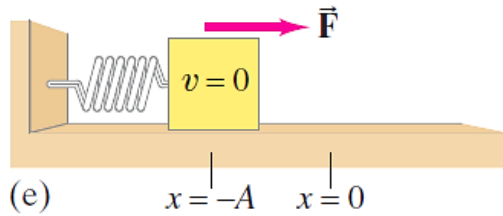
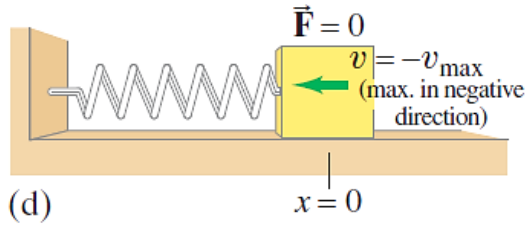
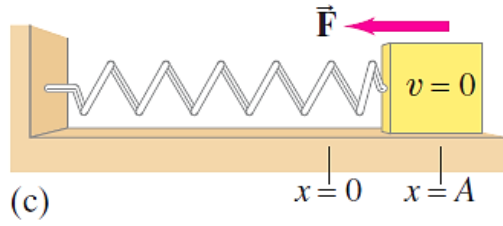
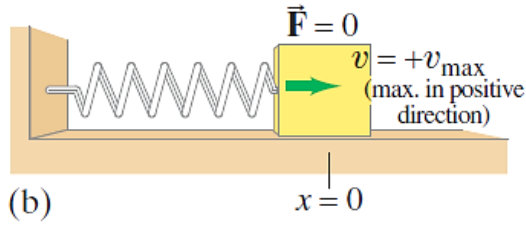
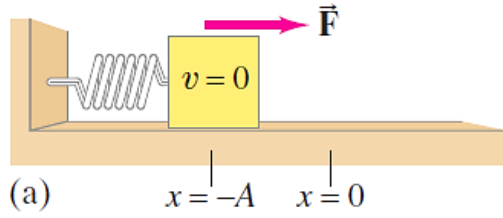




حرکت نوسانی



تنظیم: باب الحوائجی

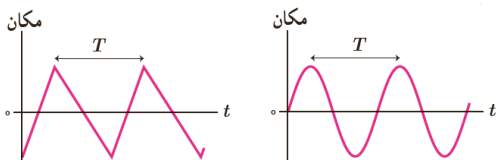


نوسان:

نوسان های دوره ای: $\frac{2\pi}{T}$ یا $\frac{2\pi}{\Delta t}$ عیناً تکرار شود

دوره تناوب: مدت زمان یک چرخه، دوره تناوب حرکت نامیده می شود.
که $\frac{2\pi}{T}$ و بازگشت به وضعیت اولیه

بسامد: تعداد نوسان های انجام شده (تعداد چرخه) در هر ثانیه بسامد (فرکانس) نامیده می شود.
 $f (Hz)$



اگر نوسانگر در مدت t ثانیه تعداد n نوسان کامل انجام دهد داریم:

$T = \frac{t}{n}$
 $T = \frac{1}{f}$

بسامد و دوره عکس یکدیگر هستند:

SHM
حرکت هماهنگ ساده: حرکت نوسانی به صورت سینوسی باشد

حرکت هماهنگ ساده، مبنایی برای درک هر نوع نوسان دوره ای دیگر است زیرا در سطوح بالاتر نشان داده می شود که هر نوسان دوره ای را می توان مجموعی از نوسان های سینوسی در نظر گرفت.

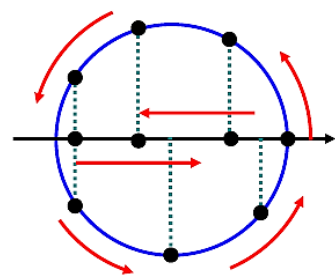
مثال های حرکت هماهنگ ساده: $\left. \begin{array}{l} \text{سیستم جرم فنر} \\ \text{آونگ} \end{array} \right\}$

سامانه جسم و فنر:



Diagram of a mass-spring system with a mass m and spring constant k . The equilibrium position is at $x=0$. The amplitude is A . The displacement is x . The force is $F = -kx$. The acceleration is $a = -\frac{k}{m}x$. The velocity is $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$. The potential energy is $U = \frac{1}{2}kx^2$. The kinetic energy is $K = \frac{1}{2}mv^2$. The total mechanical energy is $E = \frac{1}{2}kA^2$.

Handwritten notes: $\mu = 0$ (frictionless), $K=0$ at $x=0$, U_{max} at $x=A$, $V=0$ at $x=A$, K_{max} at $x=0$, F_{max} at $x=A$, a_{max} at $x=A$.



دامنه: $d = 2A$
خط نوسان: $d = 2A$
مسافت طی شده در هر نوسان کامل: $4A$
جابه جایی در هر نوسان کامل: 0
تندی متوسط در یک دوره: $v_{av} = \frac{4A}{T}$
اندازه سرعت متوسط در یک دوره: $v_{av} = 0$

نوع حرکت جسم نوسانگر: $\left. \begin{array}{l} \text{سایه باربند} \\ \text{میغ} \end{array} \right\}$



محل تغییر جهت حرکت : نقاط بازگشت وضع تعادل (مرکز نوسان)

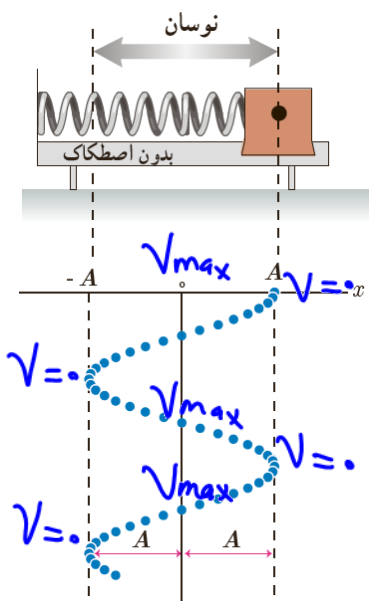
محل تغییر جهت و علامت بردار مکان و شتاب و نیرو : وضع تعادل (مرکز نوسان)
 محل تغییر جهت و علامت بردار سرعت و تکانه : نقاط بازگشت
 محل تغییر نوع حرکت (تندی یا کند شونده) : هم نقاط بازگشت هم وضع تعادل

$$P = mv$$

وضعیت	علامت سرعت، جابجایی، تکانه	علامت بردار مکان	علامت شتاب، نیرو $F = -kx$	نوع حرکت شتاب دار	تغییرات تندی و تکانه و انرژی جنبشی	تغییرات اندازه شتاب و نیرو	تغییرات اندازه بردار مکان	زمان لازم بر حسب دوره
①	-	+	-	تند شونده	افزایش	کاهش	کاهش	$T/4$
②	-	-	+	لند شونده	کاهش	افزایش	افزایش	$T/4$
③	+	-	+	تند شونده	افزایش	کاهش	کاهش	$T/4$
④	+	+	-	لند شونده	کاهش	افزایش	افزایش	$T/4$

همواره جهت شتاب نوسانگر و نیروی وارد بر آن به سمت ... وضع تعادل (مرکز نوسان) است
 همواره علامت شتاب (و نیروی وارده) .. مخالف علامت بعد حرکت است.

هرگاه نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک شود حرکتش تند شونده است و اندازه نیرو و شتاب کاهش می یابند
 هرگاه نوسانگر از مرکز نوسان دور شود حرکتش کند شونده است و اندازه نیرو و شتاب افزایش می یابند
 همواره با افزایش بزرگی شتاب نوسانگر ، تندی نوسانگر کاهش می یابد و بالعکس.



در $x = 0$ علامت بردار شتاب ، نیرو و مکان نوسانگر عوض می شود.

در $x = \pm A$ علامت بردار سرعت، تکانه و جابجایی عوض می شود.

در $x = 0$ بزرگی بردارهای شتاب ، نیرو و مکان نوسانگر صفر می شود.

در $x = \pm A$ بزرگی بردارهای شتاب ، نیرو و مکان نوسانگر حداکثر می شود.

در $x = \pm A$ بزرگی بردارهای سرعت و تکانه صفر می شود.

در $x = 0$ بزرگی بردارهای سرعت و تکانه حداکثر می شود.



$$x = vt + x_0$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

معادله مکان زمان در حرکت هماهنگ ساده:

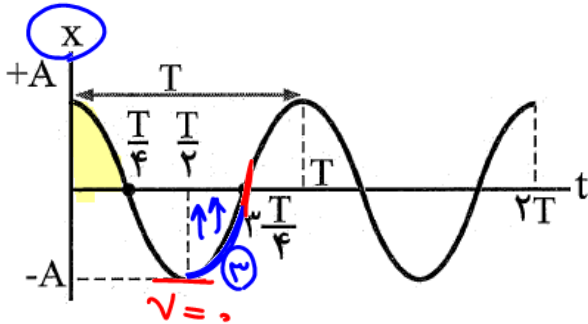
$$x = A \cos \omega t \quad \text{یا} \quad x = x_m \cos \omega t$$

بسامد زاویه ای نوسانگر:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

دوره (s) بسامد (1/s)

دایره حرکت (m)
دایره حرکت (m)



نمودار مکان زمان برای حرکت هماهنگ ساده:



مراحل چهارگانه یک نوسان کامل را روی نمودار نیز بررسی کنید.

نوسان نگار: نوسان نگار وسیله ای برای ثبت نوسان ها است.

ذره ای در حال نوسان هماهنگ ساده با دوره تناوب T است. با فرض اینکه در $t=0$ s ذره در $x=+A$ باشد، تعیین کنید در هر

یک از لحظات زیر، آیا ذره در $x=-A$ ، در $x=+A$ ، یا در $x=0$ خواهد بود؟

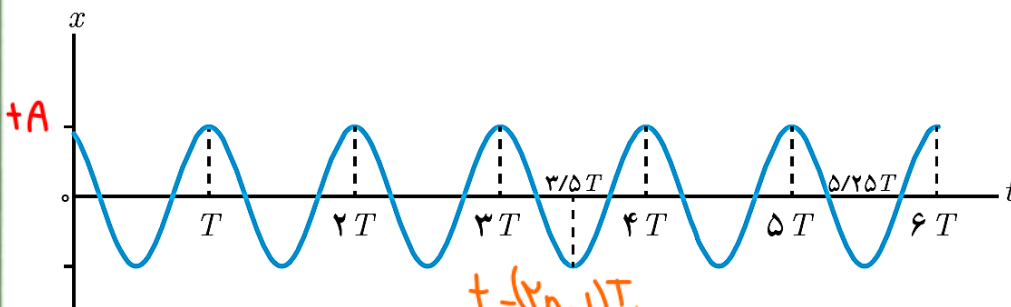
$n \in \mathbb{N}$

$$t = nT \rightarrow x = +A \leftarrow t = 2/0 \cdot T \text{ (الف)}$$

$$t = (n-1/2)T \rightarrow x = -A \leftarrow t = 3/5 \cdot T \text{ (ب)}$$

$$t = (2n-1)T/4 \rightarrow x = 0 \leftarrow t = 5/25 \cdot T \text{ (پ)}$$

(راهنمایی: برای پاسخ به این تمرین، ساده تر آن است که چند دوره از یک نمودار کسینوسی را رسم کنید.)



$$t = (2n-1)T/4$$

$$T = n \times \frac{T}{4}$$

در چه لحظاتی بر حسب دوره، تندی نوسانگر به حداکثر اندازه می رسد؟

در چه لحظاتی بر حسب دوره، شتاب نوسانگر به حداکثر اندازه می رسد؟



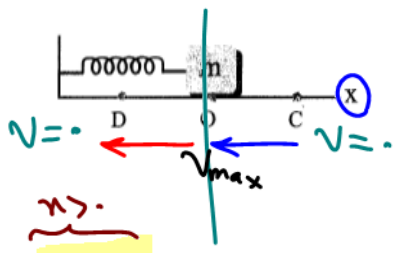
۱ یک نوسانگر ساده به طور مرتب در هر ثانیه ۸ بار از نقطه تعادل عبور می کند. دوره تناوب این نوسانگر چند ثانیه است؟

- ۴ (۱) ۸ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴)

۲ اگر نوسانگری که روی پاره خطی حرکت نوسانی ساده دارد، در هر دقیقه ۲۰ بار این پاره خط را بپیماید، دوره آن چند ثانیه است؟

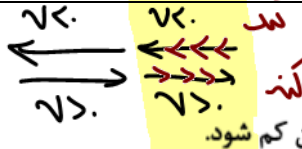
- $\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)

۳ مطابق شکل زیر، یک نوسانگر وزنه- فنر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، حول نقطه O حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد. کدام یک از گزینه های زیر در مورد حرکت این نوسانگر نادرست است؟



- (۱) در حرکت از نقطه C به نقطه O، علامت سرعت نوسانگر منفی است. **ص**
 (۲) در حرکت از نقطه O به نقطه D، علامت سرعت نوسانگر منفی است. **ص**
 (۳) حرکت نوسانگر از نقطه C به نقطه O، تندشونده است. **ص**
 (۴) حرکت نوسانگر از نقطه O به نقطه D، تندشونده است. **ع**

۴ در یک حرکت هماهنگ ساده، در کدام یک از موارد زیر، مکان نوسانگر الزاماً مثبت است؟
 (۱) سرعت مثبت باشد.
 (۲) سرعت منفی باشد.
 (۳) سرعت مثبت و اندازه آن زیاد شود.
 (۴) سرعت مثبت و اندازه آن کم شود.



