیابید. ۲۰ m

ث) مسافت طی شده در کل بازهٔ نشان داده شده را بیابید. ۲۴۰ m (جمع قدر مطلق صعودی و نزولی)

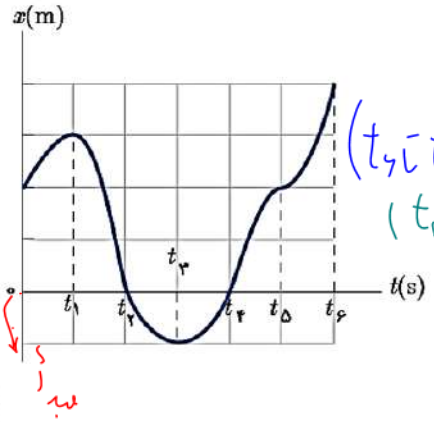
ج) در کدام لحظه‌ها بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد؟ $t=60s$ و $t=100s$ (لحظه عبور از محور t)

چ) در چه بازهٔ زمانی متحرک بیشترین فاصله از مبدأ را دارد؟ ۷۵ تا ۹۵ ثانیه

ح) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟ (۳۰ تا ۶۰ ثانیه) و (۹۵ تا ۱۰۰ ثانیه) (کاهش نزدیک شدن به محور t)

به معادله ای که مکان متحرک را به صورت تابعی از زمان نشان می دهد ***معادله مکان – زمان*** یا ***معادله حرکت*** گویند.

$$x = f(t)$$



با توجه به نمودار مکان ــ زمان شکل روبه‌رو به پرسش‌های زیر پاسخ دهید :

الف) متحرک چند بار از مبدأ مکان عبور می‌کند؟ ۲ بار (t_4, t_2)

ب) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال دور شدن از مبدأ است؟ $(t_{۶}-t_{۴}), (t_{۳}-t_{۲}), (t_{۱۰}-t_{۵})$

پ) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟ $(t_{۴}-t_{۳}), (t_{۲}-t_{۱})$

ت) جهت حرکت چند بار تغییر کرده است؟ در چه لحظه‌هایی؟ ۲ بار (t_3, t_1)

ث) جابه‌جایی کل در جهت محور x است یا خلاف آن؟ برجهت محور است.

شکل روبرو نمودار مکان - زمان جسمی را که روی محور x در حال حرکت است نشان می‌دهد. چند مورد از عبارات زیر صحیح می‌باشند؟

الف) بردار سرعت متوسط جسم از لحظه‌ای که برای اولین بار متوقف می‌گردد تا لحظه‌ای که به بیشترین فاصله از مبدأ می‌رسد در SI برابر با $+5\vec{i}$ است. $\vec{v}_{av}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}=\frac{۲۰}{۴}\vec{i}=۵\vec{i}\ (m/s)$

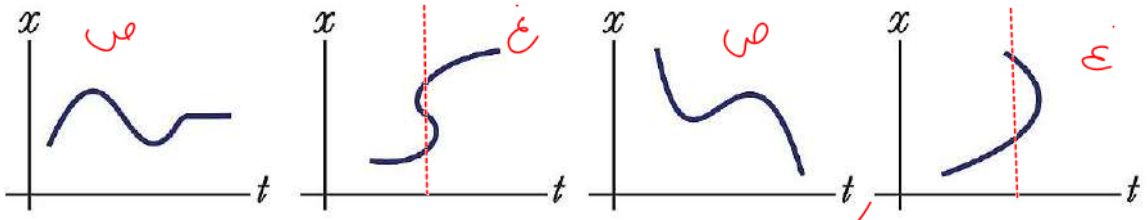
ب) بزرگی تندی متوسط جسم در کل زمان نشان داده شده بزرگ‌تر از ۱۰ واحد SI است. $s_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{۱۲۰}{۱۲}=۱۰$

پ) بردار مکان جسم دو ثانیه ثابت و بی‌تغییر بوده است. (۶s تا ۴s)

ت) کل زمانی که متحرک در جهت محور x حرکت کرده برابر با کل زمانی است که در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

۱) ۴ مورد ۲) ۳ مورد ۳) ۲ مورد ۴) ۱ مورد

چند مورد از نمودارهای زیر می‌توانند نمودار مکان - زمان متحرکی روی محور x باشند؟



۱) یک مورد ۲) دو مورد ۳) سه مورد ۴) هیچ‌کدام

قاعده مهم: روی نمودار مکان - زمان نمی‌توان حتی به صورت خطی به صورت مکان بر حسب زمان درآورد و بیش از یک نقطه نمودار را قطع کند.

جسمی روی محور x ها در حال حرکت است. با کدام شرط زیر می‌توان نتیجه گرفت جسم در حال نزدیک شدن به مبدأ محور مختصات است؟

۱) بردار سرعت جسم هم‌جهت با محور x باشد.

۲) بردار سرعت جسم خلاف‌جهت محور x باشد.

۳) بردار سرعت جسم هم‌جهت با بردار مکان جسم باشد.

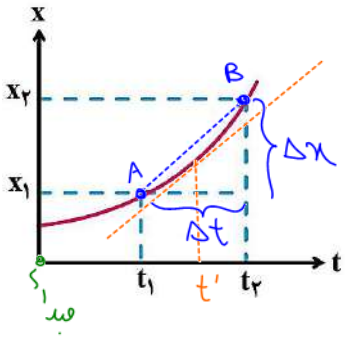
۴) بردار سرعت جسم خلاف‌جهت بردار مکان جسم باشد.

نتیجه مهم: اگر بردار سرعت و بردار مکان خلاف جهت هم باشند (نام علامت باشند) ← جسم به مبدأ نزدیک می‌شود.

هم جهت باشند (هم علامت باشند) ← جسم از مبدأ دور می‌شود.

نکاتی مهم دربارهٔ نمودار مکان- زمان:

- سرعت متوسط بین دو لحظه از نمودار مکان زمان برابراست با شیب پاره‌خطی که نقاط نظیر آن دو لحظه را در نمودار مکان - زمان به هم وصل کند.
- سرعت لحظه‌ای در هر لحظه دلخواه t برابر شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در آن لحظه است.
- هرگاه خط مماس بر منحنی $x-t$ در لحظه‌ای خاص، صعودی باشد سرعت لحظه‌ای در آن لحظه مثبت است و اگر نزولی باشد، سرعت لحظه‌ای منفی است و اگر خط مماس در یک لحظه خاص، خطی افقی باشد سرعت لحظه‌ای صفر است. (مثلاً در نقاط ماکزیمم یا می‌نیمم منحنی $x-t$)
- هرگاه خط واصل بین دو نقطه از نمودار $x-t$ صعودی باشد، سرعت متوسط بین آن دو لحظه مثبت است و اگر نزولی باشد سرعت متوسط منفی است و اگر خط واصل افقی باشد سرعت متوسط برابر صفر است.
- در نقاط ماکزیمم و می‌نیمم نمودار $x-t$ جهت حرکت عوض شده و علامت بردار جابه‌جایی و بردار سرعت تغییر می‌کند.
- هرگاه نمودار $x-t$ به صورت خطی افقی باشد (خطی موازی با محور t) جسم در آن بازه زمانی ساکن بوده است.
- هرگاه نمودار $x-t$ به محور t نزدیک شود، متحرک به مبدأ نزدیک شده و هرگاه از محور t دور شود متحرک از مبدأ دور شده است.
به تعداد نقاط تلاقی نمودار $x-t$ با محورt، جسم از مبدأ مختصات گذشته و بردار مکان تغییر علامت داده است.

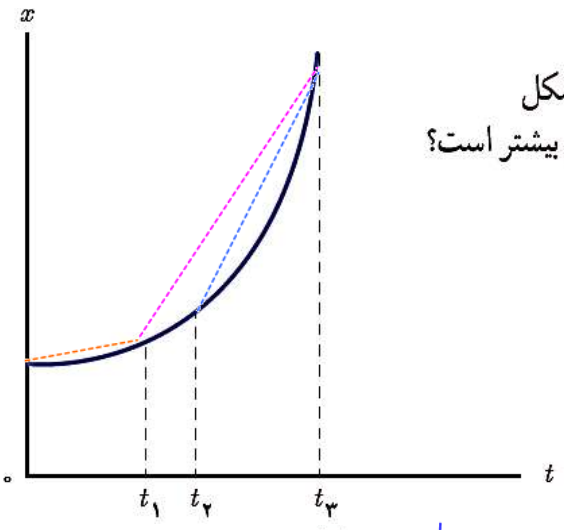


شیب خط واصل AB = تغییرات مکان / تغییرات زمان = $\frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{av}$

شیب خط مماس = سرعت لحظه‌ای = $v(t')$

جهت تقعر(دهانه منحنی) نمودار مکان- زمان به چه معناست؟

نمودار $x-t$ ← سهمی ← شتاب ثابت ← برآیند نیروهای وارد بر جسم ثابت

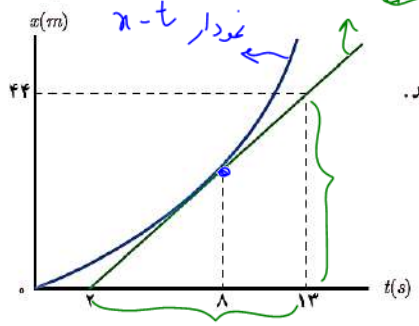


نمودار مکان ــ زمان متحرکی به شکل سهمی و مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط متحرک در کدام بازهٔ زمانی بیشتر است؟

الف) ۰ تا t_1 ب) t_1 تا t_2 پ) t_2 تا t_3 ✓

ت) به اندازهٔ بازه‌های زمانی بستگی دارد.

با توجه به نمودار مکان ــ زمان متحرکی که در شکل روبه‌رو نشان داده شده است، سرعت لحظه‌ای آن را در $t=8s$ پیدا کنید.



نمودار $x-t$ ← خطی ← سرعت لحظه‌ای = شیب خط مماس = $\frac{44}{13-2} = 4\ m/s$

پویش علمی

۱ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = (t-۴)(t^۲ - ۶t + ۵)$ است. در چه لحظه‌هایی برحسب ثانیه بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۱ ,۴ ,۵ ۲) ۱ ,۴ ,۶ ۳) فقط ۱ ,۵ ۴) فقط ۴ ,۶

۲ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^۲ - ۶t + ۱۰$ است. بردار مکان متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) بردار مکان متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

۳ معادلهٔ مکان ـ زمان جسمی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^۳ - ۴t^۲ + ۴t$ است. بردار مکان متحرک چند بار تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۴ اگر معادلهٔ حرکت متحرکی که روی محور yها حرکت می‌کند در SI، به صورت $y = -t^۲ + ۸t - ۱۵$ باشد، چند ثانیه پس از مبدأ زمان متحرک برای دومین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۶

۵ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور y حرکت می‌کند، در SI به صورت $y = ۵\sin\frac{\pi t}{۲} + ۳t - ۴$ است. بردار جابه‌جایی این متحرک در بازهٔ زمانی $(۱s, ۲s)$ در SI کدام است؟

۱) $-۲\vec{j}$ ۲) $۲\vec{j}$ ۳) $-۶\vec{j}$ ۴) $۶\vec{j}$

۶ معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به صورت $x = t^۲ - t - ۱۲$ است. در چه لحظه‌ای پس از مبدأ زمان، سرعت متوسط کل حرکت صفر می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) پس از مبدأ زمان سرعت متوسط کل حرکت صفر نمی‌شود.

۷ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = ۳t^۲ - ۹t + ۶$ است. این متحرک در چه لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

۸ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = -۴t^۲ + ۲۴t - ۳۵$ است. این متحرک در چه بازهٔ زمانی در جهت مثبت محور x حرکت کرده است؟

۱) $(۲/۵\,s, ۳/۵\,s)$ ۲) $(۰, ۳\,s)$ ۳) $(۲\,s, ۳/۵\,s)$ ۴) $(۳\,s, ۳/۵\,s)$

۹ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = -۳t^۲ + ۱۵t - ۱۸$ است. این متحرک چند ثانیه در طرف مثبت محور x در حال حرکت بوده است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۰ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، در SI به صورت $x = t^۲ - ۶t + ۵$ است. در چه لحظه‌ای از لحظه‌های زیر برحسب ثانیه، متحرک در حال نزدیک‌شدن به مبدأ مکان است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۵/۵

۱۱ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = ۶t^۲ - ۹t + ۴$ است. در کدام‌یک از بازه‌های زمانی زیر، مسافت طی‌شده توسط متحرک با اندازهٔ جابه‌جایی آن یکسان نیست؟

۱) $(۰, ۰/۵\,s)$ ۲) $(۰/۵\,s, ۱s)$ ۳) $(۱s, ۱/۵\,s)$ ۴) $(۱/۵\,s, ۲/۵\,s)$

۱۲ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور y حرکت می‌کند، در SI به صورت $y = ۶t^۲ - ۲۴t + ۱۸$ است. مسافت طی‌شده توسط این متحرک در ۳ ثانیهٔ اول حرکت چند متر است؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۲۸ ۴) ۳۰

۱۳ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = ۲t^۲ - ۱۶t + ۲۴$ است. متحرک بین دو لحظه‌ای که بردار مکانش تغییر جهت می‌دهد، چه مسافتی را برحسب متر طی می‌کند؟

۱) ۸ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۲۴

۱۴ تندی متوسط متحرکی که معادلهٔ مکان ـ زمان آن در SI به صورت $x = ۴t^۲ - ۴t + ۱$ است، در ۲ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۸

۱ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = (t-۴)(t^۲ - ۶t + ۵)$ است. در چه لحظه‌هایی برحسب ثانیه بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۱, ۴, ۵ ✓ ۲) ۱, ۴, ۶ ۳) فقط ۱, ۵ ۴) فقط ۴, ۶

شرط تغییر جهت بردار مکان

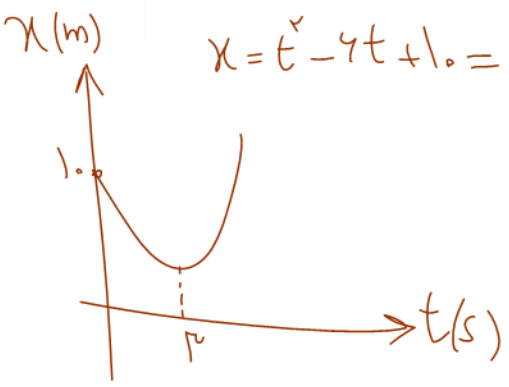
$x = ۰ \rightarrow \begin{cases} t-۴ = ۰ \rightarrow t = ۴\,s \\ t^۲ - ۶t + ۵ = ۰ \rightarrow \begin{cases} t = ۱\,s \\ t = ۵\,s \end{cases} \end{cases}$