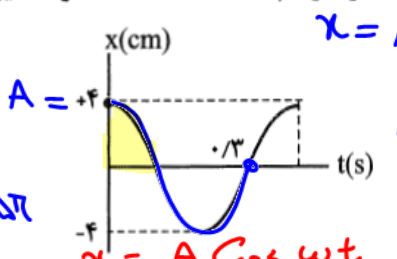
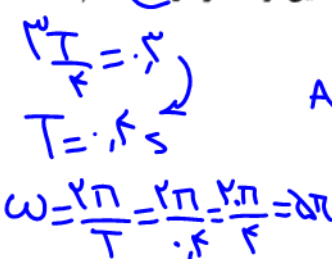
۵ معادله حرکت نوسانگری در SI به صورت $x = 0.02 \cos 5\pi t$ است. به ترتیب از راست به چپ این نوسانگر در هر ثانیه چند نوسان انجام می دهد و بیش ترین فاصله آن از نقطه تعادل (مرکز نوسان) چند سانتی متر است؟

- $2, \frac{5}{2}$ (۱) $0.02, \frac{5}{2\pi}$ (۲) $2, \frac{5}{2\pi}$ (۳) $0.02, \frac{5}{2\pi}$ (۴)

۶ نوسانگری در هر ۴ ثانیه، ۱۲ بار طول یک مسیر ۲۰ سانتی متری را طی می کند. معادله مکان- زمان این نوسانگر در SI کدام است؟

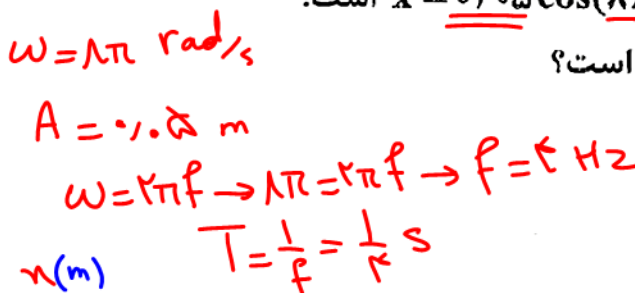
- (۱) $x = 0.2 \cos 3\pi t$ (۲) $x = 0.2 \cos 6\pi t$
 (۳) $x = 0.1 \cos 3\pi t$ (۴) $x = 0.1 \cos 6\pi t$
 (در $t = 0$ نوسانگر در $x = +A$ قرار دارد.)

۷ در شکل زیر، نمودار مکان- زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده دارد، رسم شده است. معادله حرکت این نوسانگر در SI کدام است؟



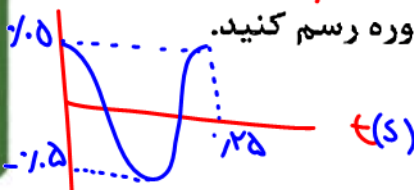
- (۱) $x = 0.04 \cos 5\pi t$
 (۲) $x = 0.04 \cos 10\pi t$
 (۳) $x = 4 \cos 5\pi t$
 (۴) $x = 4 \cos 10\pi t$

۸ معادله مکان- زمان متحرکی در SI به صورت $x = 0.05 \cos(8\pi t)$ است.



- الف) بسامد زاویه ای این متحرک، چند رادیان بر ثانیه است؟
 ب) دامنه متحرک، چند سانتی متر است؟
 پ) بسامد این متحرک چند ثانیه است؟
 ت) دوره تناوب این متحرک چند ثانیه است؟

ث) نمودار مکان- زمان متحرک را بر حسب سانتی متر- ثانیه در یک دوره رسم کنید.





یک نوسانگر ساده به طور مرتب در هر ثانیه ۸ بار از نقطه تعادل عبور می کند. دوره تناوب این نوسانگر چند ثانیه است؟	۴ (۱)	۸ (۲)	$\frac{1}{4}$ (۳) ✓	$\frac{1}{8}$ (۴)
اگر نوسانگری که روی پاره خطی حرکت نوسانی ساده دارد، در هر دقیقه ۲۰ بار این پاره خط را بپیماید، دوره آن چند ثانیه است؟	$\frac{1}{6}$ (۱)	$\frac{1}{3}$ (۲)	۳ (۳) $n=10$	۶ (۴) ✓

تعداد نوسانات $n=4$ (۱)

$$T = \frac{t}{n} = \frac{4.0}{10} = 0.4$$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1}{4} \rightarrow T = \frac{1}{4} s$$

معادله حرکت نوسانگری در SI به صورت $x = 0.02 \cos 5\pi t$ است. به ترتیب از راست به چپ این نوسانگر در هر ثانیه چند نوسان انجام می دهد و بیش ترین فاصله آن از نقطه تعادل (مرکز نوسان) چند سانتی متر است؟	$2, \frac{5}{2}$ (۱) ✓	$0.02, \frac{5}{2}$ (۲)	$2, \frac{5}{2\pi}$ (۳)	$0.02, \frac{5}{2\pi}$ (۴)
--	------------------------	-------------------------	-------------------------	----------------------------

متاسبه $x = 0.02 \cos 5\pi t$

$$A = 0.02 m = 2 cm$$

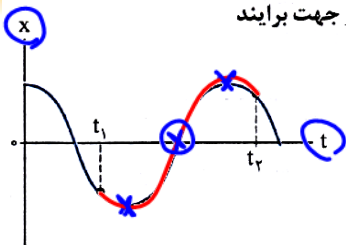
$$\omega = 5\pi \rightarrow 2\pi f = 5\pi \rightarrow f = \frac{5}{2} Hz$$

نوسانگری در هر ۴ ثانیه، ۱۲ بار طول یک مسیر ۲۰ سانتی متری را طی می کند. معادله مکان - زمان این نوسانگر در SI کدام است؟	$x = 0.1 \cos 3\pi t$ (۱)	$x = 0.2 \cos 6\pi t$ (۲)	$x = 0.1 \cos 6\pi t$ (۴)	$x = 0.2 \cos 3\pi t$ (۳) ✓
---	---------------------------	---------------------------	---------------------------	-----------------------------

(در $t=0$ نوسانگر در $x=+A$ قرار دارد). $A=10$
 $cm = 0.1 m$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4/9} = 4.5\pi \text{ (rad/s)}$$

$$x = A \cos \omega t \rightarrow x = 0.1 \cos 4.5\pi t$$



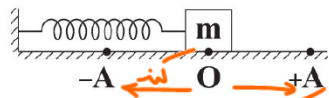
نمودار مکان-زمان حرکت هماهنگ ساده ای به شکل مقابل است. بین دو لحظه t_1 و t_2 ، نوع حرکت متحرک و جهت بر ایند نیروهای وارد بر آن به ترتیب از راست به چپ چند مرتبه تغییر می کند؟

- (۱) ۲، ۲
- (۲) ۲، ۳
- (۳) ۱، ۲
- (۴) ۱، ۳

در حرکت هماهنگ ساده هنگامی که نوسانگر از نقطه تعادل دور شود، چند مورد از جملات زیر صحیح است؟

- (الف) اندازه شتاب نوسان، افزایش می یابد. **ص**
 - (ب) اندازه بردار مکان جسم افزایش می یابد. **ص**
 - (ت) حرکت نوسانگر شتابدار کندشونده است. **ص**
 - (ث) انرژی پتانسیل نوسانگر کاهش می یابد. **خ**
 - (ج) اندازه نیروی بازگرداننده کاهش می یابد. **خ**
- $F \propto x$ مورد ۲ (۴) مورد ۳ (۳) مورد ۴ (۲) ✓ مورد ۵ (۱)

مطابق شکل زیر، جسمی به جرم m به یک فنر افقی متصل است و روی یک سطح افقی بدون اصطکاک حول نقطه O حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد. در کدام یک از گزینه های زیر، نوع حرکت جسم، الزاماً کندشونده است؟ (مبدأ مکان را نقطه O در نظر بگیرید.)



- (۱) بردارهای سرعت و نیرو هم جهت باشند. **خ**
- (۲) بردارهای مکان و نیرو هم جهت باشند. **خ**
- (۳) بردارهای مکان و تکانه هم جهت باشند. **ص**
- (۴) بردارهای شتاب و مکان خلاف جهت یکدیگر باشند. **خ**

در یک حرکت هماهنگ ساده، در لحظه ای که انرژی پتانسیل نوسان کننده بیشینه است، اندازه کدام کمیت های زیر بیشینه اند؟

- (۱) مکان، شتاب، نیرو **✓**
- (۲) نیرو، انرژی کل، سرعت **✓**
- (۳) شتاب، سرعت، انرژی جنبشی **✓**
- (۴) سرعت، انرژی جنبشی، مکان **✓**

بسامد زاویه ای نوسانگر A ، 4 برابر بسامد زاویه ای نوسانگر B است. به ترتیب از راست به چپ دوره و بسامد نوسانگر A چند برابر نوسانگر B است؟

$\omega_A = 4\omega_B \rightarrow 2\pi f_A = 4 \times 2\pi f_B \rightarrow f_A = 4f_B \rightarrow T_A = \frac{1}{4}T_B$

(۱) $\frac{1}{2}$ ، ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ ، ۲ (۳) $\frac{1}{4}$ ، ۴ (۴) $\frac{1}{4}$ ، ۴ ✓

معادله مکان-زمان نوسانگری که در راستای محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = 0.08 \cos(20\pi t)$ است. کدام مورد درباره این نوسانگر درست است؟

- (۱) دوره تناوب آن 0.5 s است. **خ**
- (۲) بسامد آن 10 Hz است. **✓**
- (۳) اندازه جابه جایی نوسانگر در هر دوره، 31 cm است. **خ**
- (۴) فاصله دو نقطه بازگشت از هم 8 cm است. **خ**

$x = 0.08 \cos(20\pi t)$
 $x = A \cos \omega t \rightarrow A = 0.08 \text{ m} = 8 \text{ cm} \rightarrow d = 2 \times 8 = 16$
 $\omega = 20\pi = 2\pi f \rightarrow f = 10 \text{ Hz} \rightarrow T = 0.1 \text{ s}$

معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = 0.05 \cos(20\pi t)$ است. پس از لحظه $t = 0$ ، به ترتیب در چه لحظه ای بر حسب ثانیه، برای نخستین بار تنیدی نوسانگر به صفر می رسد؟

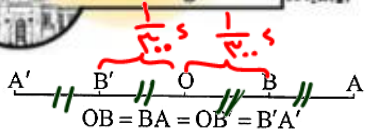
- (۱) $\frac{1}{160}$ ، $\frac{1}{40}$
- (۲) $\frac{1}{20}$ ، $\frac{1}{40}$ ✓
- (۳) $\frac{1}{40}$ ، $\frac{1}{80}$
- (۴) $\frac{1}{20}$ ، $\frac{1}{80}$

$\omega = 20\pi$
 $\frac{2\pi}{T} = 20\pi \rightarrow T = \frac{1}{10} \text{ s}$

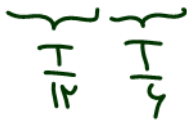
$t_1 = \frac{T}{4} = \frac{1}{40} \text{ s}$
 $t_2 = \frac{T}{2} = \frac{1}{20} \text{ s}$

$t_1 = \frac{T}{4}$
 $t_2 = \frac{T}{4}$
 $v = 0$
 v_{max}

ریشه دوازدهم استاد باب الحوائجی



در شکل مقابل، اگر متحرکی بین دو نقطه A و A' حرکت هماهنگ ساده انجام دهد و فاصله OB را در مدت $\frac{1}{300}$ s طی کند، بسامد نوسان چند هرتز است؟ (ریاضی فارغ ۹۵)

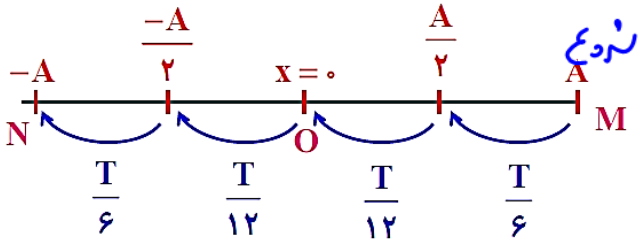
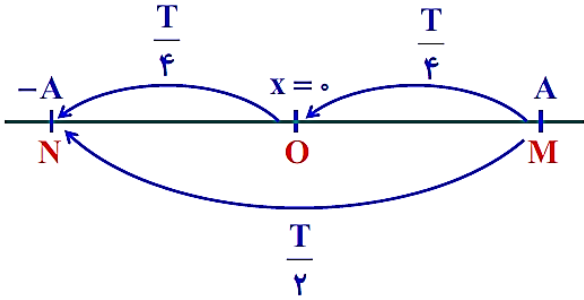


$$T = \frac{1}{f} \rightarrow T = \frac{1}{300} \rightarrow f = \frac{1}{T} = 300 \text{ Hz}$$

۳۷/۵ (۲)

۲۵ (۱) ✓

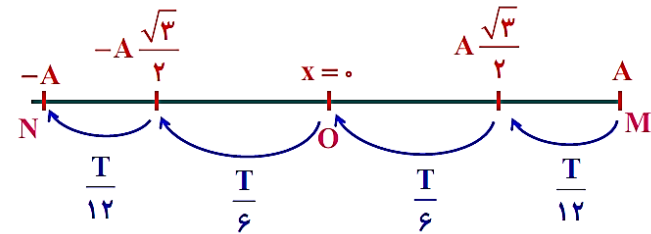
الگوهای زمانی پرتکرار در حرکت هماهنگ ساده:



$$x = A \cos \omega t$$

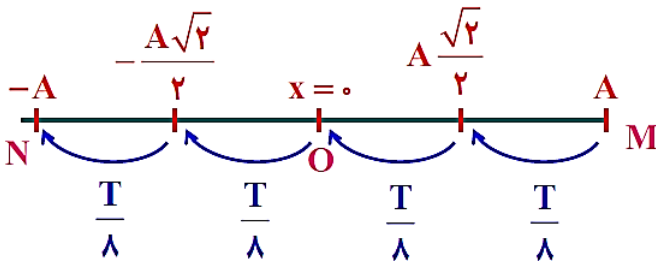
$$\frac{A}{2} = A \cos \omega t$$

$$\frac{1}{2} = \cos \omega t \rightarrow \omega t = \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3} \rightarrow t = \frac{T}{6}$$



$$x = A \cos \omega t$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} A = A \cos \omega t \rightarrow \omega t = \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{6} \rightarrow t = \frac{T}{12}$$





$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{T}{3}}{\frac{vT}{24}} = \frac{\lambda}{v}$$

t_1

نوسانگری روی محور x ، حول مبدأ و با دامنه نوسان A در حال حرکت هماهنگ ساده است. حداقل زمان لازم برای این که متحرک از مکان $x = +A$ به

مکان $x = -\frac{A}{2}$ برسد، چند برابر حداقل زمان لازم برای این است که متحرک از مکان $x = \frac{\sqrt{2}}{2}A$ به مکان $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$ برسد؟

$$t_1 = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{2T}{4} = \frac{T}{2}$$

$$t_2 = \frac{T}{8} + \frac{T}{6} = \frac{2T+4T}{24} = \frac{6T}{24} = \frac{T}{4}$$

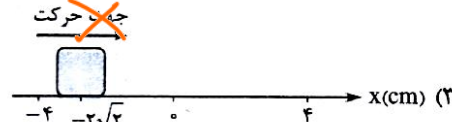
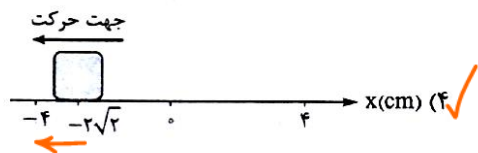
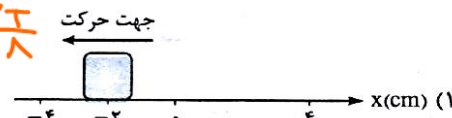
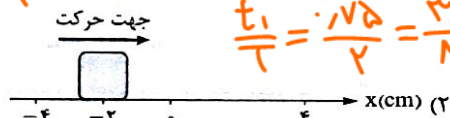
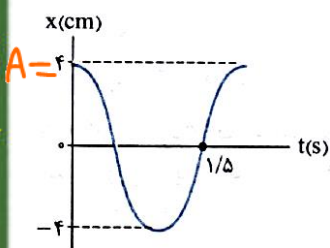
$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\frac{T}{2}}{\frac{T}{4}} = 2$$

نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای که حول مبدأ مختصات در حال نوسان است، مطابق شکل روبه‌رو است. کدام یک از

$$1.0 = \frac{vT}{4} \rightarrow T = 2s$$

شکل‌های زیر وضعیت نوسانگر را در $t_1 = 0.75s$ به درستی نمایش می‌دهد؟

$$\frac{t_1}{T} = \frac{0.75}{2} = \frac{3}{8} \quad t_1 = \frac{3T}{8}$$

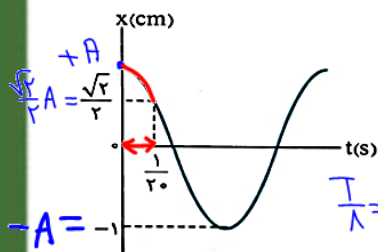


$$-\frac{\sqrt{2}}{2}A = -2\sqrt{2}$$

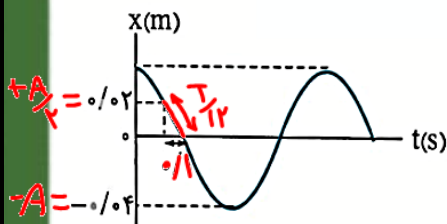
نمودار مکان - زمان یک حرکت هماهنگ ساده مطابق شکل است. معادله مکان - زمان آن در SI

کدام است؟

$$x = A \cos \omega t \rightarrow x = 0.1 \cos 5\pi t$$



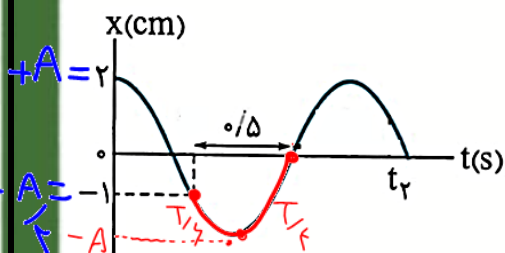
$$\frac{T}{4} = \frac{1}{20} \rightarrow T = \frac{1}{10} = \frac{2}{20} = \frac{2}{10} = \frac{2}{5} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2/5} = 5\pi$$



$$A = 0.04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

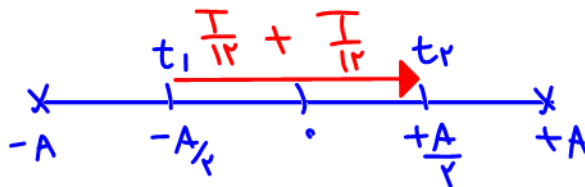
$$\frac{T}{12} = 0.1 \rightarrow T = 1.2 \text{ s} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1.2} = \frac{\pi}{0.6} = \frac{1.6\pi}{0.6} = \frac{5\pi}{3}$$

$$x = 0.04 \cos\left(\frac{5\pi}{3}t\right)$$



$$x = A \cos \omega t \rightarrow x = 0.02 \cos\left(\frac{2\pi}{6}t\right)$$

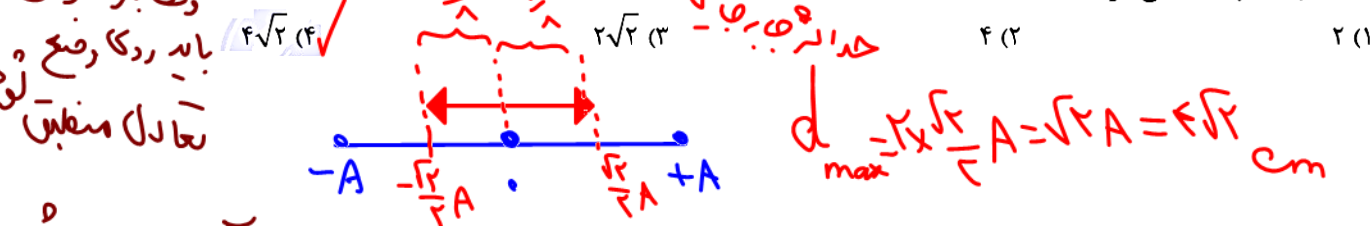
$$\frac{T}{6} + \frac{T}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2T+3T}{12} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{5T}{12} = \frac{1}{2} \rightarrow T = \frac{6}{5} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6/5} = \frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$$



در یک حرکت نوسانی با دامنه A و دوره T ، نوسانگر در لحظه t_1 در مکان $-\frac{A}{2}$ و در لحظه t_2 در مکان $+\frac{A}{2}$ قرار دارد. بیشترین سرعت متوسط این نوسانگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 کدام است؟

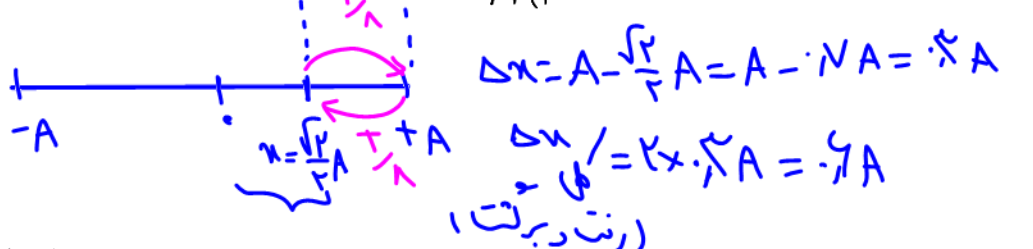
$\frac{2A}{T}$ (۱) $\frac{3A}{T}$ (۲) $\frac{4A}{T}$ (۳) ✓ $\frac{6A}{T}$ (۴)

ذره‌ای روی پاره خطی به طول ۸ سانتی‌متر حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این ذره در یک بازه زمانی دلخواه $\frac{1}{4}$ دوره، بیشترین جابه‌جایی که ممکن است داشته باشد، چند سانتی‌متر است؟

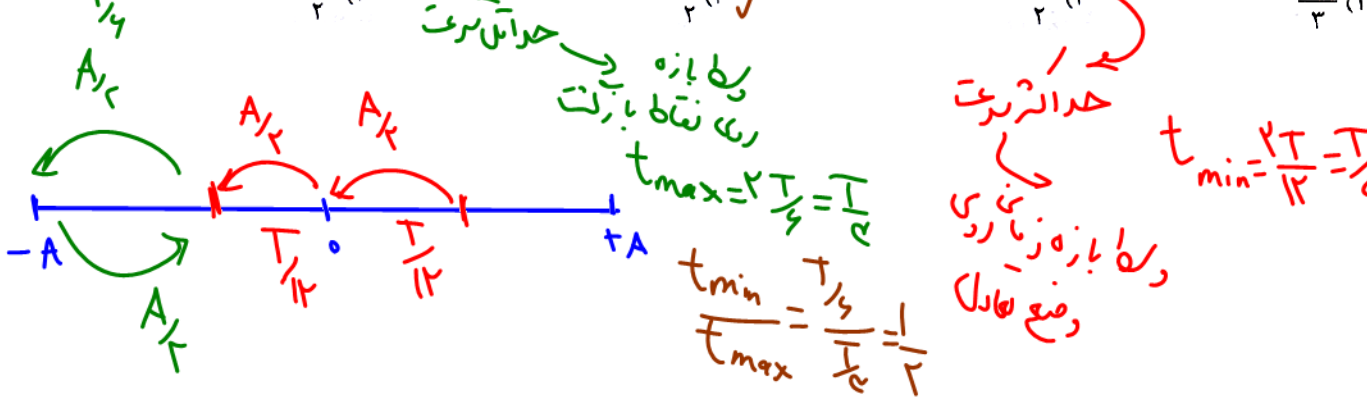


در یک حرکت هماهنگ ساده، در مدت دلخواه $\frac{1}{4}$ دوره، کمترین مسافتی که نوسانگر طی می‌کند، چند برابر دامنه است؟

0 (۱) 0.3 (۲) 0.7 (۴) 1 (۳) ✓



در حرکت هماهنگ ساده کمترین زمان لازم برای طی مسافتی برابر با یک دامنه، چند برابر بیشترین زمان لازم برای طی مسافتی برابر با یک دامنه است؟



رابطه دوازدهم استاد باب الحوانجی



محاسبه دوره تناوب سامانه جرم و فنر:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi f$$

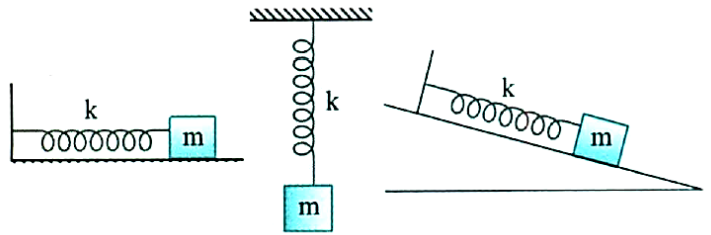
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow k = m\omega^2$$



الف) دوره تناوب سامانه جرم - فنر با یک فنر معین ولی وزنه های متفاوت، با جذر جرم وزنه به طور مستقیم متناسب است ($T \propto \sqrt{m}$).
 ب) دوره تناوب سامانه جرم - فنر با یک وزنه معین ولی فنرهای متفاوت، با جذر ثابت فنر به طور وارون متناسب است ($T \propto 1/\sqrt{k}$).
 پ) دوره تناوب سامانه جرم - فنر مستقل از دامنه است.