(ریشه ساده، ریشه مضاعف)

۲ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^۲ - ۶t + ۱۰$ است. بردار مکان متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) بردار مکان متحرک تغییر جهت نمی‌دهد. ✓



$x = t^۲ - ۶t + ۱۰ = ۰ \rightarrow \Delta = b^۲ - ۴ac = ۳۶ - ۴(۱)(۱۰) < ۰$

ریشه ندارد پس تغییر جهت نمی‌دهد

۵ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور y حرکت می‌کند، در SI به صورت $y = ۵\sin\frac{\pi t}{۲} + ۳t - ۴$ است. بردار جابه‌جایی این متحرک در بازهٔ زمانی (۱s, ۲s) در SI کدام است؟

۱) $-۲\vec{j}$ ✓ ۲) $۲\vec{j}$ ۳) $-۶\vec{j}$ ۴) $۶\vec{j}$

$\Delta y = ?$

$t = ۱\,s \rightarrow y_۱ = ۵\sin\left(\frac{\pi \times ۱}{۲}\right) + ۳(۱) - ۴ = ۴\,m$ ($\sin = ۱$)

$t = ۲\,s \rightarrow y_۲ = ۵\sin\left(\frac{\pi \times ۲}{۲}\right) + ۳(۲) - ۴ = ۲\,m$ ($\sin = ۰$)

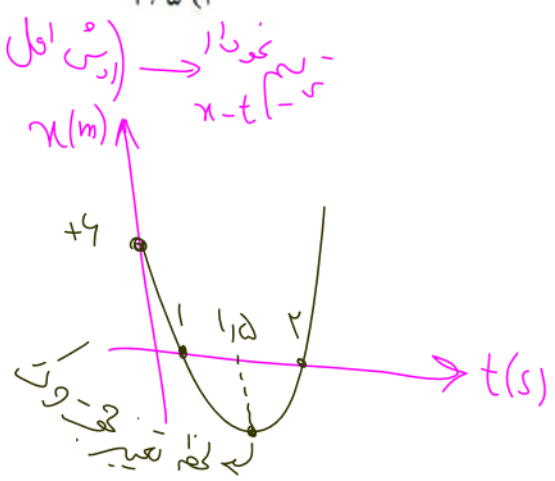
$\Delta y = y_۲ - y_۱ = -۲\,m$

$\rightarrow \Delta y = -۲\vec{j}$

۷ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به صورت $x = ۳t^۲ - ۹t + ۶$ است. این متحرک در چه لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ✓ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

$\frac{-b}{۲a} = \frac{-(-۹)}{۲ \times ۳} = ۱,۵\,s$



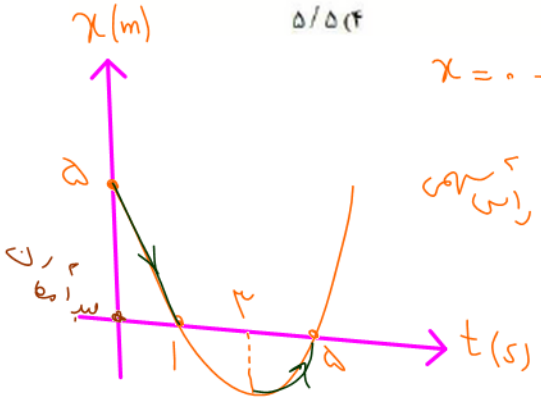
$x = ۳t^۲ - ۹t + ۶ = ۰ \rightarrow \begin{cases} t = ۱\,s \\ t = ۲\,s \end{cases}$

$v = x' = \frac{dx}{dt} = ۶t - ۹ = ۰ \rightarrow t = ۱,۵\,s$

شرط تغییر جهت $v = ۰$

۱۰ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، در SI به صورت $x = t^2 - 6t + 5$ است. در چه لحظه‌ای از لحظه‌های زیر برحسب ثانیه، متحرک در حال نزدیک‌شدن به مبدأ مکان است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۵/۵



$x=0 \rightarrow \begin{cases} t=1\,s \\ t=5\,s \end{cases}$

زمان رأس سهمی $\frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$

لحظه‌ها = زمان‌های نزدیک شدن به مبدأ

0 تا 1 ثانیه

3 تا 5 ثانیه

۱۲ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور y حرکت می‌کند، در SI به صورت $y = 6t^2 - 24t + 18$ است. مسافت طی‌شده توسط این متحرک در ۳ ثانیهٔ اول حرکت چند متر است؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۲۸ ۴) ۳۰

0 تا 3 ثانیه

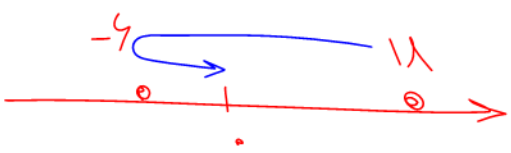
مراقب تغییر جهت احتمالی حرکت باشیم

$v = \frac{dy}{dt} = 12t - 24 = 0 \rightarrow t = 2\,s$ لحظهٔ تغییر جهت

$t=0 \rightarrow y_1 = 18\,m$

$t=2$ لحظهٔ تغییر جهت $\rightarrow y_2 = 6(4) - 24(2) + 18 = -6$

$t=3\,s \rightarrow y_3 = 6(3)^2 - 24(3) + 18 = 0$



مسافت طی شده $= 24 + 6 = 30\,m$

۱۴ تندی متوسط متحرکی که معادلهٔ مکان ـ زمان آن در SI به صورت $x = 4t^2 - 4t + 1$ است، در ۲ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۸

0 تا 2

مراقب تغییر جهت حرکت باشیم!

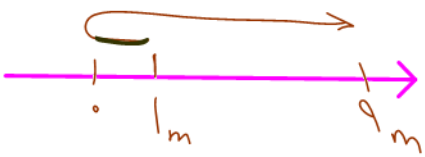
$v = 8t - 4 = 0$

$t = 0.5\,s$ لحظهٔ تغییر جهت

$t=0\,s \rightarrow x_1 = 1\,m$

$t=0.5\,s \rightarrow x_2 = 0$ ← مسافت طی شده $l = 10\,m$

$t=2\,s \rightarrow x_3 = 9\,m$



$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{10}{2} = 5\,m/s$

پویش علمی جهاد

حرکت با سرعت ثابت:

در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است.

ویژگی های حرکت با سرعت ثابت:

۱- مسافت طی شده و اندازهٔ جابه‌جایی با هم برابرند

۲- تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط با هم برابرند

۳- مسیر حرکت خط راست و بدون تغییر جهت است

۴- سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای با هم برابرند

۵- نمودار مکان - زمان به صورت خطی است و معادله مکان - زمان در لحظه اول (به صورت معادله خط راست) بالاست.

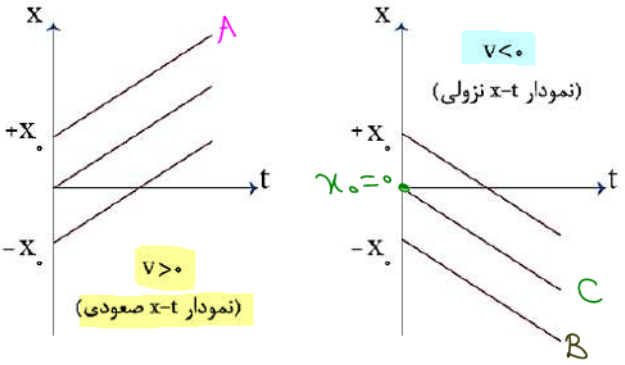
معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت:

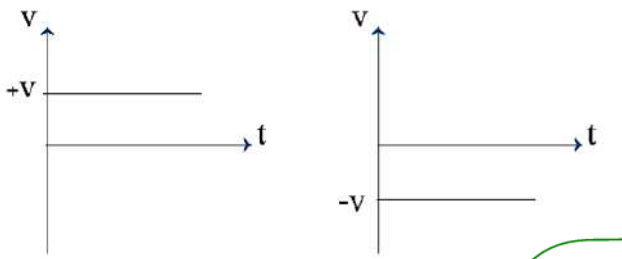
$$v_{av} = v_{لحظه‌ای} \quad , \quad v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

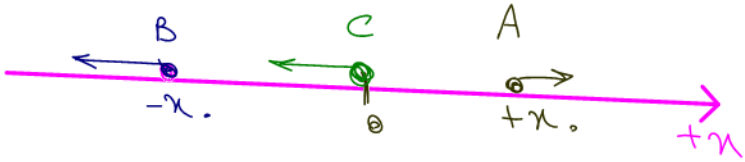
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t} \rightarrow v = \frac{x - x_0}{t} \rightarrow x - x_0 = vt$$

$$x = vt + x_0$$

انواع نمودار در حرکت با سرعت ثابت:







-روی یک محور مختصات، مکان تقریبی متحرک های نمودار های بالا را رسم کنید.

پویش علمی جهاد

پایه و رشته دوازدهم ریاضی و تجربی
جناب استاد باب الحوائجی

متحرکی با سرعت ثابت در مسیر مستقیم در حرکت است. در لحظه‌ی $t_1 = 5s$ در مکان $x_1 = +6m$ و در لحظه‌ی $t_2 = 20s$ در مکان $x_2 = +36m$ است.

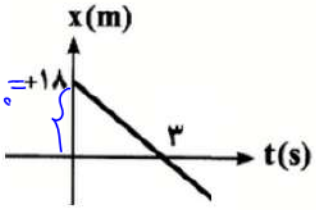
الف) معادله‌ی حرکت متحرک را نوشته و نمودار مکان ـ زمان آن را رسم کنید.

ب) در لحظه‌ی $t = 3s$ در چه مکانی است؟

ج) در چه لحظه ای متحرک از مبدأ عبور می کند؟

د) در چه لحظاتی متحرک در فاصله یک متری از مبدأ قرار دارد؟

نمودار مکان -زمان متحرکی به صورت شکل مقابل است.مطلوب است:



۱- تعیین نوع حرکت و به دست آوردن معادله حرکت

۲- تعیین بردار سرعت متوسط و تندی متوسط در بازه ۲ تا ۵ ثانیه

۳- بردار مکان و سرعت متحرک در ابتدای ثانیه سوم و انتهای ثانیه پنجم

۴- نسبت جابه جایی جسم در دو ثانیه سوم به دو ثانیه پنجم

۵- لحظه به حداقل رسیدن بردار مکان

۶- لحظه تغییر جهت بردار مکان

۷- بردار جا به جایی و مسافت طی شده در سه ثانیه دوم حرکت

۸- رسم نمودار سرعت و شتاب بر حسب زمان

۹- رسم مسیر حرکت در چهار ثانیه اول حرکت

معادلهٔ مکان- زمان دو متحرک A و B که روی خط راست حرکت می‌کنند، در SI به‌صورت $x_A = 20t - 200$ و $x_B = -10t + 100$ است.

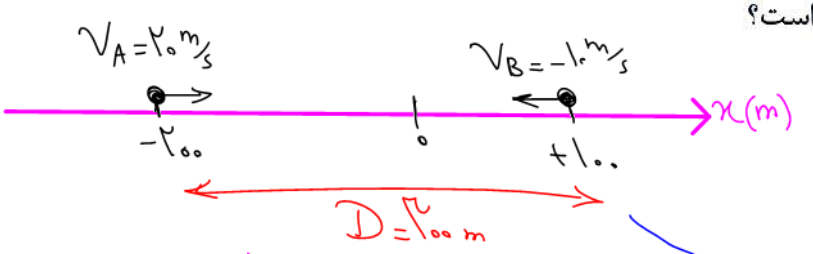
الف) فاصله اولیه دو متحرک چند متر است؟

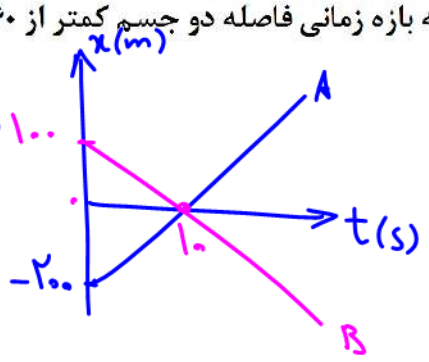
ب) پس از چه زمان و در چه مکانی دو متحرک به هم می رسند؟

ج) اختلاف زمانی دو لحظه‌ای که متحرک‌های A و B در فاصلهٔ ۶۰ متری از یک‌دیگر قرار می‌گیرند، چند ثانیه است؟

د) نمودار مکان زمان دو متحرک را در یک دستگاه رسم کنید.

ه) در چه بازه زمانی فاصله دو جسم کمتر از ۶۰ متر است؟





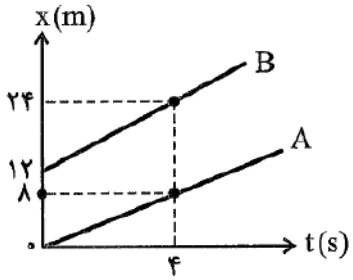
شکل مقابل، نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند.

آ) سرعت هر یک از دو متحرک را پیدا کنید.

ب) معادله حرکت هر یک را بنویسید.

پ) با گذشت زمان فاصله آن‌ها از هم چگونه تغییر می‌کند.