دو زمین



$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \times \frac{k_1}{k_2}}$$

جرم خودرویی به همراه سرنشینان آن ۱۶۰۰ kg است. این خودرو روی چهار فنر مشابه با ثابت $1/6 \times 10^4 \text{ N/m}$ سوار شده است. بسامد ارتعاش خودرو وقتی از چاله ای می گذرد چند هرتز است؟ ($\pi^2 = 10$) و فرض کنید جرم خودرو و سرنشینان به طور یکسان بین چهار فنر توزیع می شود.

۱ (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۰/۵ (۴)

وزنه ای به جرم ۴۰۰ g به فنر سبکی آویخته شده است. اگر علاوه بر وزنه اول، وزنه دیگری به جرم ۲۰۰ g را به انتهای فنر آویزان کنیم، طول فنر (در حالت تعادل وزنه ها) به اندازه ی ۲ cm زیادتر می شود. اگر وزنه ها را ۲ cm از وضع تعادل، پایین بکشیم و سپس رها کنیم، دوره ی نوسان آن ها چند ثانیه می شود؟ ($\pi^2 = 10$)

۰/۲√۲ (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۲√۶ (۳) ۴ (۴)

دوره ی نوسان های کم دامنه ی یک فنر در حالی که به وزنه ی m_1 وصل است، برابر ۲ s و در حالی که به وزنه ی m_2 وصل است، برابر ۴ s است. اگر وزنه ی $m_2 = m_1 + m_2$ به فنر وصل شود، دوره ی نوسان های آن چند ثانیه می شود؟

√۶ (۱) ۳ (۲) ۲√۵ (۳) ۶ (۴)

مطابق شکل، وزنه ای به جرم ۴۰۰ g را به انتهای فنری با ثابت $k = 20 \text{ N/cm}$ وصل کرده و در حالتی که فنر طول عادی خود را دارد، وزنه را رها می کنیم تا شروع به نوسان کند. دامنه نوسان وزنه چند سانتی متر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است).

۱ (۱) ۲ (۲) ۰/۱ (۳) ۰/۲ (۴)

وزنه ای را از انتهای فنر سبکی آویزان می کنیم. در حالتی که وزنه به حال تعادل قرار گیرد و بایستد، طول فنر ۱۰ cm افزایش یافته است. وزنه را از این وضعیت کمی پایین کشیده و رها می کنیم تا در راستای قائم به نوسان درآید. دوره نوسان چند ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

به انتهای فنری به طول ۴۰ cm وزنه ای می آویزیم و آن را در راستای قائم به نوسان درمی آوریم. اگر حداکثر و حداقل طول فنر در حین نوسان ۵۳ cm و ۴۷ cm باشد، به ترتیب از راست به چپ دامنه حرکت چند سانتی متر و دوره تناوب نوسان چند ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

۱ (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۳ (۳) ۰/۱۳ (۴)



k برابرند

جرم خودرویی به همراه سرنشینان آن 1600 kg است. این خودرو روی چهار فنر مشابه با ثابت $1/6 \times 10^4 \text{ N/m}$ سوار شده است. بسامد ارتعاش خودرو وقتی از چاله‌ای می‌گذرد چند هرتز است؟ ($\pi^2 = 10$) و فرض کنید جرم خودرو و سرنشینان به طور یکسان بین چهار فنر توزیع می‌شود.

0/5 (4)

10 (3)

5 (2)

✓ 1 (1)

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{16 \times 10^4}{1600}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{4 \times 10^4}{10^3}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{4 \times 10} = 1 \text{ Hz}$$

$$m = \frac{1600}{4} = 400 \text{ kg}$$

وزنه‌ای به جرم 400 g به فنر سبکی آویخته شده است. اگر علاوه بر وزنه‌ی اول، وزنه‌ی دیگری به جرم 200 g را به انتهای فنر آویزان کنیم، طول فنر (در حالت تعادل وزنه‌ها) به اندازه‌ی 2 cm زیادتر می‌شود. اگر وزنه‌ها را 2 cm از وضع تعادل، پایین بکشیم و سپس رها کنیم، دوره‌ی نوسان آن‌ها چند ثانیه می‌شود؟ ($\pi^2 = 10$)

4 (4)

0/2√6 (3) ✓

انحراف اولیه از وضع تعادل = دامنه

0/4 (2)

0/2√2 (1)

$$\Delta F = k \Delta x$$

$$mg = k \Delta x$$

$$0.2 \times 10 = k \times 0.02$$

$$k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.6 \text{ kg}}{100}} = 2 \times \sqrt{\frac{\pi^2 \times 0.6}{100}} = 2 \times \frac{\sqrt{6}}{10} = 0.2\sqrt{6} \text{ s}$$

دوره‌ی نوسان‌های کم‌دامنه‌ی یک فنر در حالی که به وزنه‌ی m_1 وصل است، برابر 2 s و در حالی که به وزنه‌ی m_2 وصل است، برابر 4 s است. اگر وزنه‌ی $m_3 = m_1 + m_2$ به فنر وصل شود، دوره‌ی نوسان‌های آن چند ثانیه می‌شود؟

6 (4)

2√5 (3) ✓

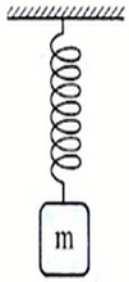
3 (2)

√6 (1)

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = 2 \text{ s} \rightarrow 4\pi^2 \times \frac{m_1}{k} = 4 \rightarrow m_1 = \frac{k}{\pi^2}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}} = 4 \text{ s} \rightarrow 4\pi^2 \times \frac{m_2}{k} = 16 \rightarrow m_2 = \frac{4k}{\pi^2}$$

$$T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = ? = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{k}{\pi^2} + \frac{4k}{\pi^2}}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{5}{\pi^2}} = 2\sqrt{5} \text{ s}$$



مطابق شکل، وزنه‌ای به جرم 400 g را به انتهای فنری با ثابت $k = 20\text{ N/cm}$ وصل کرده و در حالتی که فنر طول عادی خود را دارد، وزنه را رها می‌کنیم تا شروع به نوسان کند. دامنه نوسان وزنه چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است).

۲ (۲)

$$k = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 2000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

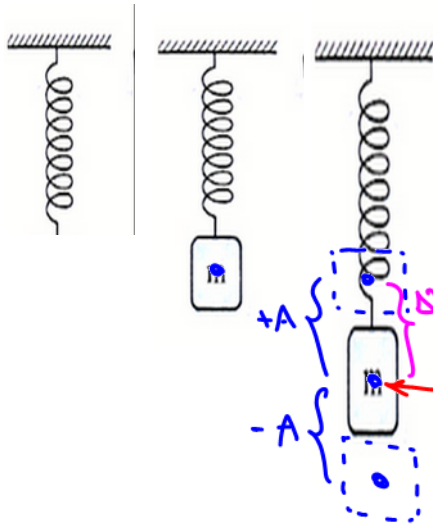
۱ (۱)

۰/۲ (۴) ✓

۰/۱ (۳)

سهمی که به فنر در حالت طول اولیه وصل کرده
نقطه‌ای را که در آن فنر در حالت تعادل قرار می‌گیرد
و سایر رها شود تا نوسان کند:

$$A = \frac{mg}{k}$$



فنر (حالت تعادل) x
مرکز نوسان \rightarrow

$$F = mg \rightarrow k \Delta x = mg$$

$$2000 \times A = 4 \times 10 \rightarrow A = \frac{4}{2000}$$

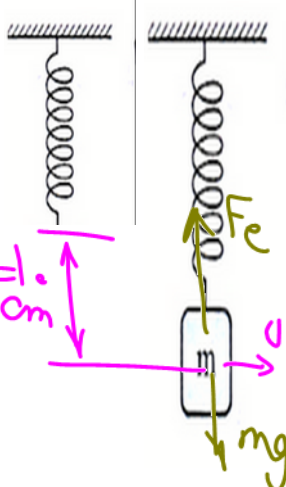
$$A = 2 \text{ cm}$$

وزنه‌ای را از انتهای فنر سبکی آویزان می‌کنیم. در حالتی که وزنه به حال تعادل قرار گیرد و بایستد، طول فنر 10 cm افزایش یافته است. وزنه را از این وضعیت کمی پایین کشیده و رها می‌کنیم تا در راستای قائم به نوسان درآید. دوره نوسان چند ثانیه است؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$)

۲ (۴)

تغییر طول فنر تا رسیدن به وضع تعادل

به اندازه A پایین می‌کشیم و رها می‌کنیم



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{x}{g}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{10}{10}} = \frac{2\pi}{1} = \frac{\pi}{5}$$

$$x = 10 \text{ cm}$$

$$F = mg \rightarrow kx = mg \rightarrow \frac{m}{k} = \frac{x}{g}$$

انرژی در حرکت هماهنگ ساده:

انرژی مکانیکی این سامانه برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن است.

$$E = K + U$$

انرژی مکانیکی سامانه جرم-فنر در حرکت هماهنگ ساده:

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$

$k = m\omega^2$
 $\omega = 2\pi f$

انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 2\pi^2 m A^2 f^2 \rightarrow E \propto A^2 f^2$$

انرژی مکانیکی هر نوسانگر هماهنگ ساده ای متناسب با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) است.

$$E = K + U$$

$$E = K_{max} = U_{max}$$

$$K_{max} = \frac{1}{2} m v_{max}^2$$

حل رتبه: همین جبر از رفع تعادل (مرکز نوسان)

تندی بیشینه در حرکت هماهنگ ساده برابر است با:

$$E = K_{max} \rightarrow \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m v_{max}^2$$

$$K = \frac{1}{2} m v_{max}^2$$

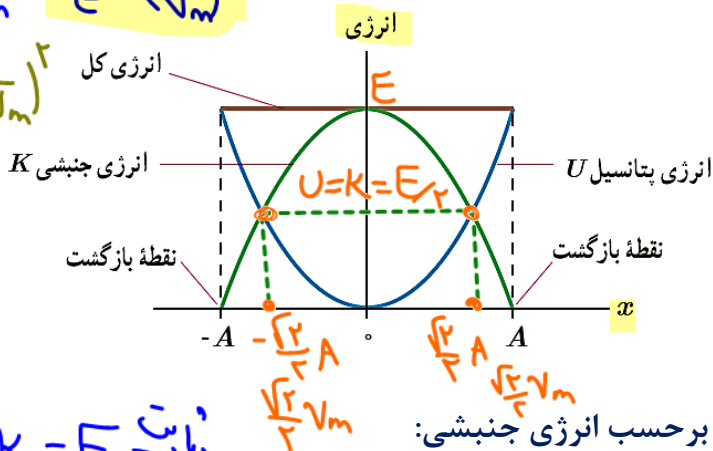
$v_{max} = A\omega$

(rad/s) بسامد زاویه ای
(m) دامنه
(m/s) تندی

نمودار تبدیل انرژی های جنبشی و پتانسیل در حرکت هماهنگ ساده سامانه جرم-فنر:

$$\frac{K}{E} = \frac{K}{K_{max}} = \frac{\frac{1}{2} m v^2}{\frac{1}{2} m v_{max}^2} \rightarrow \frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2$$

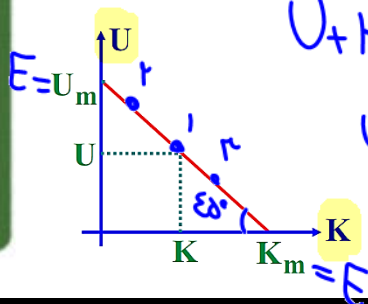
$$\frac{U}{E} = \frac{E-K}{E} = 1 - \frac{K}{E} = 1 - \left(\frac{v}{v_{max}}\right)^2$$



نمودار تغییرات انرژی پتانسیل بر حسب انرژی جنبشی:

$$U + K = E = \text{ثابت}$$

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 = U_3 + K_3$$



۱ معادله مکان - زمان نوسانگری به جرم ۱۰۰g در SI به صورت $x = 0.02 \cos 100\pi t$ است. اگر در لحظه $t = \frac{1}{150}$ s انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر ۰/۵ J باشد انرژی جنبشی آن چند ژول است؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) ۲ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۰/۵ (۴) ۱/۵

۲ جسمی به جرم ۱ kg به فنری با ثابت ۶ N/cm متصل است. فنر به اندازه ۹ cm فشرده و سپس رها می شود و جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می کند. با چشم پوشی از اصطکاک، وقتی تندی جسم ۱/۶ m/s است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند ژول است؟

- (۱) ۱/۶۳ (۲) ۱/۱۵ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۶۳

۳ معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = 0.02 \cos 10\pi t$ است. تندی نوسانگر چند cm/s باشد تا انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی پتانسیل آن شود؟

- (۱) 10π (۲) $10\pi\sqrt{2}$ (۳) 20π (۴) $20\pi\sqrt{2}$

۴ دامنه حرکت نوسانگری Δ cm و دوره تناوب حرکتش $\frac{1}{10}$ s است. لحظه ای که انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی پتانسیل آن است، سرعت نوسانگر چند سانتی متر بر ثانیه است؟

- (۱) 100π (۲) 50π (۳) $25\pi\sqrt{3}$ (۴) $50\pi\sqrt{2}$

۵ دامنه و X مکان یک نوسانگر است. در لحظه ای که $x = A$ است، انرژی پتانسیل نوسانگر ۰/۳۶ J است. اگر $x = 0$ شود، انرژی جنبشی نوسانگر چند ژول می شود؟

- (۱) ۰/۱۲ (۲) ۰/۳۶ (۳) ۰/۱۸ (۴) ۰/۲۷

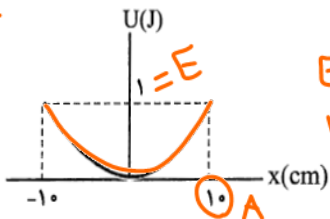
۶ معادله حرکت هماهنگ ساده وزنه - فنری در SI به صورت $x = 0.05 \cos 20t$ می باشد. اگر بیشینه انرژی جنبشی آن 6×10^{-2} J باشد، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۴۸ (۳) ۱۲۰ (۴) ۴۸۰

۷ معادله حرکت متحرکی به جرم ۵۰ گرم در SI به صورت $x = 0.04 \cos 10t$ است. انرژی جنبشی این متحرک در لحظه $t = \frac{\pi}{4}$ s چند ژول است؟

- (۱) ۰/۱۰ (۲) ۰/۰۰۴ (۳) ۰/۰۲۰ (۴) ۰/۲۰۰

۸ نمودار انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر ساده ای که با دوره تناوب $\frac{\pi}{50}$ s در حال نوسان است، مطابق شکل زیر می باشد. جرم نوسانگر چند گرم است؟



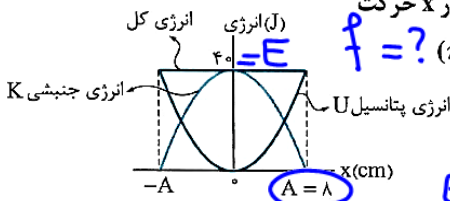
$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$

$1 = \frac{1}{2} \times m \times (10)^2 \rightarrow m = 0.02 = 20 \text{ g}$

$T = \frac{\pi}{50} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi/50} = 100$

۹ نمودار تغییرات انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی یک نوسان کننده به جرم ۵۰۰ g که در راستای محور X حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد، به صورت شکل مقابل است. بسامد نوسان چند هرتز است؟ ($\pi = \sqrt{10}$) $f = ?$

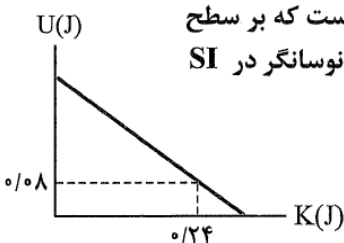
- (۱) ۵۰ (۲) ۴۰ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰



$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \rightarrow 40 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times \omega^2 \times (0.1)^2 \rightarrow \omega = 10 \rightarrow f = 1$

۱۰ شکل روبه رو، نمودار تغییرات انرژی پتانسیل بر حسب انرژی جنبشی یک نوسانگر هماهنگ ساده است که بر سطح بدون اصطکاک نوسان می کند. اگر جرم نوسانگر ۱۰۰g و بسامد آن ۲ Hz باشد، معادله حرکت این نوسانگر در SI کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)

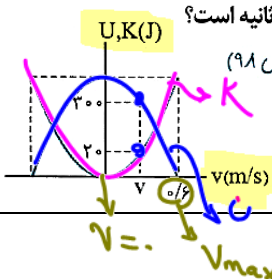
- (۱) $x = 0.2 \cos 4\pi t$ (۲) $x = 2 \cos 20\pi t$ (۳) $x = 0.2 \cos 20\pi t$ (۴) $x = 2 \cos 4\pi t$



تندی نوسانگر در نقطه تعادل را نیز بیابید.

* نمودار انرژی پتانسیل کشسانی و جنبشی بر حسب سرعت برای یک نوسانگر وزنه - فنر مطابق شکل مقابل است. v چند متر بر ثانیه است؟ (کانون فرهنگی آموزش ۹۸)

- (۱) ۰/۰۵ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۴۵ (۴) ۰/۷۵



$E = K + U = 2.0 + 0 = 2.0 \text{ J}$
 $v_{max} = 2 \text{ m/s}$



$$x = A \cos \omega t$$

معادله مکان - زمان نوسانگری به جرم 100g در SI به صورت $x = 0.02 \cos 100\pi t$ است. اگر در لحظه $t = \frac{1}{150}$ s انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر 0.5J باشد انرژی جنبشی آن چند ژول است؟ ($\pi^2 = 10$)

1/5 (4) ✓ 0.5 (3) 1/25 (2) 2 (1)

$$A = 0.02 \text{ m}$$

$$\omega = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (100\pi)^2 \times (0.02)^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 10^4 \times \pi^2 \times 0.0004 = 2 \text{ J}$$

$$E = K + U \rightarrow 2 = K + 0.5 \rightarrow K = 1.5 \text{ J}$$

ⓐ $t = \frac{1}{150} \text{ s} \rightarrow U = 0.5 \text{ J} \quad K = ?$

$$A = 9 \text{ cm}$$

جسمی به جرم 1 kg به فنری با ثابت 6 N/cm متصل است. فنر به اندازه 9 cm فشرده و سپس رها می شود و جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می کند. با چشم پوشی از اصطکاک، وقتی تندی جسم 1/6 m/s است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند ژول است؟

1/63 (4) 150 (3) 1/15 (2) ✓ 1/63 (1)

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$K = 6 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 600 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$v = 1/6 \text{ m/s}$$

$$U = ?$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 1/6^2$$

$$K = 1/72 \text{ J}$$

$$E = \frac{1}{2} K A^2 = \frac{1}{2} \times 600 \times (0.09)^2$$

$$E = 2.43 \text{ J}$$

$$E = K + U$$

$$2.43 = 1/72 + U$$

$$U = 1.15 \text{ J}$$

معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = 0.02 \cos 10\pi t$ است. تندی نوسانگر چند cm/s باشد تا انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی پتانسیل آن شود؟

20π√2 (4) 20π (3) 10π√2 (2) ✓ 10π (1)

$$K = U \quad E = K + U$$

$$v = ? \quad E = K + K$$

$$E = 2K$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times m \times (10\pi)^2 \times (0.02)^2$$

~~$$\frac{1}{2} \times m \times 100\pi^2 \times 0.0004 = \frac{1}{2} \times m \times v^2$$~~

$$2\pi^2 \times 10^{-2} = v^2$$

$$m/s \quad 10\pi\sqrt{2} = v \rightarrow v = 10\pi\sqrt{2} \text{ cm/s}$$

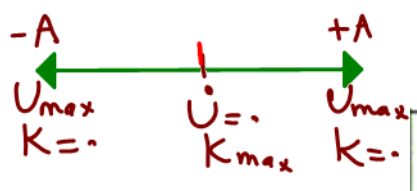


دامنه حرکت نوسانگری Δcm و دوره تناوب حرکتش $\frac{1}{10} \text{s}$ است. لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی پتانسیل آن است، سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟	انرژی (۱) 100π	انرژی (۲) 50π	انرژی (۳) $25\pi\sqrt{3}$	انرژی (۴) $50\pi\sqrt{2}$
--	--------------------	-------------------	---------------------------	---------------------------

$A = \Delta \text{cm}$ $K = U$
 $T = \frac{1}{10} \text{s}$ $V = ?$
 $E = K + U$
 $E = K + K = 2K$
 $\frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 2 \times \frac{1}{2} m v^2$
 $A^2 \omega^2 = 2 v^2$
 $5^2 \times 400 \pi^2 = 2 v^2$
 $50 \times 200 \pi^2 = v^2 \rightarrow v = 50\pi \sqrt{2} \text{ cm/s}$

$v_m^2 = 2 v^2$
 $v_m = \sqrt{2} v$
 $v = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{\text{max}}$
 $U = K$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1/10} = 20\pi \text{ rad/s}$



دامنه x مکان یک نوسانگر است. در لحظه‌ای که $x = A$ است، انرژی پتانسیل نوسانگر 0.24 J است. اگر $x = 0$ شود، انرژی جنبشی نوسانگر چند ژول می‌شود؟	انرژی (۱) 0.12	انرژی (۲) 0.24	انرژی (۳) 0.18	انرژی (۴) 0.27
معادله حرکت هماهنگ ساده وزنه-فنری در SI به صورت $x = 0.05 \cos 20t$ می‌باشد. اگر بیشینه انرژی جنبشی آن $6 \times 10^{-2} \text{ J}$ باشد، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟	ثابت فنر (۱) 12	ثابت فنر (۲) 48	ثابت فنر (۳) 120	ثابت فنر (۴) 480

$x = A \rightarrow U = E = 0.24 \text{ J}$
 $x = 0 \rightarrow K_{\text{max}} = E = 0.24 \text{ J}$

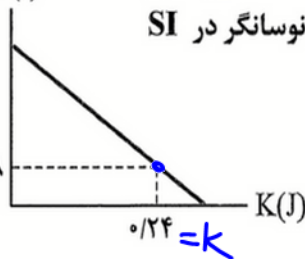
$K_{\text{max}} = E = 6 \times 10^{-2} \text{ J}$
 $K = ?$
 $E = \frac{1}{2} K A^2 \rightarrow 6 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} K \times (0.05)^2$
 $12 \times 10^{-2} = K \times 25 \times 10^{-4} \rightarrow K = \frac{12 \times 10^{-2}}{25 \times 10^{-4}} = 48 \text{ N/m}$

معادله حرکت متحرکی به جرم 50 گرم در SI به صورت $x = 0.04 \cos 10t$ است. انرژی جنبشی این متحرک در لحظه $t = \frac{\pi}{4} \text{ s}$ چند ژول است؟	انرژی (۱) 0.010	انرژی (۲) 0.004	انرژی (۳) 0.020	انرژی (۴) 0.200
--	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

$K = ?$
 $t = \frac{\pi}{4} \rightarrow x = 0.04 \cos(10 \times \frac{\pi}{4}) = 0.04 \cos(\frac{5\pi}{2}) = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow K_{\text{max}} = E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{50}{1000} \times 10^2 \times (0.04)^2 = 0.04 \text{ J}$



U(J)



شکل روبه‌رو، نمودار تغییرات انرژی پتانسیل بر حسب انرژی جنبشی یک نوسانگر هماهنگ ساده است که بر سطح بدون اصطکاکی نوسان می‌کند. اگر جرم نوسانگر 10 g و بسامد آن 2 Hz باشد، معادله حرکت این نوسانگر در SI

کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)

$x = 0.2 \cos 4\pi t$ (۱) ✓

$x = 0.2 \cos 20\pi t$ (۳)

$x = 2 \cos 20\pi t$ (۲)

$x = 2 \cos 4\pi t$ (۴)

$f \rightarrow \omega = 2\pi f = 2\pi \times 2 = 4\pi \text{ rad/s}$

تندی نوسانگر در نقطه تعادل را نیز بیابید.