ت) فاصلهٔ آن‌ها از هم در لحظهٔ $t = 6s$ چقدر است؟



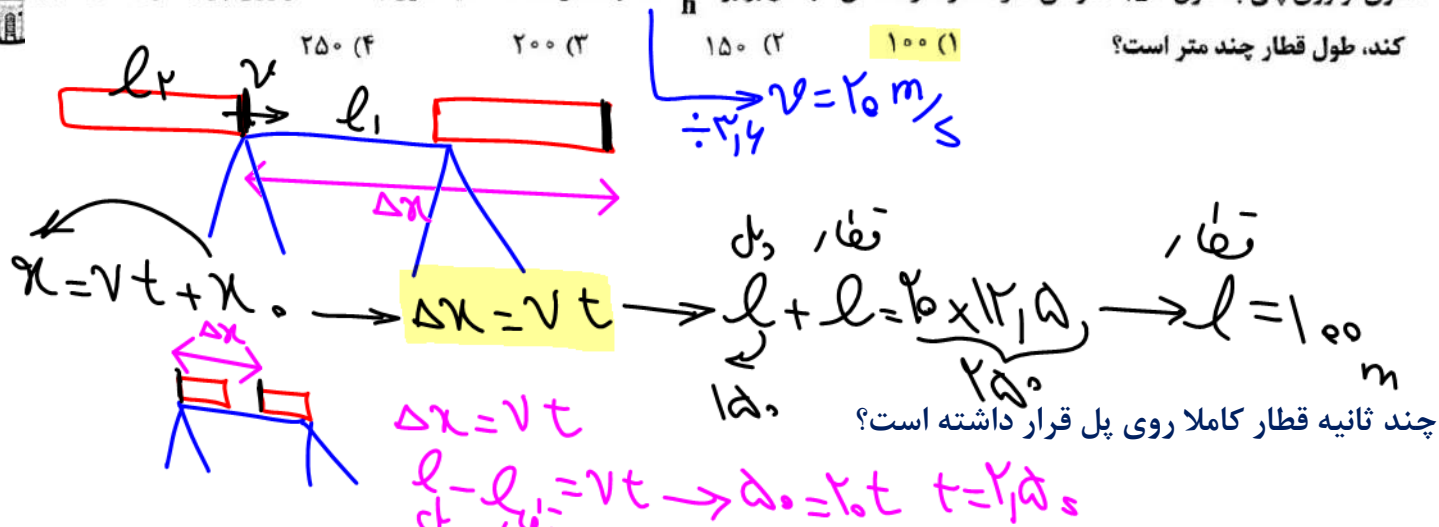
دو اتومبیل در یک جادهٔ مستقیم و در یک جهت در حال حرکت‌اند و مبدأ حرکت آن‌ها نیز یکی است. تندی اتومبیل اول $50\ km/h$ و تندی اتومبیل دوم $60\ km/h$ است، ولی اتومبیل دوم یک ساعت دیرتر از اتومبیل اول به حرکت درآمده است. اتومبیل دوم پس از چند ساعت از شروع حرکتش به اتومبیل اول می‌رسد؟

۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۵ ✓

نکته: t ← یعنی مدت زمان حضور در مسافت (اگر متحرکی با h تا تأخیر حرکت کند به جای t، $t-h$ بگذارید)

قطاری از روی پلی به طول ۱۵۰ متر می‌گذرد. اگر سرعت آن ثابت و برابر $72\frac{km}{h}$ باشد و ۱۲/۵ ثانیه طول بکشد تا از روی پل به‌طور کامل عبور کند، طول قطار چند متر است؟

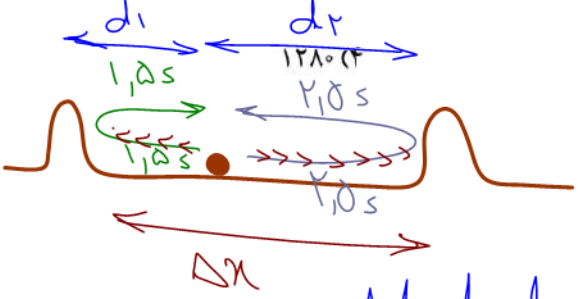
۱) ۱۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۵۰



چند ثانیه قطار کاملا روی پل قرار داشته است؟

بین دو رشته کوه توپی شلیک می‌شود و شنونده‌ای صدای دو پژواک از دو کوه را پس از ۳s و ۵s می‌شنود. اگر تندی انتشار صوت در هوا ثابت و برابر ۳۲۰m/s باشد، فاصلهٔ دو کوه چند متر است؟

۱) ۲۵۶۰ ۲) ۴۸۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۱۲۸۰



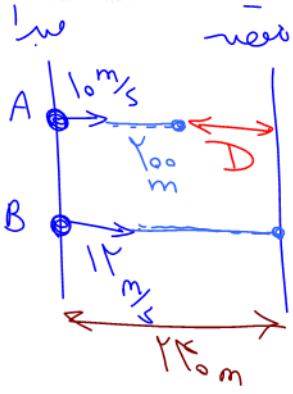
$\Delta x = vt = 320 \times (1.5 + 2.5) = 1280\ m$

اختلاف فواصل شنونده از دوصخره چند متر است؟

$\Delta d = d_2 - d_1 = vt_2 - vt_1 = v(t_2 - t_1) = 320 \times 1 = 320\ m$

دو خودرو یکی با سرعت ثابت ۱۰m/s و دیگری با سرعت ثابت ۱۲m/s از یک نقطه هم‌زمان به سوی مقصدی به فاصلهٔ ۲۴۰ متر به حرکت درمی‌آیند. بیش‌ترین فاصلهٔ این دو خودرو در طول مسیر چند متر است؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۲۰



زمان رسیدن اولی (سریعتر) به مقصد: $\Delta x = vt \rightarrow 240 = 12t \rightarrow t = 20\ s$

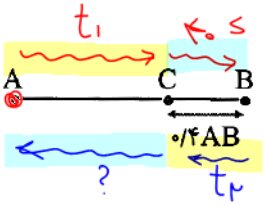
در زمان رسیدن اولی (سریعتر) به مقصد، دومی (کندتر) $\Delta x = vt = 10 \times 20 = 200\ m$ را طی کرده است. $D = 240 - 200 = 40\ m$

دو متحرک با چه اختلاف زمانی به مقصد خواهند رسید؟

$\Delta t = t_{کندتر} - t_{سریعتر} = \frac{\Delta x}{v_B} - \frac{\Delta x}{v_A} = \frac{240}{10} - \frac{240}{12} = 24 - 20 = 4\ s$

دو متحرک هم‌زمان از نقاط A و B با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطهٔ C به هم می‌رسند. ۴۰ ثانیه پس از این، متحرک اول به B می‌رسد. چند ثانیه طول می‌کشد تا متحرک دوم از C به A برسد؟

۱) معلومات کافی نیست.
۲) ۶۰
۳) ۸۰
۴) ۹۰



$t_1 = t_2$

$\frac{\Delta x_1}{v_1} = \frac{\Delta x_2}{v_2}$

$\frac{0.6AB}{v_1} = \frac{0.4AB}{v_2} \rightarrow v_2 \times 0.6 = v_1 \times 0.4$

$3v_2 = 2v_1 \rightarrow v_1 = \frac{3}{2}v_2$

$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.4AB}{40} = 0.01AB$

$v_2 = \frac{2}{3}v_1 = \frac{2}{3} \times 0.01AB$

$t_2 = \frac{x_2}{v_2} = \frac{0.6AB}{\frac{2}{3} \times 0.01AB} = 90$

پویش علمی جهاد

حرکات چند مرحله ای(هر مرحله با سرعت ثابت) :

$$V_{av}=\frac{\Delta x_t}{\Delta t_t}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\cdots}{\Delta t_1+\Delta t_2+\cdots}\quad,\quad S_{av}=\frac{\ell_t}{\Delta t_t}=\frac{\ell_1+\ell_2+\cdots}{\Delta t_1+\Delta t_2+\cdots}$$

در تمام سوالات فرض شود که تغییر جهت رخ نمی دهد،مگر آن که در صورت سوال تغییر جهت ذکر شده باشد:

۱. متحرکی در یک مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت ، نصف فاصله ای را با تندی ثابت ۱۲ متر بر ثانیه و بقیه مسیر را با تندی ثابت ۲۴ متر بر ثانیه طی می کند.تندی متوسط متحرک در کل مسیرش چند متر بر ثانیه است؟

۲. متحرکی در یک مسیر مستقیم، $\frac{۱}{۳}$ فاصله‌ی بین دو نقطه را با سرعت ثابت $۲۰\,m/s$ و بقیه‌ی مسیر را با سرعت ثابت $۱۰\,m/s$ طی می‌کند. سرعت متوسط متحرک در طول مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۱۶ ۴) ۱۵

۳. متحرکی که بر مسیر مستقیم در حال حرکت است، نصف زمان حرکت خود را با سرعت ثابت $۱۲\,m/s$، یک سوم زمان حرکت خود را با سرعت ثابت $۹\,m/s$ و باقی‌ماندهٔ زمان حرکت خود را با سرعت ثابت $۱۸\,m/s$ طی می‌کند. سرعت متوسط این متحرک در کل زمان حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۴. متحرکی مسافت‌های متوالی x و ۲x و ۳x را به ترتیب با سرعت‌های v و ۲v و ۳v طی می‌کند. سرعت متوسط آن در این حرکت چند v است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

۵. متحرکی روی مسیری افقی، $\frac{۲}{۳}$ کل زمان حرکت خود را با سرعت ثابت $۱۵\,(m/s)$ طی می‌کند و از این نقطه $\frac{۱}{۳}$ مسیر باقی‌مانده تا انتها را با سرعت ثابت $۱۰\,(m/s)$ و بقیهٔ مسیر را با سرعت ثابت $۳۰\,(m/s)$، همگی در یک جهت طی کرده است. سرعت متوسط آن در کل مسیر حرکت برابر چند متر بر ثانیه است؟

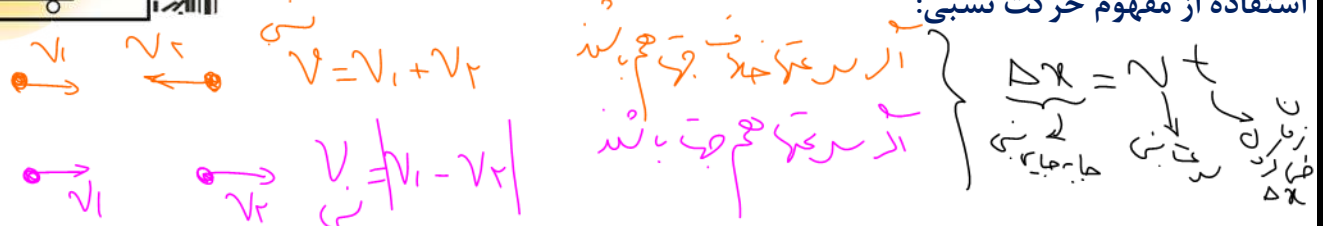
۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

۶. متحرکی بر یک خط راست، ابتدا ۳۰۰ متر را با تندی متوسط $۱۵\frac{m}{s}$ و سپس ۳۰s را در خلاف جهت اول با تندی متوسط $۳۰\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط آن در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲ و ۲۴ ۲) ۱۰ و ۲۴ ۳) ۲۰ و ۲۴ ۴) ۱۰ و ۱۲

پویش علمی جهاد

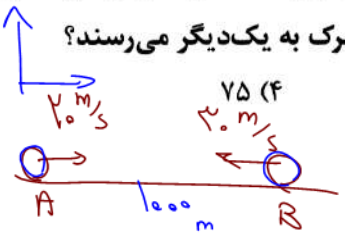
استفاده از مفهوم حرکت نسبی:



محدوده کاربرد روش حرکت نسبی:

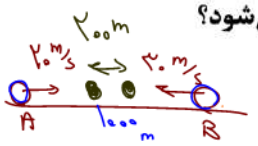
۱. دو متحرک A و B به طور هم‌زمان در مسیری مستقیم از دو شهر A و B با فاصله‌ی یک کیلومتر به سمت یک‌دیگر حرکت می‌کنند و سرعت آن‌ها ثابت و به ترتیب ۲۰m/s و ۳۰m/s است. چند ثانیه پس از آغاز حرکت، دو متحرک به یک‌دیگر می‌رسند؟

۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۲۵ ۴) ۷۵



۲. دو اتومبیل A و B با سرعت‌های ۲۰m/s و ۳۰m/s از شهرهای A و B در مسیری مستقیم به سمت یک‌دیگر حرکت می‌کنند. اگر فاصله‌ی دو شهر از هم ۱۰۰۰m باشد، در کدام لحظه یا لحظات، فاصله‌ی دو اتومبیل از یک‌دیگر ۲۰۰m می‌شود؟

۱) $t = ۱۶s$ ۲) $t = ۱۶s$ و $t = ۲۴s$
۳) $t = ۱۸s$ ۴) $t = ۱۸s$ و $t = ۲۴s$



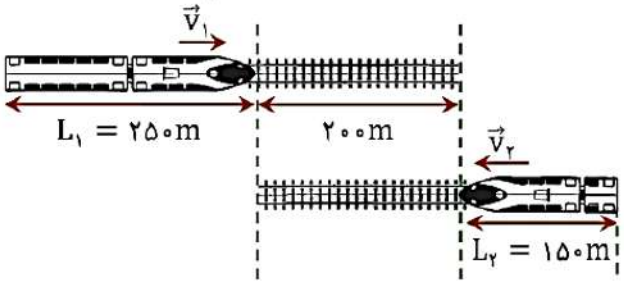
در چه بازه زمانی فاصله دو جسم کمتر از ۱۰۰ متر است؟

$۱۸\,s < \Delta t < ۲۲\,s$

۳. دو خودروی A و B در یک مسیر مستقیم و در خلاف جهت هم و به سمت هم حرکت می‌کنند. در یک لحظه فاصلهٔ بین دو خودرو برابر ۱۰۰ متر است. اگر سرعت خودروها ثابت و به ترتیب برابر ۱۰m/s و ۷۲km/h باشد، پس از چند ثانیه فاصلهٔ دو خودرو به ۸۰۰ متر می‌رسد؟

۱) $\frac{۸۰}{۳۰}$ ۲) ۹۰ ۳) ۳۰ ۴) ۸۰

۴. روی دو ریل موازی و مستقیم، دو قطار در خلاف جهت هم با سرعت ثابت، مطابق شکل در حال حرکتند. اگر از لحظهٔ نشان داده شده، ۸s طول بکشد تا ابتدای دو قطار به هم برسد، چند ثانیه پس از لحظهٔ نشان داده شده در شکل، دو قطار به صورت کامل از کنار هم عبور می‌کنند؟



۱) مفروضات مسئله ناقص است.
۲) ۲۰
۳) ۱۶
۴) ۲۴

پویش علمی جهاد

پایه و رشته دوازدهم ریاضی و تجربی
جناب استاد باب الحوائجی

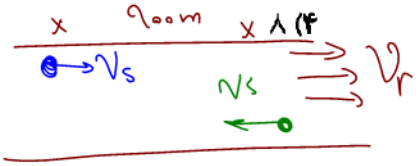
حرکت با سرعت ثابت روی مسیر متحرک:

$V_t = V_1 + V_2$ ← اگر سرعت سیر و متحرک هم جهت باشند

$V_t = |V_1 - V_2|$ ← اگر سرعت سیر و متحرک خلاف جهت باشند

۱. **شناگری فاصلهٔ ۹۰۰ متر را در حالتی که هم‌جهت جریان آب شنا می‌کند در یک دقیقه و ۳۰ ثانیه و در حالتی که بر خلاف جهت آب شنا می‌کند در دو دقیقه و ۳۰ ثانیه طی می‌کند. نسبت سرعت شناگر روی آب ساکن چند برابر سرعت جریان آب نسبت به ساحل است؟**

۱) ۱۰ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸



$\Delta x = Vt \rightarrow 900 = (V_s + V_r) \times 90$

$\Delta x = Vt \rightarrow 900 = (V_s - V_r) \times 150$

$\rightarrow V_s = 8, V_r = 2 \rightarrow \frac{V_s}{V_r} = 4$

۲. **پلکان برقی مسافرانی را که روی آن ایستاده‌اند در مدت یک دقیقه بالا می‌برد. اگر پلکان ساکن باشد، مسافران در مدت ۳ دقیقه از آن بالا می‌روند. معلوم کنید مسافران از پلکان متحرک در چند ثانیه بالا می‌روند؟**

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) ۸۰ ۴) ۴۵

۳. قایقرانی اگر در جهت جریان آب پارو بزند مسافتی را در مدت ۱۰ ثانیه طی می‌کند و اگر خلاف جریان آب پارو بزند همان مسافت را در مدت ۵۰ ثانیه طی می‌کند، اگر قایقران پارو نزند همان مسافت را توسط جریان آب در چند ثانیه طی می‌کند؟
(سرعت جریان آب و قایقران ثابت بوده و سرعت قایقران نسبت به زمین بیش از سرعت جریان آب است)

۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۵
۳) ۲۰ ۴) ۲۵

پویش علمی جهاد

حرکت شتاب دار : وقتی سرعت جسمی به دلیل تغییر اندازه آن یا به دلیل تغییر جهت آن و یا به دلیل تغییر اندازه و جهت آن تغییر کند، حرکت جسم شتاب دار است.

نتیجه: هر حرکتی روی مسیر منحنی الزاماً شتاب دار است.

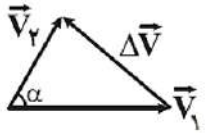
شتاب متوسط متحرک:

برابر است با تغییرات بردار سرعت وکمیتی برداری و *هم جهت با بردار تغییر سرعت* است.

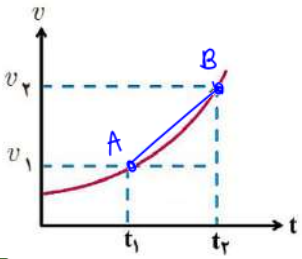
یکای شتاب متوسط، متر بر مربع ثانیه است.

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$



نمودار سرعت – زمان: نموداری که سرعت جسم را در هر لحظه نشان می دهد. در این نمودار، زمان روی محور افقی و سرعت روی محور قائم است.



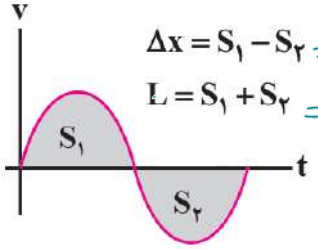
a_{av} = شیب خط AB

نکاتی مهم دربارهٔ نمودار سرعت- زمان:

- شتاب متوسط بین دو لحظه از نمودار سرعت – زمان برابر است با شیب پاره خطی که نقاط نظیر آن دو لحظه را در نمودار سرعت – زمان به هم وصل کند.
- شتاب لحظه‌ای در هر لحظه دلخواه t برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان در آن لحظه است.
- هرگاه خط مماس بر منحنی $v-t$ در لحظه‌ای خاص صعودی باشد شتاب لحظه‌ای در آن لحظه مثبت است و اگر نزولی باشد شتاب لحظه‌ای منفی است و اگر خط مماس در یک لحظه خاص، خطی افقی باشد شتاب لحظه‌ای صفر است. (مثلاً در نقاط ماکزیمم و می‌نیمم منحنی $v-t$)
- هرگاه خط واصل بین دو نقطه از نمودار $v-t$ صعودی باشد، شتاب متوسط بین آن دو لحظه مثبت است و هرگاه خط واصل بین دو نقطه از نمودار $v-t$ نزولی باشد، شتاب متوسط بین آن دو لحظه منفی است.
- در نقاط ماکزیمم و می‌نیمم نمودار $v-t$، شتاب حرکت (و نیروی برآیند وارد بر جسم) صفر است.
- هرگاه نمودار $v-t$ به صورت خطی افقی (خطی موازی با محور t باشد) اندازه سرعت جسم ثابت و شتاب حرکت صفر خواهد بود.
- هرگاه نمودار $v-t$ بالای محور t باشد علامت سرعت (و جابه‌جایی) جسم مثبت است و اگر زیر محور باشد علامت سرعت (و جابه‌جایی) جسم منفی است.
- هرگاه نمودار $v-t$ به محور t برخورد کند سرعت جسم صفر شده است و اگر از محور t بگذرد جهت حرکت (جهت بردار جابه‌جایی و بردار سرعت) عوض شده است.

- هرگاه نمودار $v-t$ به محور t نزدیک شود تندی حرکت در حال کاهش بوده و حرکت کند شونده است.
- هرگاه نمودار $v-t$ از محور t دور شود تندی حرکت در حال افزایش بوده و حرکت تند شونده است.
- در هر بازه زمانی، سطح محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان، برابر با جابه‌جایی در آن بازه است. (سطوح زیر محور t با علامت منفی محاسبه می‌شوند).

مساحت طی شده برابر با جمع تمام سطوح بالا و پایین محور (بدون در نظر گرفتن علامت منفی) است.



$\Delta x = S_1 - S_2$ = جابه جایی کل

$L = S_1 + S_2$ = مسافت طی شده کل

پایه و رشته دهم ریاضی و تجربی
جناب استاد باب الحوائجی

ذره‌ای با سرعت ثابت $10\ m/s$ در امتداد یک خط مستقیم حرکت می‌کند. این ذره به دیواری برخورد می‌کند و در همان امتداد اولیه به عقب بازمی‌گردد. اگر بزرگی سرعت ذره، $0/1\ s$ پس از ابتدای برخورد با مانع به $5\ m/s$ برسد، بزرگی شتاب متوسط آن در این مدت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۵۰ ۴) ۱۵۰

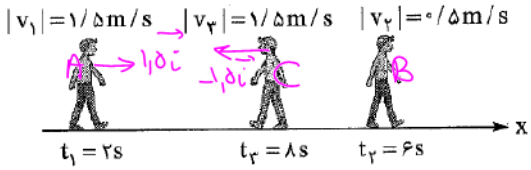
$|\vec{a}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{V}|}{\Delta t} = \frac{|\vec{V}_2 - \vec{V}_1|}{\Delta t} = \frac{15}{0/1} = 150\ m/s^2$

اتومبیلی روی جادهٔ مستقیمی با سرعت $20\ m/s$ به سمت شرق در حال حرکت است. اگر نیم ساعت بعد اتومبیل با سرعت $40\ m/s$ به سمت غرب از همان جاده عبور کند، بزرگی شتاب متوسط اتومبیل در این مدت برحسب متر بر مربع ثانیه و جهت آن کدام است؟

۱) $\frac{1}{30}$، غرب ۲) $\frac{1}{30}$، شرق ۳) $\frac{1}{90}$، شرق ۴) $\frac{1}{90}$، غرب

$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t} = \frac{-40 - 20}{1800} = \frac{-60}{1800} = -\frac{1}{30}\ m/s^2$

شکل روبه‌رو وضعیت حرکت شخصی را در لحظه‌های t_1، t_2 و t_3 نشان می‌دهد. شتاب متوسط این شخص در بازه‌های زمانی $(2\ s, 8\ s)$ و $(6\ s, 8\ s)$ به ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟



۱) صفر، $-0/5\vec{i}$ ۲) $\vec{i}$، $0/5\vec{i}$
۳) صفر، $0/5\vec{i}$ ۴) $-i$، $-0/5\vec{i}$

$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_C - V_A}{\Delta t} = \frac{-1/5\vec{i} - 1/5\vec{i}}{8-2} = \frac{-3\vec{i}}{6} = -1/5\vec{i}$

متحرکی در لحظهٔ $t = 0/2\ s$ با تندی $8\ m/s$ در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. اگر بردار شتاب متوسط این متحرک در بازهٔ $(0/0, 2\ s)$ در SI برابر $24\vec{i}$ باشد، بردار سرعت اولیهٔ آن برحسب متر بر ثانیه کدام است؟

۱) $-12/8\vec{i}$ ۲) $-3/2\vec{i}$ ۳) $12/8\vec{i}$ ۴) $3/2\vec{i}$

متحرکی روی دایره‌ای با تندی ثابت $8\ m/s$ در حال حرکت است. اگر این متحرک نصف دایره را در مدت $4\ s$ طی کند، اندازهٔ شتاب متوسط آن در این مدت چند متر بر مربع ثانیه است؟

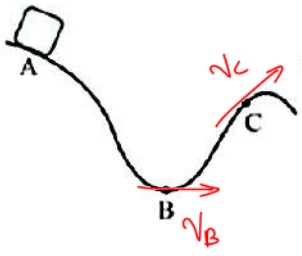
۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) صفر

$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{16}{4} = 4\ m/s^2$

اگر ربع دایره را با تندی ثابت در همین مدت طی می کرد چطور؟

$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{8\sqrt{2}}{4} = 2\sqrt{2}\ m/s^2$

جسمی را مطابق شکل روبه‌رو از نقطهٔ A رها می‌کنیم و جسم روی سطح بدون اصطکاکی شروع به حرکت می‌کند. بردار شتاب متوسط جسم در جابه‌جایی از نقطهٔ B تا نقطهٔ C تقریباً مطابق کدام‌یک از جهت‌های زیر است؟

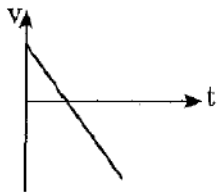


۱) ۲) ۳) ۴)

$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$

جهت بردار سرعت متوسط چطور؟

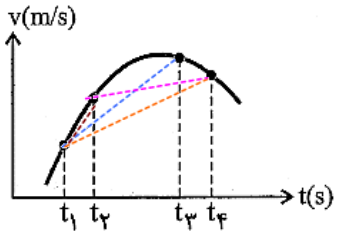
اگر نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست در حرکت است، مطابق شکل روبه‌رو باشد، کدام گزینه دربارهٔ شتاب درست است؟



۱) شتاب ابتدا منفی و سپس مثبت است.
۲) شتاب ثابت و منفی است.
۳) شتاب ابتدا مثبت و سپس منفی است.
۴) شتاب ثابت و مثبت است.

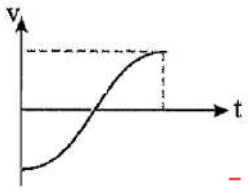
نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است.

بزرگی شتاب متوسط در کدام بازهٔ زمانی بیش‌تر از بقیهٔ گزینه‌ها است؟



۱) t_3 تا t_1
۲) t_4 تا t_1
۳) t_4 تا t_2
۴) t_2 تا t_1

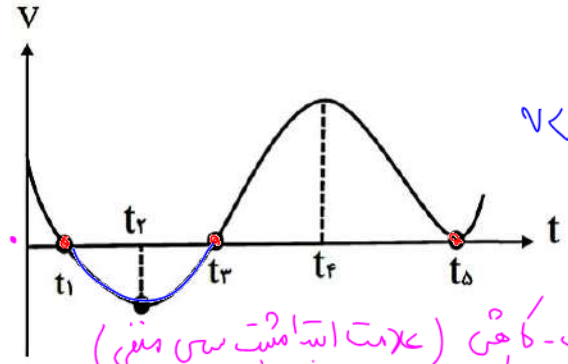
نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست در حرکت است، مطابق شکل روبه‌رو است. کدام عبارت‌ها در مورد این حرکت درست است؟



الف) متحرک یک بار تغییر جهت داده است.
ب) تندی متحرک ابتدا در حال افزایش و سپس در حال کاهش است.
پ) شتاب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
ت) شتاب ابتدا منفی و سپس مثبت است.

۱) (الف) و (ب) و (پ)
۲) (ب) و (ت)
۳) (الف) و (پ)
۴) همه گزاره‌ها

نمودار سرعت - زمان مقابل مربوط به متحرکی روی خط راست است ،



چند بار اندازه سرعت جسم صفر شده است؟
چند بار علامت سرعت و جهت حرکت جسم عوض شده است؟
در چه بازه زمانی سوی حرکت جسم در خلاف جهت محور بوده است؟

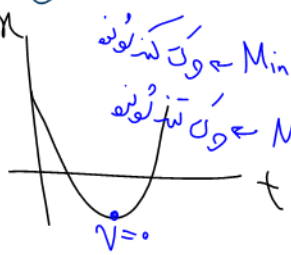
در بازه صفر تا t_3 :
جهت شتاب حرکت چند بار عوض شده است؟
اندازه شتاب جسم چگونه تغییر کرده است؟
تغییرات اندازه بردار سرعت و علامت بردار سرعت چگونه بوده است؟
نوع حرکت شتابدار از نظر تند یا کند شونده بودن را بررسی نمایید.

انواع حرکت شتاب دار:

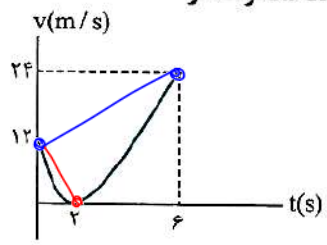
حرکت شتاب دار تند شونده: اندازه سرعت (تندی) جسم با گذشت زمان افزایش یابد.

حرکت شتاب دار کند شونده: اندازه سرعت (تندی) جسم با گذشت زمان کاهش یابد.

تشخیص نوع حرکت شتابدار از نمودارهای مکان زمان و سرعت زمان:



نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند به شکل مقابل است. شتاب متوسط متحرک در بازه‌های زمانی (۰ , ۶ s) و (۰ , ۲ s) به ترتیب از راست به چپ در SI چند واحد است؟



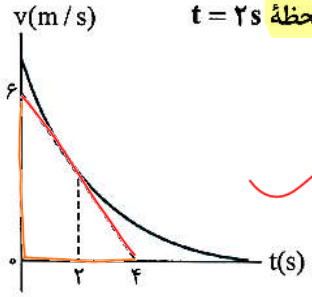
۱) $6\vec{i}$ ، $4\vec{i}$
۲) $-6\vec{i}$ ، $4\vec{i}$
۳) $6\vec{i}$ ، $2\vec{i}$
۴) $-6\vec{i}$ ، $2\vec{i}$ ✓

$a_{av}(0\to6) = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V(6)-V(0)}{6-0} = \frac{24-12}{6} = 2 \frac{m}{s^2}$

$\vec{a} = 2\vec{i}\ (\frac{m}{s^2})$

$a_{av}(0\to2) = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0-12}{2} = -6 \frac{m}{s^2}$

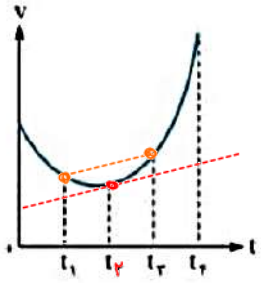
نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند به شکل مقابل است. شتاب متحرک در لحظهٔ $t = 2\,s$ برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟ (خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = 2\,s$ رسم شده است.)