$E = U + K = 0.08 + 0.24 = 0.32 \text{ J}$

$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \rightarrow 0.32 = \frac{1}{2} \times 0.01 \times (4\pi)^2 \times A^2$
 $A^2 = 0.04 \rightarrow A = 0.2 \text{ m}$

$v_{max} = A\omega$
 $= 0.2 \times 4\pi = 0.8\pi \text{ m/s}$

$x = A \cos \omega t = 0.2 \cos(4\pi t)$



شتاب و نیرو در حرکت هماهنگ ساده:

$$F = ma$$

قانون دوم نیوتون: $F = ma$ }
 قانون هوک: $F = -kx$ } $\rightarrow ma = -kx$
 $k = m\omega^2$ } $\rightarrow ma = -m\omega^2 x$

$$a = -\omega^2 x$$

$$|a_{max}| = \omega^2 A$$

$$F = ma \rightarrow F = -m\omega^2 x$$

$$|F_{max}| = m\omega^2 A$$

$$x_{max} = A$$

بجای

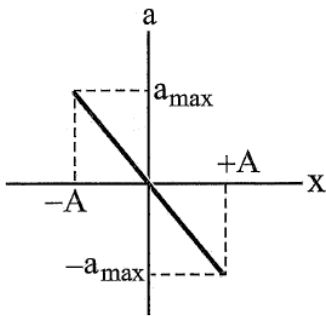
- اگر $x = 0 \rightarrow a = 0$
- اگر $x = +A \rightarrow a = -a_{max}$
- اگر $x = -A \rightarrow a = +a_{max}$
- اگر $x = \frac{m}{n} A \rightarrow |a| = \frac{m}{n} a_{max}$

بجای

- اگر $x > 0 \rightarrow a < 0$
- اگر $x < 0 \rightarrow a > 0$

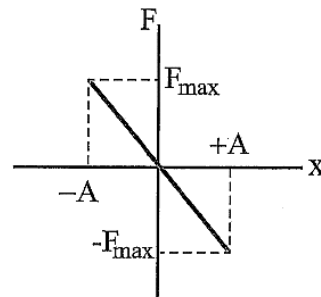
بحث روی علامت و اندازه شتاب و نیروی نوسانگر:

نمودار شتاب-مکان و نیرو-مکان در حرکت هماهنگ ساده:



$$a = -\omega^2 x$$

$$\text{شیب نمودار} = -\omega^2$$



$$F = -m\omega^2 x$$

$$\text{شیب نمودار} = -m\omega^2$$

$$\left. \begin{matrix} a_{max} = A\omega^2 \\ v_{max} = A\omega \end{matrix} \right\} \rightarrow \frac{a_{max}}{v_{max}} = \omega$$



<p>۱</p>	<p>جسمی که به فنر سیکی متصل است در یک سطح افقی بدون اصطکاک، بین دو نقطه M و N نوسان می‌کند و در هر ۰/۴ ثانیه ۲ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر بیشینه سرعت این نوسانگر ۶ m/s باشد، فاصله MN چند سانتی‌متر است؟ ($\pi = 3$)</p> <p>۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴)</p>	<p>۱</p>
<p>۲</p>	<p>نوسانگر جرم - فنر روی سطح افقی بدون اصطکاک با دامنه ۵cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر جرم وزنه ۴۰۰ گرم و ثابت فنر ۴۰ N/m باشد، نوسانگر با تندی چند سانتی‌متر بر ثانیه از مبدأ تعادل می‌گذرد؟</p> <p>۲۰ (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴)</p>	<p>۲</p>
<p>۳</p>	<p>نوسانگر ساده‌ای با دامنه ۱۰ سانتی‌متر و دوره ۰/۲ ثانیه در حال نوسان است. اندازه شتاب متوسط نوسانگر بین دو لحظه متوالی که تندی نوسانگر بیشینه است، چند متر بر مجذور ثانیه می‌باشد؟</p> <p>۵π (۱) ۱۰π (۲) ۲۰π (۳) ۴ (۴) صفر</p>	<p>۳</p>
<p>۴</p>	<p>دامنه یک نوسانگر جرم - فنر ۴cm است. اگر جرم وزنه ۸۰ گرم و ثابت فنر ۲۰۰ N/m باشد، در لحظه‌ای که مکان نوسانگر ۲cm- است، شتاب نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟</p> <p>۱۵۰ (۱) ۷۵ (۲) ۵۰ (۳) ۲۵ (۴)</p>	<p>۴</p>
<p>۵</p>	<p>گلوله‌ای که به فنری متصل است، در یک سطح افقی بدون اصطکاک، بین دو نقطه M و N نوسان می‌کند و در هر ۰/۴ ثانیه ۲ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر بیشینه شتاب نوسان ۲۰ m/s² باشد، فاصله MN چند سانتی‌متر است؟ ($\pi^2 = 10$)</p> <p>۲ (۱) ۲√۱۰ (۲) ۴ (۳) ۴√۱۰ (۴)</p>	<p>۵</p>
<p>۶</p>	<p>معادله شتاب - مکان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $a + \frac{\pi^2}{4} x = 0$ است. دوره تناوب حرکت چند ثانیه است؟</p> <p>۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)</p>	<p>۶</p>
<p>۷</p>	<p>معادله حرکت نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $x = 0.2 \cos(100\pi t)$ است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، پس از شروع حرکت برای اولین بار بزرگی شتاب نوسانگر نصف بیشینه شتاب آن می‌شود؟</p> <p>۱/۱۵۰ (۱) ۱/۶۰۰ (۲) ۱/۳۰۰ (۳) ۱/۷۵ (۴)</p>	<p>۷</p>
<p>۸</p>	<p>جسمی در حال نوسان با دامنه ۶ سانتی‌متر است. تندی جسم در لحظه عبور از وضع تعادل ۲۴ cm/s است. مقدار شتاب آن در لحظه عبور از دامنه نوسان چند سانتی‌متر بر مجذور ثانیه است؟</p> <p>۹۶ (۱) ۴۸ (۲) ۲۴ (۳) ۱۲ (۴)</p>	<p>۸</p>
<p>۹</p>	<p>جسمی به جرم ۲۰ گرم حرکت نوسانی ساده با دوره حرکت $\frac{\pi}{10}$ ثانیه دارد. اگر بیش‌ترین سرعت آن ۰/۸ m/s باشد، بیش‌ترین نیروی وارد بر آن چند نیوتون است؟</p> <p>۱/۶ (۱) ۰/۳۲ (۲) ۰/۸ (۳) ۶/۴ (۴)</p>	<p>۹</p>
<p>۱۰</p>	<p>در شکل مقابل وزنه به حالت تعادل قرار دارد. اگر آن را ۵cm به آرامی پایین بکشیم و رها کنیم اندازه شتاب وزنه در لحظه‌ای که بعد از رها شدن ۲cm بالا رفته است، چند متر بر مربع ثانیه است؟</p> <p>۱۸ (۲) ۹ (۴) ۲۷ (۱) ۳۶ (۳)</p> <p><i>Handwritten notes:</i> $A = 5$, $a = +\omega^2 x$, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{18}{2} = 9$, $a = 9 \times 0.2 = 1.8$, $a = 27 \text{ m/s}^2$</p>	<p>۱۰</p>
<p>۱۱</p>	<p>نمودار شتاب - مکان نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل است. دوره تناوب این نوسانگر چند ثانیه است؟ ($\pi^2 = 10$)</p> <p>۰/۲ (۱) ۰/۴ (۳) ۰/۲ (۲) ۰/۴ (۴)</p> <p><i>Handwritten notes:</i> $a = -\omega^2 x$, $5 = -\omega^2 x (-0.2)$, $\omega^2 = \frac{5}{0.2} = 25 \rightarrow \omega = \sqrt{25} = 5$, $\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \sqrt{25} = \frac{2\pi}{T} \rightarrow 25 = \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow T = \frac{2\pi}{5}$</p>	<p>۱۱</p>
<p>۱۲</p>	<p>نمودار نیرو - مکان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم ۸۰ g که حول مبدأ مکان نوسان می‌کند، به شکل مقابل است. حداکثر تکانه این نوسانگر در SI، برابر چند واحد است؟ (نوسانگر بر روی پاره‌خطی به طول ۴m نوسان می‌کند.)</p> <p>۸ (۱) ۴ (۳) ۰/۸ (۲) ۰/۴ (۴)</p> <p><i>Handwritten notes:</i> $P = m v_{max} = m A \omega$, $1 = -0.1 \times \omega^2 \times 0.2$, $1 = 0.1 \times \omega^2 \times 0.2 \rightarrow \omega = 25$, $P_{max} = 0.1 \times 0.2 \times 25 = 0.5 \text{ kg m/s}$</p>	<p>۱۲</p>

پایه دوازدهم استاد باب الحوائجی



جسمی که به فنر سبکی متصل است در یک سطح افقی بدون اصطکاک، بین دو نقطه M و N نوسان می کند و در هر ۰/۴ ثانیه ۲ نوسان کامل انجام می دهد. اگر بیشینه سرعت این نوسانگر ۶ m/s باشد، فاصله MN چند سانتی متر است؟ ($\pi = 3$)

۴۰ (۴ ✓)

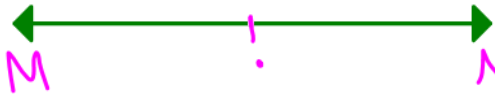
۳۰ (۳ MA=?)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

$MN = 2A$ *فاصله*

$T = \frac{t}{n} = \frac{.4}{2} = .2s \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{.2} = 10\pi \text{ rad/s}$



$V_{max} = 6 \text{ m/s}$

$V_{max} = A\omega \rightarrow 6 = A \times 10\pi \rightarrow A = \frac{6}{10\pi} = \frac{1}{5} = .2 \text{ m} \rightarrow d = 2A = .4 \text{ m} = 4 \text{ cm}$

نوسانگر جرم - فنر روی سطح افقی بدون اصطکاک با دامنه ۵cm حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد. اگر جرم وزنه ۴۰۰ گرم و ثابت فنر ۴۰ N/m باشد، نوسانگر با تندی چند سانتی متر بر ثانیه از مبدأ تعادل می گذرد؟

۵۰ (۴ ✓)

۴۰ (۳ Vmax=?)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

$A = 5 \text{ cm}$
 $m = 400 \text{ g}$
 $k = 40 \text{ N/m}$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{40}{.4}} = 10 \text{ rad/s}$
 $(k = m\omega^2)$

$V_{max} = A\omega = 5 \times 10 = 50 \text{ cm/s}$

نوسانگر ساده ای با دامنه ۱۰ سانتی متر و دوره ۰/۲ ثانیه در حال نوسان است. اندازه شتاب متوسط نوسانگر بین دو لحظه متوالی که تندی نوسانگر بیشینه است، چند متر بر مجذور ثانیه می باشد؟

صفر (۴)

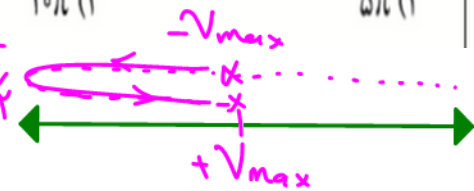
۲۰π (۳ ✓)

۱۰π (۲)

۵π (۱)

$A = 10 \text{ cm}$
 $T = .2s$

$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2V_{max}}{\frac{T}{2}} = \frac{2 \times A\omega}{\frac{T}{2}} = \frac{4A\omega}{T}$



$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{.2} = 10\pi$

$a_{av} = \frac{4 \times 10 \times 10\pi}{.2} = 2000\pi \text{ m/s}^2$



۴

دامنه یک نوسانگر جرم - فنر ۴cm است. اگر جرم وزنه ۸۰ گرم و ثابت فنر ۲۰۰ N/m باشد، در لحظه‌ای که مکان نوسانگر -۲cm است، شتاب نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟

۲۵ (۴)

۵۰ (۳) ✓

۷۵ (۲)

$a = ?$

۱۵۰ (۱)

$$A = 4 \text{ cm}$$

$$a = -\omega^2 x$$

$$k = m\omega^2 \rightarrow 200 = \frac{80}{1000} \times \omega^2 \rightarrow \omega^2 = 2500$$

$$\omega = 50 \text{ rad/s}$$

$$a = -2500 \left(-\frac{2}{100}\right)$$

$$a = 500 \text{ m/s}^2$$

۵

گلوله‌ای که به فنری متصل است، در یک سطح افقی بدون اصطکاک، بین دو نقطه M و N نوسان می‌کند و در هر ۰/۴ ثانیه ۲ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر بیشینه شتاب نوسان ۲۰ m/s² باشد، فاصله MN چند سانتی‌متر است؟ ($\pi^2 = 10$)

۴√۱۰ (۴)

۴ (۳) $2A = ?$

۲√۱۰ (۲)

۲ (۱) ✓

$$T = \frac{t}{n} = \frac{0.4}{2} = 0.2 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.2} = 10\pi$$

$$a_{max} = 20$$

$$A\omega^2 = 20$$

$$A \times (10\pi)^2 = 20$$

$$A \times 100\pi^2 = 20 \rightarrow A = \frac{20}{100\pi^2} = 2 \text{ cm}$$

۶

معادله شتاب - مکان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $a + \frac{\pi^2}{4} x = 0$ است. دوره تناوب حرکت چند ثانیه است؟

۴ (۴) ✓

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$a = -\frac{\pi^2}{4} x \rightarrow \omega^2 = \frac{\pi^2}{4} \rightarrow \omega = \frac{\pi}{2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4 \text{ s}$$



معادله حرکت نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $x = 0.2 \cos(100\pi t)$ است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، پس از شروع حرکت برای اولین بار بزرگی شتاب نوسانگر نصف بیشینه شتاب آن می‌شود؟

- ۱) ۱۵۰
 ۲) ۶۰۰
 ۳) ۳۰۰
 ۴) ۷۵

$$|a| = \frac{1}{2} a_{max} \rightarrow \omega^2 x = \frac{1}{2} A \omega^2 \rightarrow x = \frac{1}{2} A \rightarrow t = \frac{T}{4}$$

$$\omega = 100\pi = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2}{100} \rightarrow t = \frac{1}{100} = \frac{1}{100} \text{ s}$$

جسمی در حال نوسان با دامنه ۶ سانتی‌متر است. تندی جسم در لحظه عبور از وضع تعادل ۲۴ cm/s است. مقدار شتاب آن در لحظه عبور از دامنه نوسان چند سانتی‌متر بر مجذور ثانیه است؟