۱) $1/5\vec{i}$
۲) $3\vec{i}$
۳) $-1/5\vec{i}$ ✓
۴) $-3\vec{i}$

شیب خط مماس = شتاب لحظه‌ای $= \frac{-6}{4} = -1/5$

نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است. شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3 به شتاب آن در کدام لحظه نزدیک‌تر است؟

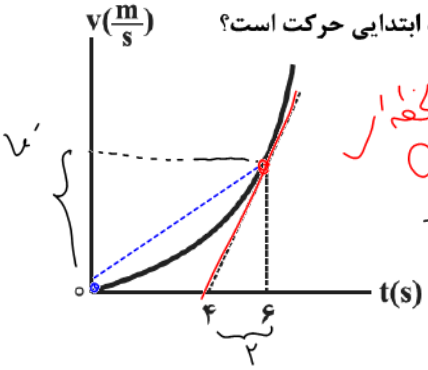


۱) صفر
۲) t_1
۳) t_2 ✓
۴) t_4

شیب خط مماس در آن لحظه

شیب خط واصل

نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی خطی راست در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است.
اندازهٔ شتاب متحرک در لحظهٔ $t = 6\,s$ چند برابر اندازهٔ شتاب متوسط آن در ۶ ثانیهٔ ابتدایی حرکت است؟



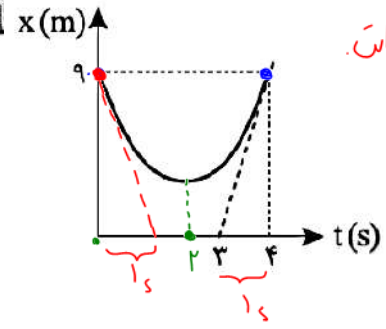
۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) ۳ ✓
۴) $\frac{3}{2}$

شیب خط واصل

شیب خط مماس

$\frac{a(6)}{a_{av}(0\to6)} = \frac{\frac{v'}{2}}{\frac{v'}{6}} = 3$

نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل مقابل است. شتاب متوسط حرکت در ۴ ثانیهٔ اول چند متر بر مربع ثانیه است؟ (خط‌چین خط مماس بر منحنی در $t = 4s$ است)



۱) ۱۲
۲) ۶
۳) ۳
۴) ۴/۵ ✓

شکل سهمی متقارن است.

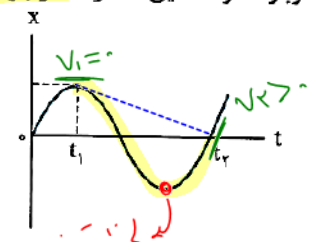
$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V(4) - V(0)}{4 - 0} = \frac{9 - (-9)}{4} = 4.5 \frac{m}{s^2}$

$t = 4s$ سرعت در لحظه $V(4) =$ شیب خط مماس $= \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{9}{1} = 9 \frac{m}{s}$

$t = 0$ سرعت در لحظه $V(0) = -9 \frac{m}{s}$

نتیجه مهم: در نمودار $x-t$ که نقطهٔ سهمی هست (حرکت با شتاب ثابت) ← از رأس سهمی ناصله بگیریم تند (در صورت رابطه این سهمی بزرگ‌تر)

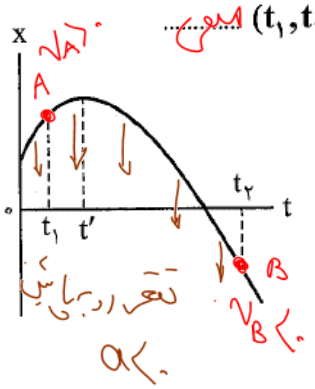
نمودار مکان ـ زمان حرکت متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند به شکل زیر است. کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ حرکت این متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 درست است؟



۱) تندی متوسط متحرک با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر است. ✗ (چون تغییر جهت داشتیم)
۲) بردار سرعت متوسط این متحرک در جهت محور x است. ✗ (چون تغییر جهت داشتیم)
۳) بردار شتاب متوسط این متحرک در جهت محور x است. $a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t} > 0$ ✓
۴) در لحظه‌ای که متحرک متوقف می‌شود شتاب آن برابر با صفر است. ✗

لحظه تغییر جهت $V = 0$ $a \neq 0$

در نمودار مکان ـ زمان شکل روبه‌رو که به صورت یک سهمی است، جهت شتاب متوسط در بازهٔ (t_1, t_2) ..... و جهت شتاب در لحظه‌های t_2 و t' به ترتیب ..... و ..... است.



۱) منفی ـ منفی ـ منفی ✓
۲) منفی ـ مثبت ـ صفر
۳) مثبت ـ منفی ـ صفر
۴) مثبت ـ مثبت ـ مثبت

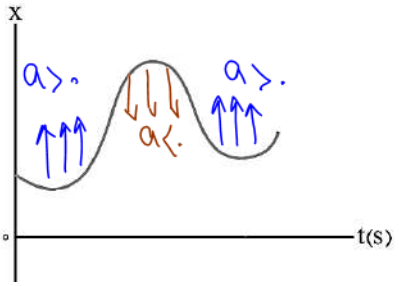
$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_B - V_A}{\Delta t} < 0$ ∴ منفی

$V_A > 0$

$V_B < 0$

تقعر رو به پایین $a < 0$

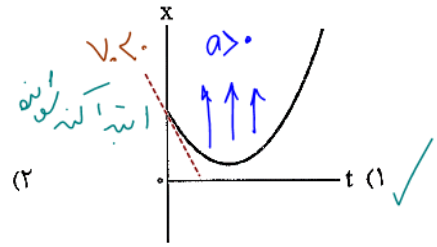
نکته مهم در مورد جهت تقعر(دهانه) منحنی مکان زمان :

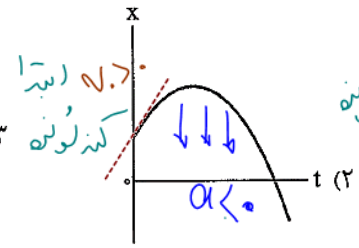


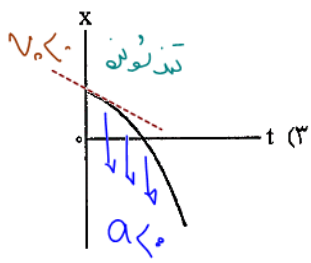
از جهت تقعر (دهانه نمودار) $x-t$ به سمت بالا بله $a > 0$

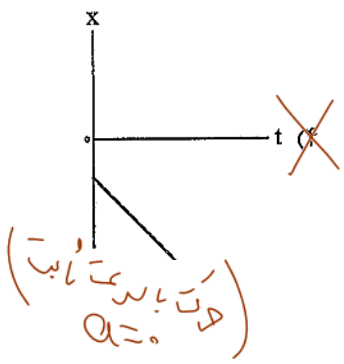
از جهت تقعر (دهانه نمودار) $x-t$ به سمت پایین بله $a < 0$

متحرکی روی محور x با شتاب ثابت در حرکت است. اگر سرعت اولیهٔ این متحرک در خلاف جهت محور x باشد و حرکت متحرک در ابتدا کندشونده باشد، نمودار مکان ـ زمان متحرک به شکل کدام گزینه می‌تواند باشد؟ (نمودارهای رسم‌شده در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ بخشی از یک سهمی‌اند.)

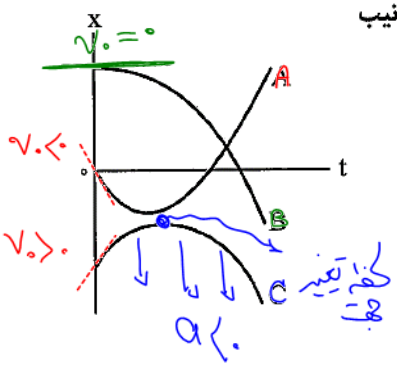
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

نمودار مکان ـ زمان سه متحرک A، B و C مطابق شکل روبه‌رو است. عبارت‌های «الف»، «ب» و «پ» به ترتیب از راست به چپ کدام‌یک از نمودارها را توصیف می‌کنند؟



الف) متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و به تدریج بر تندی آن افزوده می‌شود.

ب) سرعت اولیهٔ متحرک در جهت منفی و شتاب آن در جهت مثبت محور x است.

پ) در کل حرکت، شتاب در جهت منفی محور x است و در یک لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد.

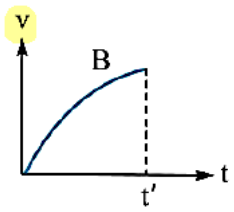
۱) C ،A ،B ✓

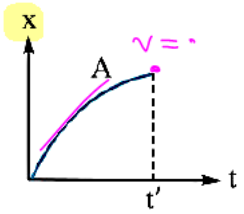
۲) A ،C ،B

۳) C ،B ،A

۴) B ،C ،A

نمودار مکان ـ زمان متحرک A و نمودار سرعت ـ زمان متحرک B هر دو قسمتی از یک سهمی مطابق شکل‌های زیر هستند. نوع حرکت این دو متحرک مطابق کدام گزینه است؟





۱) هر دو تندشونده

۲) هر دو کندشونده

۳) A تندشونده و B کندشونده

۴) A کندشونده و B تندشونده ✓

نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند به شکل روبه‌رو است. در بازه‌ای که متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند، کدام مورد نادرست است؟

۱) در این بازهٔ زمانی حرکت متحرک ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

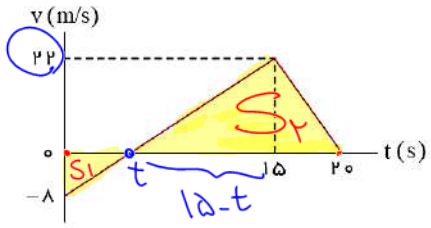
۲) شتاب متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی در خلاف جهت محور x است.

۳) شتاب متحرک در این بازهٔ زمانی ابتدا در جهت محور x و سپس در خلاف جهت محور x است.

۴) در این بازهٔ زمانی مسافت طی‌شده توسط متحرک از اندازهٔ جابه‌جایی آن بیشتر است.

نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است. مسافت پیموده شده توسط این متحرک در بازهٔ زمانی $0s$ تا $20s$، چند متر است؟

سراسری- ۱۳۹۸



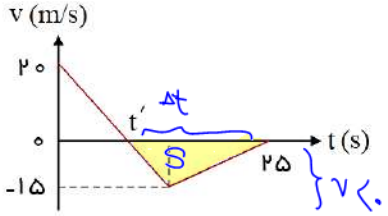
۱) ۱۶۰
۲) ۱۷۶
۳) ۱۸۰
۴) ۱۹۲

$a_{0-t} = a'_{t-15} \rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta v'}{\Delta t'} \rightarrow \frac{8}{t} = \frac{22}{15-t} \rightarrow t = 4s$

$S_1 = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16\ m$
$S_2 = \frac{1}{2} \times 22 \times 16 = 176\ m$
$\rightarrow S_1 + S_2 = L = 192\ m$

نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی که حرکت متحرک خلاف جهت محور x است، چند متر بر ثانیه است؟

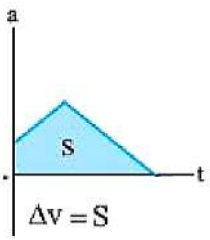
سراسری- ۱۳۹۴



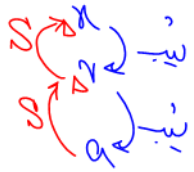
۱) صفر
۲) ۲٫۵
۳) ۷٫۵
۴) ۱۰

$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 15 \times \Delta t}{\Delta t} = 7.5\ m/s$

نکته:

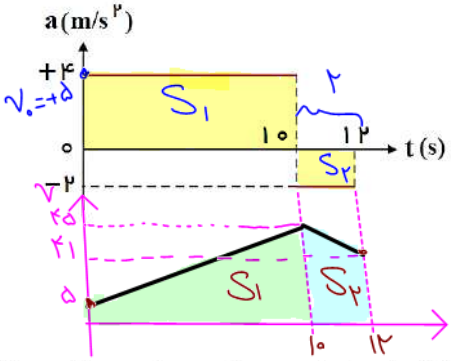


سطح زیر نمودار a-t = تغییرات سرعت (Δv)



نمودارشتاب- زمان متحرکی که سرعتش در مبداء زمان $+5\frac{m}{s}$ است، به صورت شکل زیر می‌باشد، سرعت متوسط متحرک در این ۱۲ ثانیه، چند متر برثانیه است؟

سراسری- ۱۳۹۴



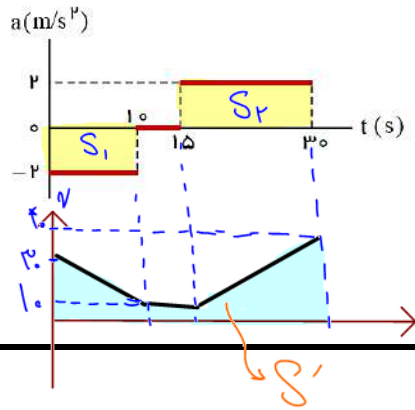
۱) ۱۳٫۵
۲) ۱۴
۳) ۲۷
۴) ۲۸

$S_1 = 4 \times 10 = 40\ m/s \rightarrow \Delta v_1 = 40\ m/s$
$S_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4\ m/s \rightarrow \Delta v_2 = -4\ m/s$

$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{250 + 86}{12} = 28\ m/s$

نمودار شتاب-زمان متحرکی که با سرعت اولیهٔ $30\ m/s$ در جهت محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 10s$ تا $t_2 = 30s$، چند متر بر ثانیه است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۸



۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۱٫۲۵
۴) ۴۲٫۵

$S_1 = 20 \rightarrow \Delta v_1 = -20\ m/s$
$S_2 = 40 \rightarrow \Delta v_2 = +20\ m/s$

$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S'}{20} =$

پویش علمی جهاد

پایه و رشته دوازدهم ریاضی و تجربی
جناب استاد باب الحوائجی

حرکت با شتاب ثابت:

حرکتی است که در آن شتاب متحرک از نظر اندازه و جهت، در لحظات مختلف یکسان و ثابت می ماند.