- ۱) ۹۶
 ۲) ۴۸
 ۳) ۲۴
 ۴) ۱۲
 $a_{max} = ?$

$$A = 6 \text{ cm} \quad v_{max} = A\omega \rightarrow 24 = 6 \times \omega \rightarrow \omega = 4 \text{ rad/s}$$

$$a_{max} = A\omega^2 = 6 \times (4)^2 = 6 \times 16 = 96 \text{ cm/s}^2$$

$$\frac{a_m}{v_m} = \omega \rightarrow \frac{a_m}{24} = 4 \rightarrow a_{max} = 96 \text{ cm/s}^2$$

جسمی به جرم ۲۰ گرم حرکت نوسانی ساده با دوره حرکت $\frac{\pi}{10}$ ثانیه دارد. اگر بیشترین سرعت آن ۸ m/s باشد، بیشترین نیروی وارد بر آن چند نیوتون است؟

- ۱) ۱/۶
 ۲) ۰/۳۲
 ۳) ۰/۸
 ۴) ۶/۴

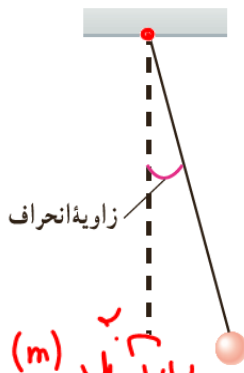
$$m = 20 \text{ g} \quad T = \frac{\pi}{10} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi/10} = 20 \text{ rad/s}$$

$$v_m = 8 \quad \frac{a_m}{v_m} = \omega \rightarrow \frac{a_m}{8} = 20 \rightarrow a_m = 16 \text{ m/s}^2$$

$$F_{max} = ? \quad F_{max} = m a_{max} = \frac{20}{1000} \times 16 = 0.32 \text{ N}$$



آونگ ساده: آونگ ساده شامل وزنه کوچکی به جرم m (موسوم به وزنه آونگ) است که از نخ بدون جرم و کش نیامدنی به طول L که سر دیگر آن ثابت شده، آویزان است



اگر زاویه انحراف آونگ از وضع تعادل کوچک باشد، آونگ حرکت همانگ ساده خواهد داشت

SHM

دوره تناوب آونگ ساده فقط به شتاب گرانشی (g) و طول آونگ (L) بستگی دارد،

$$T \propto \sqrt{L} \quad T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$$

و از رابطه زیر به دست می آید:

این رابطه نشان می دهد که دوره تناوب آونگ ساده به جرم و دامنه آن بستگی ندارد.

(s) دوره

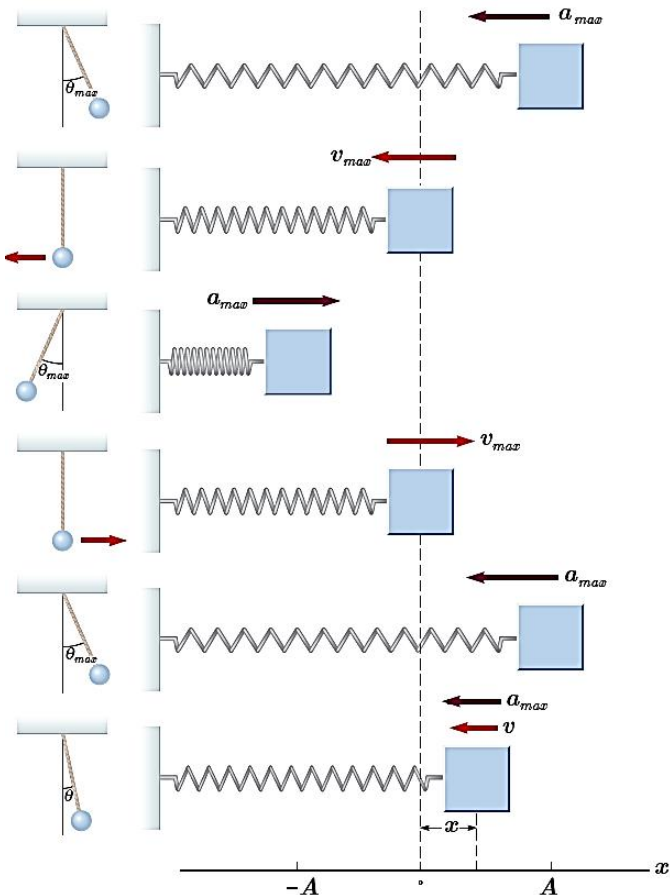
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

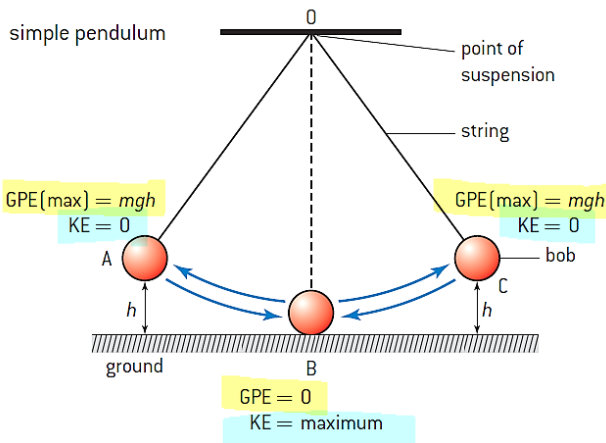
بستگی دوره تناوب آونگ به شتاب گرانشی، روش دقیقی را برای تعیین g به دست می دهد.

θ_{max} θ_{min}

اگر آونگی از استوا به قطب منتقل شود... (دره ای کاهشی می باشد) (از مستوی به سائبه، استایلر برانته) شتاب گرانشی



۱	آونگ ساده‌ای به طول l با دامنه‌ی کم نوسان می‌کند. اگر طول آونگ را به اندازه‌ی $\frac{3}{4}l$ کوتاه کنیم، دوره‌ی تناوب آونگ چند درصد کاهش می‌یابد؟	۲۰ (۱)	۲۵ (۲)	۵۰ (۳)	۷۵ (۴)
۲	نخی به طول 80 cm را به دو قسمت تقسیم کرده و با هر قسمت، یک آونگ ساده می‌سازیم. اگر دوره‌ی یکی از آونگ‌ها دو برابر دوره‌ی دیگری باشد، طول آونگ کوتاه‌تر چند سانتی‌متر است؟	۱۶ (۱)	۲۰ (۲)	$\frac{80}{3}$ (۳)	۶۴ (۴)
۳	معادله‌ی حرکت یک آونگ ساده در SI، به صورت $x = 0.02 \sin \pi t$ است. اگر طول آونگ را به $\frac{1}{4}$ طول اولیه‌اش برسانیم، معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ی آن با همان دامنه در SI، کدام خواهد بود؟	$x = 0.02 \sin \frac{\pi}{4} t$ (۱)	$x = 0.02 \sin \frac{\pi}{2} t$ (۲)	$x = 0.02 \sin 2\pi t$ (۳)	$x = 0.02 \sin 4\pi t$ (۴)
۴	آونگ ساده‌ای به طول 80 cm با دامنه کم در حال نوسان است. طول آونگ را چگونه تغییر دهیم تا دوره نوسان آن نصف شود؟	(۱) 60 سانتی‌متر کاهش دهیم.	(۲) 60 سانتی‌متر افزایش دهیم.	(۳) 20 سانتی‌متر کاهش دهیم.	(۴) 20 سانتی‌متر افزایش دهیم.
۵	اگر یک آونگ را در ارتفاع $h = R$ (شعاع کره‌ی زمین است) از سطح زمین به نوسان در آوریم، دوره‌ی آن نسبت به حالتی که در سطح زمین نوسان می‌کند، چند برابر خواهد شد؟	$\frac{1}{4}$ (۱)	$\frac{1}{2}$ (۲)	۲ (۳)	۴ (۴)
۶	آونگی را به سقف آسانسوری آویخته‌ایم. وقتی که آسانسور ساکن است، دوره‌اش T است. اگر آسانسور با شتاب $\frac{g}{4}$ رو به پایین حرکت کند، دوره‌ی آن چند T می‌شود؟	$\frac{1}{2}$ (۱)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)	$\sqrt{2}$ (۳)	۲ (۴)
۷	تفاوت طول دو آونگ A و B برابر 19 سانتی‌متر و زمان 9 نوسان آونگ A برابر زمان 10 نوسان آونگ B است طول آونگ A چند سانتی‌متر است؟	۱۰۰ (۱)	۱۷۱ (۲)	۱۵۲ (۳)	۸۱ (۴)
۸	دو آونگ ساده A و B را همزمان با دامنه کم به نوسان درمی‌آوریم. پس از گذشت 2 دقیقه و 24 ثانیه آونگ B ده نوسان کامل از آونگ A جلو می‌افتد. اگر زمان نوسان کامل آونگ A برابر $\frac{1}{8}$ ثانیه باشد دوره‌ی آونگ B چند ثانیه است؟	$\frac{1}{2}$ (۱)	$\frac{1}{4}$ (۲)	$\frac{1}{6}$ (۳)	۲ (۴)
۹	دوره تناوب یک ساعت دیواری آونگ‌دار برابر 28 است. اگر طول آونگ این ساعت را 19 درصد کاهش دهیم، در مدت 60 دقیقه، ساعت چه تغییری می‌کند؟	(۱) 400 س جلو می‌افتد.	(۲) 400 س عقب می‌افتد.	(۳) 200 س جلو می‌افتد.	(۴) 200 س عقب می‌افتد.
۱۰	نخی به طول l را به سه قسمت تقسیم کرده و با آن‌ها سه آونگ با دوره‌های T ، $2T$ و $3T$ می‌سازیم. اگر طول آونگ وسطی برابر با 40 cm باشد، طول نخ اولیه (l) چند سانتی‌متر بوده است؟	۹۰ (۱)	۱۴۰ (۲)	۱۶۰ (۳)	۲۸۰ (۴)





$$L_2 = \frac{1}{4} L_1$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \rightarrow T_2 = \frac{1}{2} T_1$$

۱	آونگ ساده‌ای به طول ۱ با دامنه‌ی کم نوسان می‌کند. اگر طول آونگ را به اندازه‌ی $\frac{3}{4}$ کوتاه کنیم، دوره‌ی تناوب آونگ چند درصد کاهش می‌یابد؟	۲۵ (۲)	۵۰ (۳) ✓	۷۵ (۴)
۲	نخی به طول ۸۰ cm را به دو قسمت تقسیم کرده و با هر قسمت، یک آونگ ساده می‌سازیم. اگر دوره‌ی یکی از آونگ‌ها دو برابر دوره‌ی دیگری باشد، طول آونگ کوتاه‌تر چند سانتی‌متر است؟	۲۰ (۲)	$\frac{80}{3}$ (۳)	۶۴ (۴)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

۸۰ cm

$$L_1 + 4L_1 = 80$$

$$5L_1 = 80$$

$$L_1 = 16 \text{ cm}$$

$$\frac{L_1}{T_1} + \frac{L_2}{T_2} = \frac{L}{T} \rightarrow \frac{L_1}{T_1} + \frac{4L_1}{2T_1} = \frac{L}{T} \rightarrow \frac{L_1}{T_1} + \frac{2L_1}{T_1} = \frac{L}{T} \rightarrow \frac{3L_1}{T_1} = \frac{L}{T} \rightarrow \frac{L_1}{L} = \frac{T_1}{3T}$$

۱۰	نخی به طول ۱ را به سه قسمت تقسیم کرده و با آن‌ها سه آونگ با دوره‌های T ، $2T$ و $3T$ می‌سازیم. اگر طول آونگ وسطی برابر با ۴۰ cm باشد، طول نخ اولیه (۱) چند سانتی‌متر بوده است؟	۹۰ (۱)	۱۴۰ (۲) ✓	۱۶۰ (۳)	۲۸۰ (۴)
----	--	--------	-----------	---------	---------

$$L = ? \rightarrow \frac{L_1}{T} + \frac{4L_1}{2T} + \frac{9L_1}{3T} = \frac{L}{T} \rightarrow 14L_1 = L$$

$$L = 14 \text{ cm}$$

$T \propto \sqrt{L}$
 $x_2 \rightarrow x_4 \rightarrow x_9$
 $4L_1 = 4$
 $L_1 = 1 \text{ cm}$



$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$\omega \rightarrow x \frac{1}{L}$

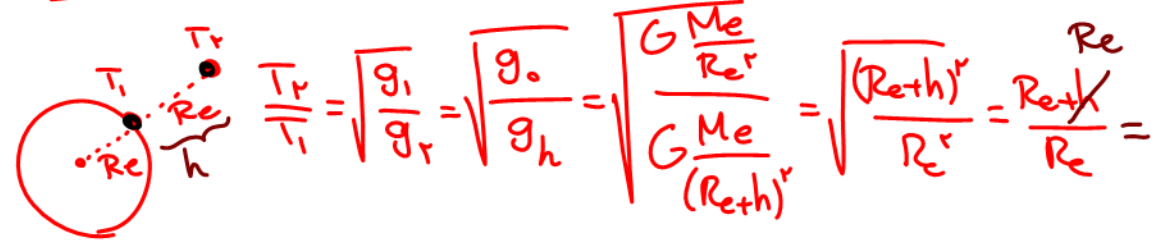
$$\omega = \pi \rightarrow \omega' = 2\omega = 2\pi$$

۳	معادله‌ی حرکت یک آونگ ساده در SI، به صورت $x = 0.02 \sin \pi t$ است. اگر طول آونگ را به $\frac{1}{4}$ طول اولیه‌اش برسانیم، معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ی آن با همان دامنه در SI، کدام خواهد بود؟
	$x = 0.02 \sin 4\pi t$ (۴) $x = 0.02 \sin 2\pi t$ (۳) ✓ $x = 0.02 \sin \frac{\pi}{2} t$ (۲) $x = 0.02 \sin \frac{\pi}{4} t$ (۱)
۴	آونگ ساده‌ای به طول ۸۰ cm با دامنه کم در حال نوسان است. طول آونگ را چگونه تغییر دهیم تا دوره نوسان آن نصف شود؟
	(۱) ✓ ۶۰ سانتی‌متر کاهش دهیم. (۲) ۶۰ سانتی‌متر افزایش دهیم. (۳) ۲۰ سانتی‌متر کاهش دهیم. (۴) ۲۰ سانتی‌متر افزایش دهیم.