ویژگی ها:

۱ـشتاب متوسط در هر بازه زمانی با شتاب لحظه ای برابراست.

۲ـسرعت متحرک با زمان به صورت خطی تغییر می کند و شیب نمودار سرعت - زمان ثابت است. (نمودار خطی است.)

معادلات حرکت با شتاب ثابت:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$ (معادلهٔ مکان ــ زمان)

$$v = at + v_۰$$ (معادلهٔ سرعت ــ زمان)

$$v^۲ = v_۰^۲ + ۲a\Delta x$$ (معادلهٔ سرعت ــ جابه‌جایی)

معادله مستقل از زمان

$$v_{av} = \frac{v_۰ + v}{۲} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$ (معادلهٔ سرعت متوسط)

معادله مستقل از شتاب

معادلات همواره صادق:

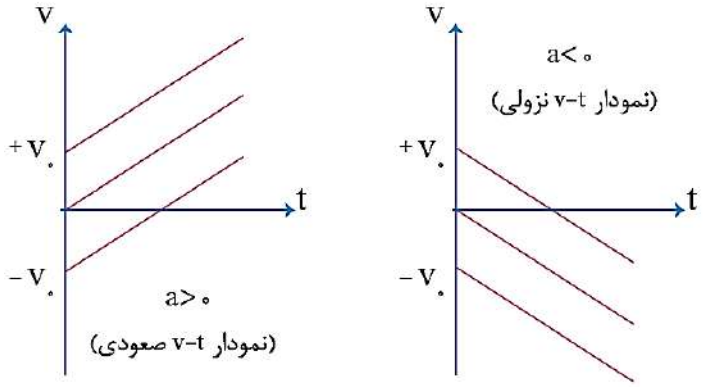
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$ (سرعت متوسط)

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$ (شتاب متوسط)

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$ (تندی متوسط)

انواع نمودار سرعت زمان در حرکت با شتاب ثابت:

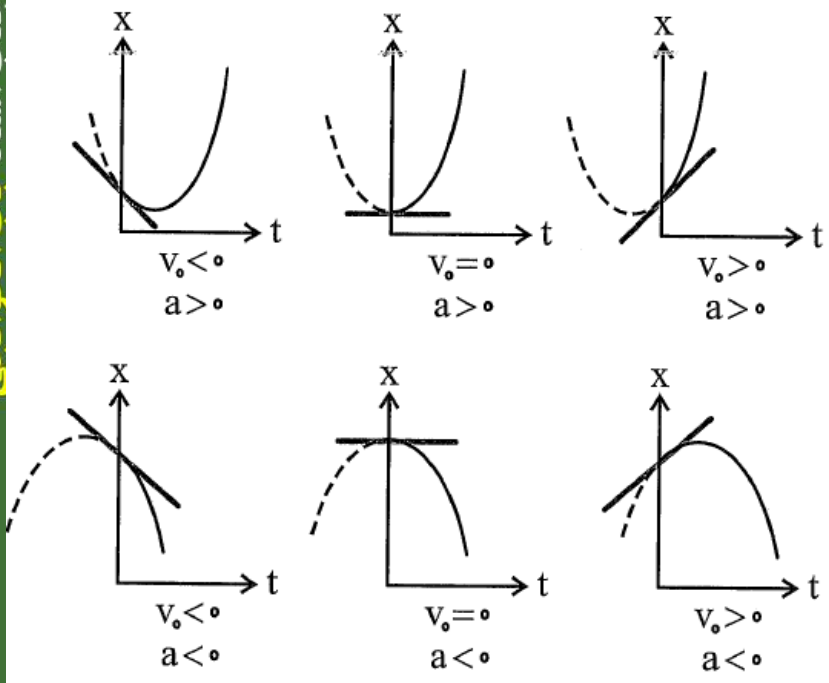
$$v = at + v_0$$



انواع نمودار مکان زمان در حرکت با شتاب ثابت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

یاد آوری ریاضی از سهمی ها:



مشخص کنید حرکات شتاب دار در شکلهای بالا از کدام نوع زیر هستند؟

۱- همواره تند شونده

۲- ابتدا کندشونده و سپس تند شونده

متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است. اگر سرعت اولیه و شتاب متحرک در SI به ترتیب $20\vec{i}$ و $-4\vec{i}$ باشد، جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیهٔ اول برحسب متر کدام است؟

۱) $42\vec{i}$ ۲) $24\vec{i}$ ۳) $-42\vec{i}$ ۴) $-24\vec{i}$

بردار جابجایی متحرک در ۳ ثانیه دوم؟

متحرکی با شتاب ثابت بر روی مسیر مستقیمی در حرکت است. اگر سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1 = 2\ s$ برابر $18\ km/h$ و در لحظهٔ $t_2 = 4\ s$ برابر $54\ km/h$ باشد، معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک در SI کدام است؟

۱) $v = 5t - 5$ ۲) $v = 18t - 18$ ۳) $v = 5t + 5$ ۴) $v = 18t + 18$

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -2t + 4$ است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم چند متر است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

به روشهای مختلف حل این سوال بیندیشید.

ذره‌ای با شتاب ثابت بر خط راستی حرکت می‌کند. در لحظهٔ $t = 0$ این ذره در مکان $x_0 = -5\ m$ است. اگر سرعت این ذره در مکان‌های $x_1 = 7\ m$ و $x_2 = 16\ m$ به ترتیب برابر $4\ m/s$ و $5\ m/s$ باشد، شتاب حرکت و سرعت اولیهٔ آن در SI به ترتیب کدام است؟

۱) ۰/۵ و ۲ ۲) ۱ و ۳ ۳) ۲ و ۱/۵ ۴) ۳ و ۰/۵

متحرکی که روی خط راست و بدون تغییر جهت با شتاب ثابت در حال حرکت است، در مدت ۶ s، ۳۰ m جابه‌جا می‌شود. اگر تندی متحرک در پایان این جابه‌جایی $8\ m/s$ باشد، تندی آن در ابتدای این جابه‌جایی چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

شتاب؟

متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به حرکت در می‌آید. اگر سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت برابر ۸ متر بر ثانیه باشد، سرعت آن در پایان ثانیهٔ پنجم چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۱۶ ۴) ۲۰

نکته: در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط بین دو لحظه برابر است با سرعت در لحظه میانگین.

معادلهٔ حرکت جسمی در SI با رابطهٔ $x = -2t^2 + 8t - 6$ بیان شده است.

آ) مکان اولیه، سرعت اولیه و شتاب حرکت را بیابید.

ب) معادلهٔ سرعت آن را به دست آورید. نمودار سرعت - زمان آن را رسم کنید.

پ) در چه لحظه‌ای سرعت صفر است؟

ت) در چه لحظاتی متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است؟

ث) نمودار مکان - زمان و نیز مسیر حرکت متحرک را رسم کنید.

ج) در چه بازه زمانی حرکت جسم تند یا کند شونده است؟

چ) در چه بازه زمانی جسم در جهت محور حرکت کرده است؟

ح) در سه ثانیه اول حرکت جابه جایی و مسافت طی شده و اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط را محاسبه کنید.

خ) در چه بازه زمانی بردار مکان جسم در خلاف جهت محور بوده است؟

معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 2t^2 - 4t + 9$ است.

کدام مورد دربارهٔ این حرکت نادرست است؟

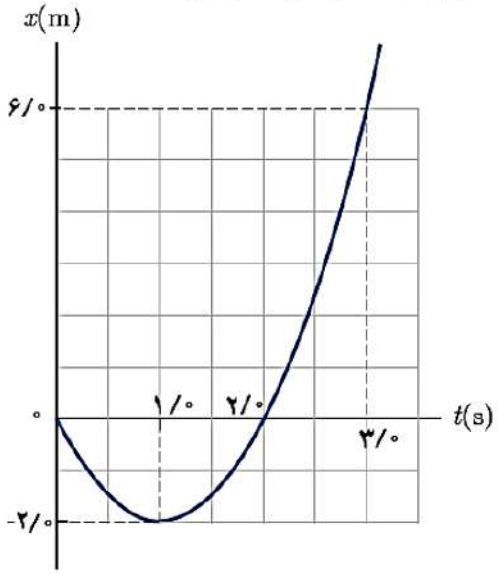
۱) در لحظهٔ $t = 2\,s$، سرعت متحرک برابر $4\,m/s$ است.

۲) در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 3\,s$ حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

۳) سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $(3\,s, 7\,s)$ با سرعت آن در لحظهٔ $t = 5\,s$ برابر است.

۴) در هر $3\,s$، سرعت متحرک به اندازهٔ $6\,m/s$ تغییر می‌کند.

شکل زیر نمودار مکان ــ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است.



الف)سرعت متوسط و نیز تندی متوسط جسم را بین لحظات صفر تا ۳ ثانیه به دست آورید.

ب) معادله مکان -زمان جسم را بنویسید.

پ) معادله سرعت -زمان جسم را نوشته و به کمک آن سرعت جسم در ابتدای ثانیه چهارم را به دست آورید.

ت) نمودار سرعت -زمان و نیز شتاب - زمان جسم را رسم کنید.

ث) نوع حرکت جسم از نظر تند یا کند شونده بودن را تعیین کنید.

ج) نسبت بردار سرعت اولیه به بردار سرعت در پایان ثانیه دوم

معادلهٔ مکان ــ زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 8$ است. کدام گزینه در مورد این حرکت درست است؟

۱) از $t = 0$ تا $t = 2\,s$ حرکت در جهت محور x و کندشونده و از آن به بعد در خلاف جهت محور x و تندشونده است.

۲) از $t = 0$ تا $t = 2\,s$ حرکت در خلاف جهت محور x و کندشونده و از آن به بعد در جهت محور x و تندشونده است.

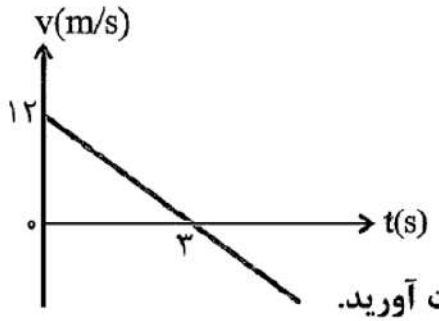
۳) از $t = 0$ تا $t = 4\,s$ حرکت در خلاف جهت محور x و کندشونده و از آن به بعد در جهت محور x و تندشونده است.

۴) این حرکت همواره در جهت محور x و تندشونده است.

در یک حرکت راست‌خط با شتاب ثابت، متحرک در ثانیه‌های دوم، سوم و چهارم به ترتیب ۲۴ m، ۸ m و ۸ m را پیموده است. تندی متحرک در کدام دو لحظه یکسان است؟

۱) $t_1 = 1\,s$ و $t_2 = 5\,s$ ۲) $t_1 = 3\,s$ و $t_2 = 4\,s$ ۳) $t_1 = 1\,s$ و $t_2 = 3\,s$ ۴) $t_1 = 3\,s$ و $t_2 = 6\,s$

نمودار سرعت - زمان متحرکی در شکل داده شده است.



آ) معادله سرعت-زمان جسم را به دست آورید

ب) سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۵s$ چقدر است؟

پ) در چه زمان هایی تندی جسم برابر با ۲ متر بر ثانیه خواهد شد؟

ت) تندی متوسط و سرعت متوسط جسم در ۵ ثانیه اول حرکت را بیابید.

ث) اگر متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ در $x = ۲m$ باشد، معادلهٔ حرکت آن را به دست آورید.

ج) نمودار مکان - زمان جسم را رسم کنید.

سرعت متوسط اتومبیلی که از حال سکون با شتاب ثابت $۱/۸ \, m/s^۲$ به حرکت درمی‌آید، در ۱۰ ثانیهٔ اول چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۹ ۳) ۱۸ ۴) ۲۲/۵

به روشهای مختلف حل این سوال بیندیشید.

دوچرخه‌سواری با شتاب ثابت a بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط این دوچرخه‌سوار در بازه‌های زمانی (۳ s,۷ s) و (۷ s,۹ s) به ترتیب $۹ \, m/s$ و $۱۵ \, m/s$ باشد، a چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۲

جمع بندی نمودار مکان-زمان:

شیب خط واصل:

شیب خط مماس:

نمودار صعودی: نزولی: افقی:

نمودار خطی: منحنی:

نمودار بالای محور زمان: زیر محور:

برخورد نمودار با محور مکان : با محور زمان: تبصره:

تقعر منحنی رو به بالا: رو به پائین:

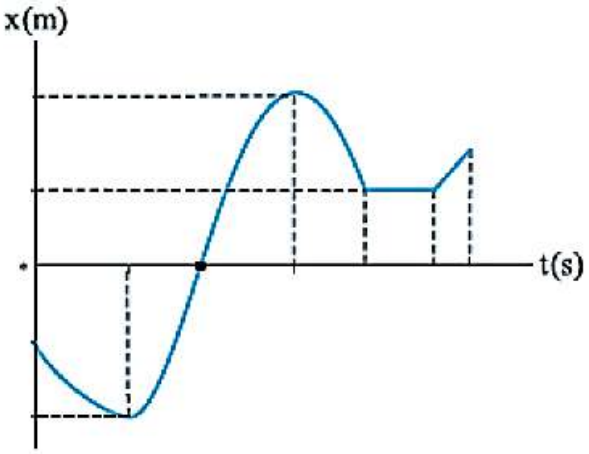
در نقاط بیشینه و کمینه نمودار:

قبل از نقاط بیشینه و کمینه نمودار: بعد از نقاط بیشینه و کمینه نمودار:

در نقاط تلاقی نمودار دو متحرک در یک دستگاه:

نمودار به محور زمان نزدیک شود:

نمودار از محور زمان دور شود:



پویش علمی جهاد

پایه و رشته دوازدهم ریاضی و تجربی
جناب استاد باب الحوائجی

جمع بندی نمودار سرعت-زمان:

شیب خط واصل:

شیب خط مماس:

نمودار صعودی: نزولی: افقی:

نمودار خطی: منحنی:

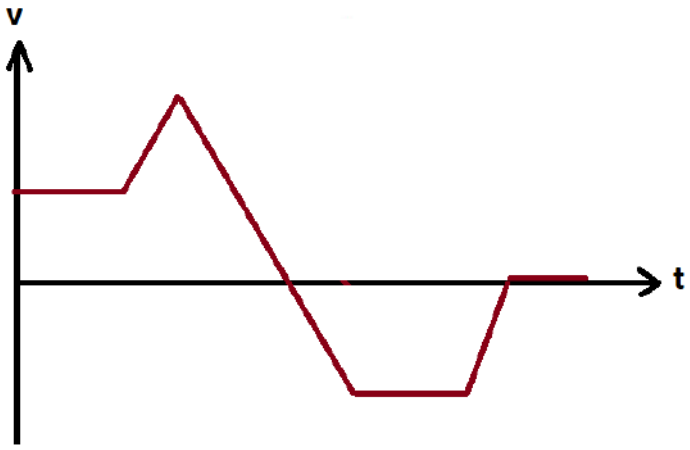
نمودار بالای محور زمان: زیر محور:

برخورد نمودار با محور سرعت : با محور زمان: تبصره:

در نقاط بیشینه و کمینه نمودار:

در نقاط تلاقی نمودار دو متحرک در یک دستگاه:

سطح زیر نمودار:



نمودار به محور زمان نزدیک شود:

نمودار از محور زمان دور شود:

نمودار شتاب-زمان:

پویش علمی جهاد

پایه و رشته دوازدهم ریاضی و تجربی
جناب استاد باب الحوائجی

جدول مقایسه ای نمودارهای حرکت

	نمودار مکان - زمان	نمودار سرعت - زمان
شیب خط مماس بر نمودار	سرعت لحظه‌ای	شتاب لحظه‌ای
شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار	سرعت متوسط	شتاب متوسط
صعودی بودن نمودار	سرعت هم جهت با محور / حرکت در جهت محور / $v>0$	$a>0$ شتاب و حرکت در جهت محور
نزولی بودن نمودار	سرعت در جهت خلاف محور / حرکت خلاف جهت محور / $v<0$	$a<0$ شتاب و حرکت خلاف جهت محور
دور شدن نمودار از محور زمان	بردار مکان در حال افزایش / جسم از مبدأ دور می‌شود	تندی در حال افزایش / حرکت تند شونده
نزدیک شدن نمودار به محور زمان	بردار مکان در حال کاهش / جسم به مبدأ نزدیک می‌شود	تندی در حال کاهش / حرکت کند شونده
نقاط ماکزیمم و مینیمم نمودار	$v=0$ و تغییر جهت سرعت / تغییر جهت حرکت	$a=0$ و تغییر جهت شتاب / تغییر علامت شتاب
برخورد نمودار با محور قائم	$x=0$ مکان اولیه / مکان شروع حرکت	سرعت اولیه (v_0)
عبور نمودار از محور افقی	لحظه عبور از مبدأ / تغییر جهت بردار مکان	لحظه تغییر جهت حرکت ($v=0$) و تغییر جهت بردار سرعت
سطح محصور بین نمودار و محور زمان	ـــــ	جابجایی (Δx)
جهت تقعر نمودار	علامت شتاب { رو به بالا $a>0$ / رو به پایین $a<0$ }	ـــــ
واقع شدن نمودار بالای محور زمان	$x>0$ بردار مکان مثبت است	$v>0$ بردار سرعت مثبت است
واقع شدن نمودار زیر محور زمان	$x<0$ بردار مکان منفی است	$v<0$ بردار سرعت منفی است
فرم نمودار خطی (از درجه اول)	حرکت با سرعت ثابت	حرکت با شتاب ثابت
فرم نمودار سهمی (از درجه دوم)	حرکت با شتاب ثابت	حرکت با شتاب متغیر

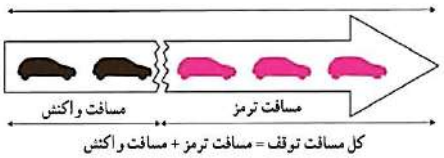
پویش علمی جهاد

متحرکی روی خط راست از حال سکون و با شتاب ثابت ۲ متر بر مجذور ثانیه به مدت ۲۰ ثانیه حرکت می کند.
سپس در همان جهت یک دقیقه با سرعت ثابت حرکت کرده و در نهایت با شتاب ثابت ترمز کرده و در مدت ۱۰ ثانیه متوقف می شود.
نمودارهای مکان و سرعت و شتاب جسم بر حسب زمان را رسم کنید .نقطه شروع حرکت را مبدأ فرض کنید.

نکته:

اتومبیلی با تندی ثابت $72\ km/h$ در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند که ناگهان راننده مانع ثابتی را در ۵۲متری خود می‌بیند و ترمز می‌کند و حرکت اتومبیل با شتاب ثابت $4\ m/s^2$ کند می‌شود. اگر زمان واکنش راننده ۰/۵ ثانیه باشد، اتومبیل: (تجربی خارج ۹۹)

۱) ۲ متر قبل از مانع متوقف می‌شود.
۲) در لحظهٔ رسیدن به مانع متوقف می‌شود.
۳) با تندی $8\ m/s$ به مانع برخورد می‌کند.
۴) با تندی $4\sqrt{5}\ m/s$ به مانع برخورد می‌کند.



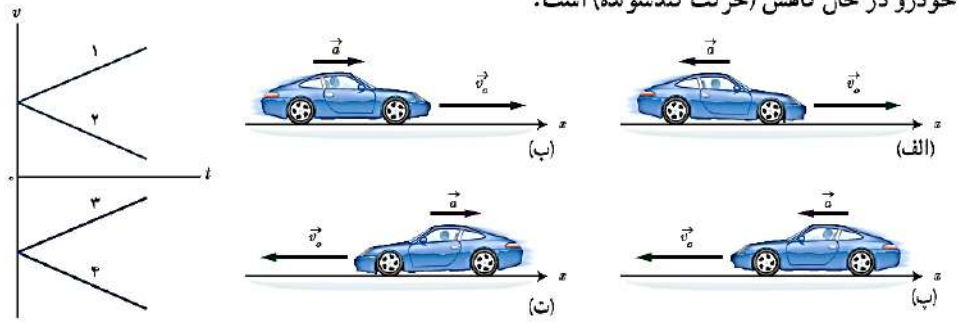
از روی کامیونی که با سرعت ثابت ۷۲ کیلومتر بر ساعت در حال حرکت است جعبه ای رها شده و روی جاده با شتاب ثابت می لغزد و پس از ۵ ثانیه متوقف می شود.
نوع حرکت جعبه و نیز مسافتی که از لحظه رها شدن تا توقف می پیماید را بیابید.
شتاب حرکت جعبه و نیز سرعت متوسط آن را به دست آورید.
نکته:

با فرض ثابت ماندن شتاب، اگر سرعت اولیه کامیون ۲ برابر بود ،زمان توقف و مسافت توقف و سرعت متوسط چند برابر می شد؟

پایه و رشته دوازدهم ریاضی و تجربی
جناب استاد باب الحوائجی

پویش علمی جهاد

در تمامی حالت‌های شکل زیر، خودروها در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت‌اند. حرکت هر یک از خودروها، توسط کدام‌یک از نمودارهای $v-t$ توصیف می‌شود؟ همچنین توضیح دهید تندی کدام خودرو در حال افزایش (حرکت تندشونده) و تندی کدام خودرو در حال کاهش (حرکت کُندشونده) است.



متحرکی که در راستای محور x در حال حرکت است، در یک بازهٔ زمانی به طور کندشونده در حال دورشدن از مبدأ است. بردارهای مکان، سرعت و شتاب متحرک به ترتیب از راست به چپ در چه جهتی می‌توانند باشند؟

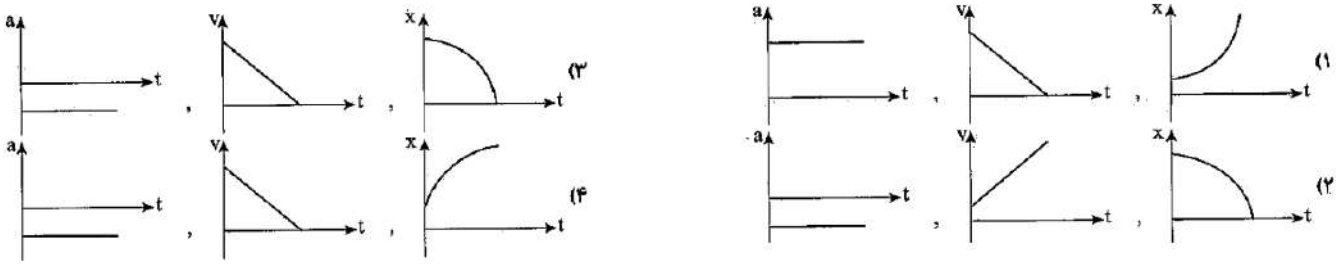
۱) در جهت محور x، در جهت محور x، در جهت محور x

۲) در جهت محور x، در خلاف جهت محور x، در جهت محور x

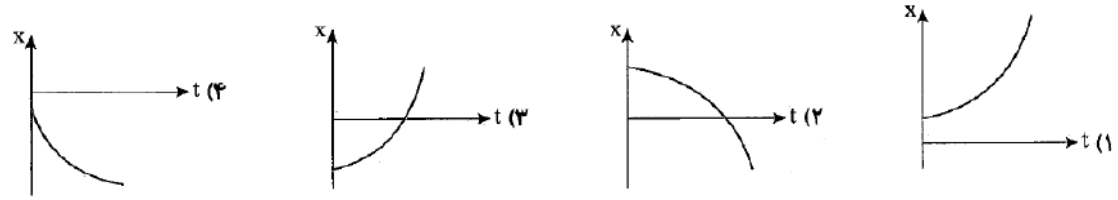
۳) در خلاف جهت محور x، در جهت محور x، در خلاف جهت محور x

۴) در خلاف جهت محور x، در خلاف جهت محور x، در جهت محور x

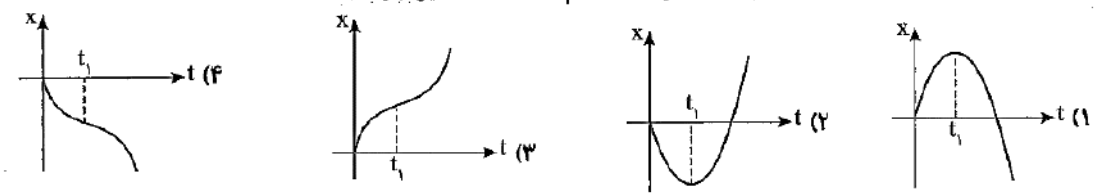
در شکل اگر شتاب متحرک ثابت فرض شود کدام گزینه نمودارهای این حرکت را به درستی نشان می‌دهد؟



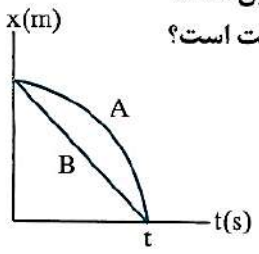
کدام نمودار مربوط به حرکت متحرکی می‌باشد که $vx>0$ و $av<0$ است؟



متحرکی روی محور x ها در مبدأ زمان از مبدأ مکان با سرعت اولیهٔ $+v_0$ عبور می‌کند و سرعت آن کاهش می‌یابد تا در t_1 به‌طور لحظه‌ای متوقف شده و بدون تغییر جهت به حرکت خود ادامه می‌دهد. کدام گزینهٔ $x-t$ این حرکت است؟



نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند به صورت مقابل است. کدام مقایسه بین تندی‌متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط دو متحرک در بازهٔ $(0,t)$ درست است؟



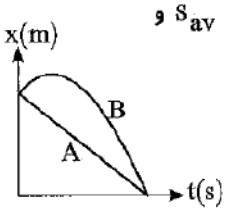
۱) $s_{av(A)} = s_{av(B)}$ ، $v_{av(A)} = v_{av(B)}$

۲) $s_{av(A)} > s_{av(B)}$ ، $v_{av(A)} = v_{av(B)}$

۳) $s_{av(A)} = s_{av(B)}$ ، $v_{av(A)} > v_{av(B)}$

۴) $s_{av(A)} > s_{av(B)}$ ، $v_{av(A)} > v_{av(B)}$

در شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B رسم شده است. اگر تندی متوسط را با s_{av} و سرعت متوسط را با v_{av} نمایش دهیم، کدام گزینه درست است؟



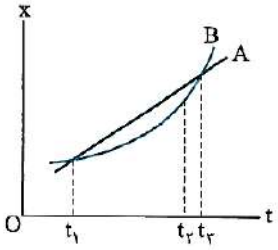
۱) $v_{av_A} > v_{av_B}$

۲) $v_{av_A} < v_{av_B}$

۳) $s_{av_A} = s_{av_B}$

۴) $s_{av_A} < s_{av_B}$

شکل زیر بخشی از نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند. کدام مورد دربارهٔ سرعت متوسط (v_{av}) دو متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 و سرعت دو متحرک (v) در لحظهٔ t_2 درست است؟



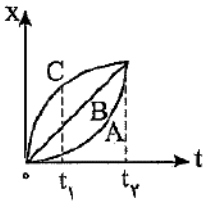
۱) $v_A > v_B$ ، $v_{av_B} = v_{av_A}$

۲) $v_A < v_B$ ، $v_{av_B} = v_{av_A}$

۳) $v_A > v_B$ ، $v_{av_B} > v_{av_A}$

۴) $v_A < v_B$ ، $v_{av_B} > v_{av_A}$

نمودار مکان- زمان سه متحرک مطابق شکل روبه‌رو است. کدام گزینه در مورد سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 درست است؟



۱) $v_{av_A} < v_{av_B} < v_{av_C}$

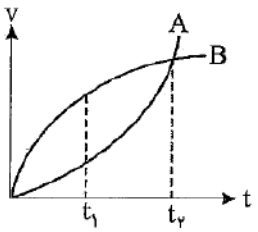
۲) $v_{av_A} = v_{av_B} = v_{av_C}$

۳) $v_{av_A} > v_{av_B} > v_{av_C}$

۴) $v_{av_A} = v_{av_B} < v_{av_C}$

نوع هر یک از حرکتها؟

در شکل زیر نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x ها درحرکت هستند، رسم شده است. کدام گزینه در مورد شتاب متوسط و سرعت متوسط آن‌ها در بازهٔ t_1 تا t_2 درست است؟



۱) $v_{av_A} = v_{av_B}$ و $a_{av_A} = a_{av_B}$

۲) $v_{av_A} < v_{av_B}$ و $a_{av_A} > a_{av_B}$

۳) $v_{av_A} < v_{av_B}$ و $a_{av_A} < a_{av_B}$

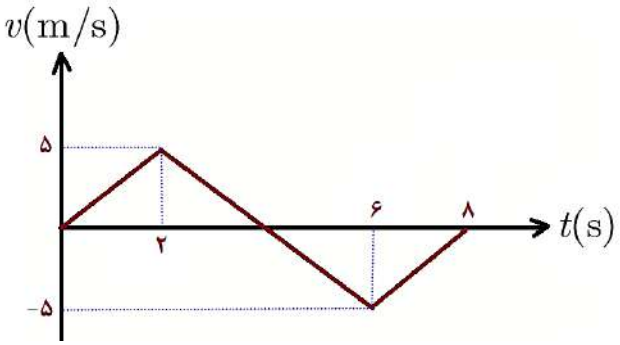
۴) $v_{av_A} > v_{av_B}$ و $a_{av_A} > a_{av_B}$

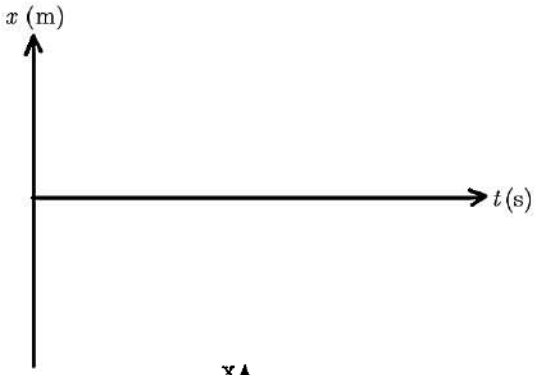
در بازه صفر تا t_2 چطور؟

پویش علمی جهاد

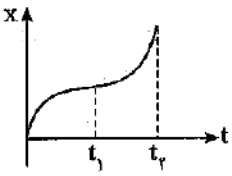
پایه و رشته دوازدهم ریاضی و تجربی
جناب استاد باب الحوائجی

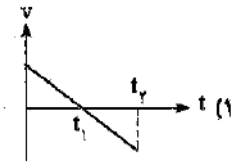
با فرض شروع حرکت از مبدأ مکان ، نمودارهای متناظر مکان و شتاب بر حسب زمان را رسم کنید.