$L = 80 \text{ cm}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad T \propto \sqrt{L} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \rightarrow \frac{\frac{1}{2}T_1}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{4}$$

$$L_2 = \frac{1}{4}L_1 = \frac{1}{4} \times 80 = 20 \text{ cm} \rightarrow \Delta L = 60 \text{ cm}$$



$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{g_0}{g_h}} = \sqrt{\frac{G \frac{M_e}{R_e r}}{G \frac{M_e}{(R_e+h)^r}}} = \sqrt{\frac{(R_e+h)^r}{R_e^r}} = \frac{R_e+h}{R_e} =$$

۵	اگر یک آونگ را در ارتفاع $h = R$ (شعاع کره‌ی زمین است) از سطح زمین به نوسان در آوریم، دوره‌ی آن نسبت به حالتی که در سطح زمین نوسان می‌کند، چند برابر خواهد شد؟
	$\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)
۶	آونگی را به سقف آسانسوری آویخته‌ایم. وقتی که آسانسور ساکن است، دوره‌اش T است. اگر آسانسور با شتاب $\frac{g}{4}$ رو به پایین حرکت کند، دوره‌ی آن چند T می‌شود؟
	$\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ✓ ۲ (۴)

$g_1 = g$
 $g_2 = g \pm a \rightarrow g_2 = g - \frac{g}{4} = \frac{3g}{4}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{g}{\frac{3g}{4}}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{aligned} \right\}$$

$$L_A - L_B = 19 \text{ cm}$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \rightarrow \frac{1.0}{0.9} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{1.0^2}{0.9^2} \rightarrow L_B = 0.81 L_A$$

$$t_A = t_B \quad (T = \frac{t}{n})$$

$$n_A T_A = n_B T_B$$

$$9 \times T_A = 10 \times T_B \rightarrow T_B < T_A \xrightarrow{T \propto \sqrt{L}} L_B < L_A$$

$$L_A - 0.81 L_A = 19$$

$$0.19 L_A = 19$$

$$L_A = 100 \text{ cm}$$

تفاوت طول دو آونگ A و B برابر ۱۹ سانتی متر و زمان ۹ نوسان آونگ A برابر زمان ۱۰ نوسان آونگ B است طول آونگ A چند سانتی متر است؟	۱۰۰ (۱)	۱۷۱ (۲)	۱۵۲ (۳)	۸۱ (۴)	۷
دو آونگ ساده A و B را همزمان با دامنه کم به نوسان درمی آوریم. پس از گذشت ۲ دقیقه و ۲۴ ثانیه آونگ B ده نوسان کامل از آونگ A جلو می افتد. اگر زمان نوسان کامل آونگ A برابر ۱/۸ ثانیه باشد دوره ی آونگ B چند ثانیه است؟	۱/۲ (۱)	۱/۴ (۲)	۱/۶ (۳)	۲ (۴)	۸

$$t = 2 \times 60 + 24 = 144 \text{ s}$$

$$n_B = 10 + n_A$$

آونگ B سریعتر است $\rightarrow T_B < T_A$

$$T = \frac{t}{n} \rightarrow n = \frac{t}{T}$$

$$T_A = 1.1 \text{ s}$$

$$T_B = ?$$

$$\frac{t}{T_B} = 10 + \frac{t}{T_A} \rightarrow \frac{144}{T_B} = 10 + \frac{144}{1.1} \rightarrow T_B = 1.6 \text{ s}$$



تشدید:

بسامد طبیعی: اگر یک نوسانگر را از وضع تعادل خارج و رها کنیم، با بسامدی مشخص (که وابسته به ساختمان نوسانگر است) شروع به نوسان طبیعی می کند که به آن بسامد طبیعی گویند.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \quad \text{آونگ} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{بومرنگ}$$

نوسان واداشته: اگر نوسانگر با اعمال نیروی خارجی تناوبی شروع به نوسان کند به آن نوسان واداشته گویند که بسامدش را نیروی خارجی تعیین می کند.

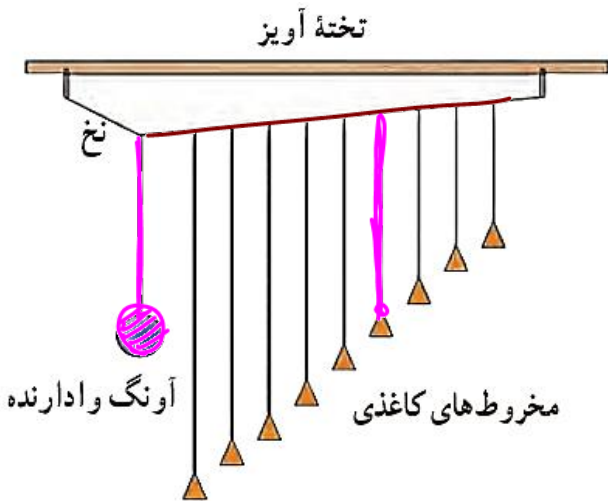
$$f_d$$

نوسان میرا: اگر به نوسانگر نیروهای اتلافی وارد شود دامنه آن رفته رفته کاهش می یابد که به این پدیده میرایی گویند.

$$f_0 = f_d$$

شرط تشدید (رزونانس): اگر بسامد نیروی محرک خارجی برابر با بسامد طبیعی نوسانگر باشد، دامنه نوسانات رفته رفته افزایش یافته به حداکثر خود می رسد و تشدید رخ می دهد. در این حالت انرژی تلف شده برابر با انرژی است که عامل خارجی به نوسانگر می دهد.

آونگ های بارتون: با به نوسان در آوردن آونگ وادارنده و انتقال نوسان از طریق نخ بالا به سایر آونگها، همه آونگها نوسان می کنند ولی آونگی که ساختمانی مشابه (طولی برابر) دارد به تشدید در می آید.



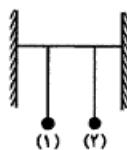
شرط تشدید

$$f_1 = f_2 \quad \text{نوسانند} \\ \text{خارجی} \\ T_1 = T_2 \\ \omega_1 = \omega_2$$

در پی زمین لرزه عظیمی (به بزرگی ۸/۱ در مقیاس ریشتر) که در ساحل غربی مکزیک در سال ۱۹۸۵ اتفاق افتاد ساختمان های نیمه بلند فرو ریختند، ولی ساختمان های کوتاه تر و بلندتر پابرجا ماندند. علت این پدیده را توضیح دهید.

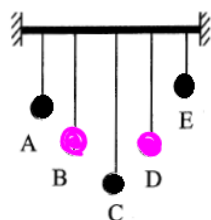
۱ در صورتی یک نوسانگر هماهنگ ساده به تشدید درمی آید که بسامد نوسان‌های واداشته آن بسامد طبیعی آن
 (۱) بیشتر از، باشد (۲) کم‌تر از، باشد (۳) برابر با، باشد (۴) برابر با، نباشد

۲ مطابق شکل زیر، دو آونگ هم‌جرم با طول‌های یکسان از یک طناب افقی آویزان شده‌اند. اگر آونگ شماره‌ی (۱) را کمی از وضع تعادل خارج و آن‌را رها سازیم، کدام گزینه در مورد آونگ شماره‌ی (۲) صحیح است؟



(۱) با بسامدی کم‌تر از بسامد نوسان آونگ شماره‌ی (۱) شروع به نوسان می‌کند.
 (۲) بسامد نوسان آن ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
 (۳) با بسامدی برابر با بسامد نوسان آونگ شماره‌ی (۱) شروع به نوسان می‌کند.
 (۴) ساکن می‌ماند.

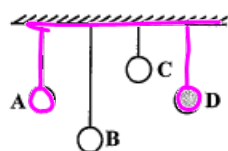
۳ مطابق شکل زیر، از یک میله افقی، آونگ‌های ساده‌ای با جرم‌های یکسان می‌آویزیم. اگر آونگ B را از وضع تعادل خارج و رها کنیم، کدام آونگ پس از مدت طولانی‌تری می‌ایستد؟



(۱) A (۲) C
 (۳) D (۴) E

۴ آونگ‌های A، B، C و D مطابق شکل از سقف آویزان شده‌اند. جنس گلوله‌های A، B و C از چوب ولی گلوله D از فولاد است و D هم طول هستند. اگر آونگ A به‌طور منظم نوسان کند کدام گزینه درست است؟

$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$



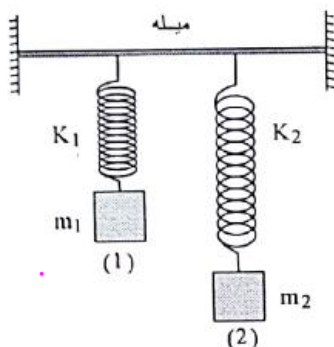
(۱) بقیه آونگ‌ها نیز با بسامد آونگ A نوسان می‌کنند.
 (۲) فقط آونگ C با بسامد آونگ A نوسان می‌کند.
 (۳) آونگ B با بسامد بیشتر از آونگ A نوسان می‌کند.
 (۴) فقط آونگ D با بسامد آونگ A نوسان می‌کند.

۵ آونگ ساده A، B، C و D که طول آنها به ترتیب ۱m، ۲/۵m، ۳/۵m و ۶/۲m است از میله‌ای افقی آویزان‌اند. اگر بسامد زاویه‌ای آونگ وادارنده ۲ rad/s باشد، با نوسان این آونگ، کدام یک از آونگ‌ها به شدت به نوسان در می‌آید؟ (g = ۱۰ m/s²)

$\omega = 2 \text{ rad/s}$
 $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow 2 = \sqrt{\frac{10}{L}} \rightarrow L = 1.5 \text{ m}$
 B (۳) D (۴)

(۱) A (۲) B (۳) C (۴) D

۶ در شکل مقابل دو فنر به یک میله با قابلیت ارتجاعی متصل شده‌اند. اگر فنر (۱) را کشیده و رها کنیم به ازای کدام گزینه بیشینه دامنه نوسان در دستگاه (۲) ایجاد خواهد شد؟



$K_1 = 200 \frac{N}{m}, K_2 = 50 \frac{N}{m}$

$\omega_1 = \omega_2$
 $\sqrt{\frac{K_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{K_2}{m_2}} \rightarrow \sqrt{\frac{200}{m_1}} = \sqrt{\frac{50}{m_2}}$
 $\frac{K}{m_1} = \frac{1}{m_2} \rightarrow m_1 = 4 m_2$

(۱) $m_1 = 2 m_2$
 (۲) $m_1 = 4 m_2$
 (۳) $m_1 = \sqrt{2} m_2$
 (۴) $m_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} m_2$

نام آونگ	A	B	C	D	E
طول (cm)	۴۰	۶۰	۸۰	۱۲۰	۱۶۰

۷ طول تعدادی آونگ ساده که از ریسمان افقی کشیده‌ای آویزان هستند، در جدول مقابل مشخص شده است. در یک بازه زمانی ریسمان افقی دستخوش نوسان‌هایی افقی با بسامد زاویه‌ای در گستره ۳ rad/s تا ۴ rad/s می‌شود. در این بازه، کدام آونگ‌ها به تشدید درمی‌آیند؟ (g = ۱۰ m/s²)

(۱) آونگ‌های C، D و E (۲) آونگ‌های B، C و A (۳) آونگ A و B (۴) فقط آونگ C

۸ بین حرکات نوسانگر هماهنگ ساده جرم - فنری و حرکات آونگ ساده کم‌دامنه‌ای تشدید رخ داده است. در صورتی که طول آونگ را نصف کنیم، ثابت فنر نوسانگر هماهنگ ساده را چند برابر کنیم تا دوباره بین حرکات آنها تشدید رخ دهد؟

$\omega = \omega$
 $\sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \times 2$

(۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$