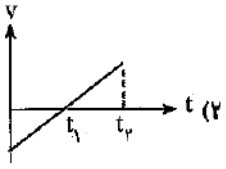


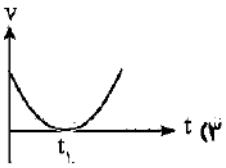


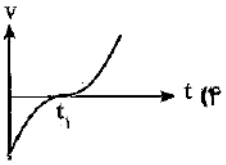
نمودار $x-t$ متحرکی به صورت مقابل است. کدام گزینه می‌تواند مربوط به نمودار $v-t$ این متحرک باشد؟



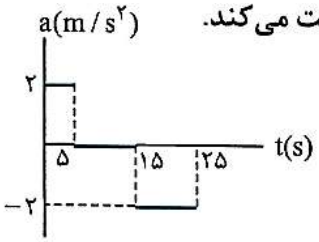
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

شکل مقابل نمودار شتاب ـ زمان یک ماشین اسباب‌بازی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. اگر سرعت اولیهٔ آن $10\ m/s$ باشد، نمودار سرعت ـ زمان آن را رسم کنید.



خودرویی پشـــت چراغ راهنمایی ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $2m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. در همان لحظه، موتورسیکلتی با سرعت ثابت $72km/h$ از پشت چراغ سبز راهنمایی در همان جهت عبور می‌کند.

آ) پس از چه مدت و در چه مکانی، موتورسیکلت به خودرو می‌رسد؟

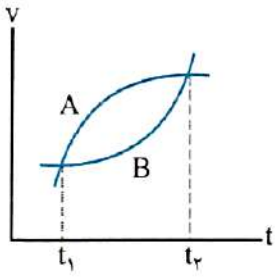
ب) نمودار سرعت ـ زمان خودرو و موتورسیکلت را تا لحظهٔ به هم رسیدن، در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

پ) نمودار مکان ـ زمان خودرو و موتورسیکلت را تا این لحظه، در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

مثال بالا را با اندکی تغییر دوباره حل کنید.

خودرویی پشـــت چراغ راهنمایی ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $2m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. ۵ ثانیه بعد، موتورسیکلتی با سرعت ثابت $72km/h$ از پشت چراغ سبز راهنمایی در همان جهت عبور می‌کند.

نمودار سرعت - زمان حرکت دو جسم برروی خط راست، مطابق شکل است.



آ) شتاب کدام متحرک در حال کاهش است؟ توضیح دهید.

ب) در لحظهٔ t_1، شتاب متحرک A بیش‌تر است یا متحرک B؟ چرا؟

پ) با استدلال شتاب متوسط دو متحرک را در بازهٔ t_1 تا t_2 با هم مقایسه کنید.

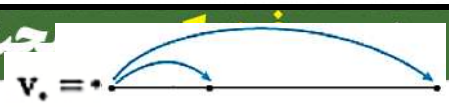
ت) نوع حرکت هرکدام چیست؟ (کندشونده یا تندشونده)

در یک مسیر مستقیم اتومبیلی با سرعت ثابت $20\ m/s$ در حرکت است. $36\ m$ جلوتر، اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $2\ m/s^2$ از حالت سکون در همان جهت به راه می‌افتد. در این حرکت اتومبیل‌ها دو بار از هم سبقت می‌گیرند. فاصلهٔ زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

دو متحرک روی خط مستقیمی به طرف یکدیگر در حرکت هستند. زمانی که فاصلهٔ آن‌ها $1125\ m$ است، سرعت متحرک اول $10\ m/s$ تندشونده و سرعت متحرک دوم $20\ m/s$ و آن هم تندشونده است. اگر شتاب متحرک اول $2\ m/s^2$ و شتاب متحرک دوم $4\ m/s^2$ باشد، پس از چند ثانیه به یکدیگر می‌رسند؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۹/۴ ۳) ۲۵ ۴) ۳۷/۵



جسمی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. در لحظهٔ $t=2s$ در ۱+ متری مبدأ و در لحظهٔ $t=4s$ در ۱۳+ متری مبدأ است. در شروع حرکت در چند متری مبدأ بوده است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۳

متحرکی از حال سکون و در مسیری مستقیم با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و مسافت ۴۰۰ متر را طی می‌کند. اگر این متحرک ۱۷۵ متر پایان مسیر حرکت را در مدت ۵s طی کند، مدت زمان کل حرکت متحرک برابر با چند ثانیه است؟

۱) ۴۰ ۲) $\frac{۸۰}{۳}$ ۳) ۲۵ ۴) ۲۰

متحرکی از حالت سکون با شتاب ثابت a شروع به حرکت می‌کند. مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ دوم حرکت چند برابر مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ اول حرکت است؟

۱) ۳ ۲) ۲/۵ ۳) ۲ ۴) ۱/۵

جسمی از حال سکون با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به حرکت در می‌آید و مسافت d را طی می‌کند. اگر $\frac{d}{۴}$ اول مسیر را در مدت t_1 و بقیهٔ مسیر را در مدت t_2 طی کرده باشد، نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

خودرویی با سرعت اولیهٔ v_0 و شتاب ثابت در مسیری مستقیم پس از ۴s متوقف می‌شود. اگر مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ اول x_1 و بقیهٔ مسافت x_2 باشد، $\frac{x_2}{x_1}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

تکنیک:

متحرکی با شتاب ثابت a و سرعت اولیه‌ی V_0 روی محور x حرکت می‌کند. جابه‌جایی این متحرک در ثانیه‌ی t ام از کدام رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود؟

۱) $\Delta x_t = \frac{1}{2}a(2t-1) + V_0$ ۲) $\Delta x_t = \frac{1}{2}a(t-1) + V_0$ ۳) $\Delta x_t = \frac{1}{2}a^2 + V_0(t-1)$ ۴) $\Delta x_t = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t$

معادله‌ی سرعت متحرکی در SI به‌صورت $V_x = 2t + 4$ است. جابه‌جایی متحرک در ثانیه‌ی چهارم حرکت چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

خودرویی که با سرعت $35 m/s$ در حرکت است ترمز کرده و با شتاب ثابت $7 m/s^2$ از سرعتش کاسته می‌شود تا متوقف شود. جابه‌جایی اتومبیل در یک ثانیه آخر حرکتش چند متر است؟

۱) ۷ ۲) ۱۰/۵ ۳) ۱۴ ۴) ۳/۵

جابه جایی در نیم ثانیه آخر حرکت چند متر است؟

متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت $10 m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. سرعت متوسط متحرک در ثانیهٔ هشتم چند برابر سرعت متوسط متحرک در ثانیهٔ چهارم است؟

۱) $\frac{13}{5}$ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) $\frac{15}{7}$

پایه و رشته دوازدهم ریاضی و تجربی
جناب استاد باب الحوائجی

پویش علمی جهاد

پایه و رشته دوازدهم ریاضی و تجربی

جناب استاد باب الحوائجی

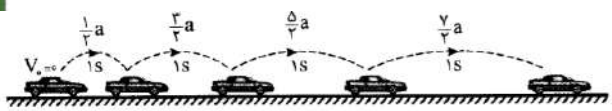
متحرکی در مسیر مستقیم با شتاب ثابت و بدون تغییر جهت در حرکت است. تفاضل مسافت‌های پیموده شده در ثانیه‌های متوالی حرکت این متحرک برابر است با:

۱) شتاب حرکت متحرک.
۲) نصف شتاب حرکت متحرک.
۳) دو برابر شتاب حرکت متحرک.
۴) مقدار نامشخصی است.

نتیجه مهم:

یادآوری از تصاعد(دنباله) حسابی:

حالت خاص:



تعمیم حالت خاص به هر بازه زمانی دلخواه:

متحرکی که در مسیری مستقیم و از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، مسافت d را طی می‌کند. اگر این متحرک $\frac{۱}{۹}$ ابتدایی مسیر را در مدت $t_۱$ و بقیهٔ مسیر را در مدت $t_۲$ طی کند، حاصل $\frac{t_۲}{t_۱}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) ۳

متحرکی از حالت سکون با شتاب ثابت $۴\,m/s^۲$ شروع به حرکت کرده و مسیر مستقیم d را طی می‌کند. اگر $\frac{۸}{۹}$d از آخر مسیر را در مدت ۲ ثانیه طی کند، d چند متر است؟

۱) ۳۶ ۲) ۱۸ ۳) ۱۶ ۴) ۹

متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیهٔ $v_۰$ در ۲ ثانیهٔ اول حرکت خود، ۱۳ متر، و در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت خود، ۲۵ متر را طی می‌کند. شتاب حرکت در SI کدام است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۳ ۴) ۵

قدر نسبت در حالت کلی:

پویش علمی جهاد

استفاده از مفهوم حرکت نسبی در حرکات شتاب دار

پایه و رشته دوازدهم ریاضی و تجربی
جناب استاد باب الحوائجی

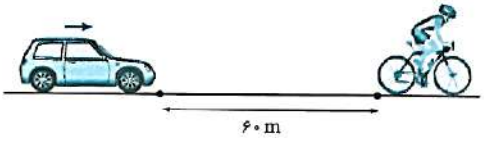
۱ متحرکی با سرعت ثابت $5\,m/s$ و متحرک دیگری با سرعت ثابت $15\,m/s$ در یک مسیر مستقیم به‌طرف یک‌دیگر حرکت می‌کنند. در لحظه‌ای که فاصلهٔ آن‌ها از یک‌دیگر برابر با $250\,m$ است، متحرک اول با شتاب $2\,m/s^2$ سرعت خود را زیاد و متحرک دوم با شتاب $1\,m/s^2$ سرعت خود را کم می‌کند. این دو متحرک پس از چند ثانیه به هم می‌رسند؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۰ ۳) ۴۰ ۴) ۲۰

۲ دو متحرک به‌طور هم‌زمان از یک نقطه، یکی با شتاب ثابت a و دیگری با شتاب ثابت $(a+3)\,m/s^2$ برحسب m/s^2، از حال سکون در مسیری مستقیم و در یک جهت به حرکت در می‌آیند. چند ثانیه پس از آغاز حرکت، فاصلهٔ دو متحرک از هم به ۶ متر می‌رسد؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) ۲ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) ۴

۳ در شکل زیر خودرو با تندی ثابت $17\,m/s$ در حال حرکت است. در لحظه‌ای که فاصلهٔ آن تا دوچرخه به $60\,m$ می‌رسد دوچرخه‌سوار از حال سکون با شتاب ثابت $2\,m/s^2$ در همان جهت شروع به حرکت می‌کند. چند ثانیه بعد از این لحظه خودرو به دوچرخه می‌رسد؟



۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) $\sqrt{17}$ ۴) $2\sqrt{17}$

۴ موتورسوار ساکنی توپی را با سرعت $15\,m/s$ روی سطح زمین در مسیری مستقیم پرتاب می‌کند و هم‌زمان با موتور خود با شتاب $2\,m/s^2$ از حال سکون در جهت پرتاب توپ شروع به حرکت می‌کند. اگر سرعت توپ در هر ثانیه $1\,m/s$ کم شود، موتورسوار به‌ترتیب از راست به چپ پس از چند ثانیه و چند متر جابه‌جایی به توپ می‌رسد؟

۱) ۱۰، ۵۰ ۲) ۱۵، ۱۰۰ ۳) ۱۰، ۱۰۰ ۴) ۱۵، ۱۵۰

۵ از دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ ۸۴ متر از یکدیگر، دو متحرک یکی با سرعت اولیهٔ $10\,m/s$ و شتاب ۳ متر بر مربع ثانیه و دیگری با سرعت اولیهٔ $6\,m/s$ و شتاب ۵ متر بر مربع ثانیه هم‌زمان به سمت یکدیگر شروع به حرکت می‌کنند. سرعت نسبی آن‌ها در لحظهٔ عبور از کنار هم چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴۰ ۲) ۶۰ ۳) ۶۴ ۴) ۸۴

۶ خودرویی پشت چراغ قرمز توقف کرده است. در لحظه‌ای که چراغ سبز می‌شود، موتورسواری که با سرعت ثابت $36\,km/h$ در حرکت بوده با شتاب $2\,m/s^2$ و به‌صورت تندشونده از کنار خودرو عبور می‌کند. در همین لحظه خودرو با شتاب ثابت $4\,m/s^2$ به دنبال موتورسوار شروع به حرکت می‌کند. مقدار اختلاف سرعت آن‌ها در لحظهٔ رسیدن به هم چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۵