



$$a = bq + r \quad 0 \leq r < b$$



۱۹- در تقسیم عدد فرد a بر ۹ باقیمانده برابر ۱۲ است، اگر $\frac{a+1}{۲}$ را بر ۱۹ تقسیم کنیم باقی مانده

چند است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

$$\begin{aligned}
 a &= \overbrace{19q}^{\text{فرد}} + 12 \rightarrow \frac{a+1}{2} = \frac{19q+13}{2} = \frac{19(2k+1)+13}{2} \\
 & \rightarrow q = 2k+1 \qquad \qquad \qquad = 19k+14
 \end{aligned}$$



۲۰- در تقسیم عدد a بر ۲۴ باقیمانده برابر ۷ است، اگر $\frac{a-1}{۲}$ را بر ۲۴ تقسیم کنیم باقی مانده چند

است؟

۱۵ یا ۳ یا ۴ ✓

۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۶ یا ۴ (۱)

$$a = 24q + 7 \rightarrow \frac{a-1}{2} = \frac{24q + 6}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q = 2k \\ q = 2k+1 \end{array} \right. \rightarrow \frac{a-1}{2} = \frac{24(2k) + 6}{2} = 24k + 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q = 2k \\ q = 2k+1 \end{array} \right. \rightarrow \frac{a-1}{2} = \frac{24(2k+1) + 6}{2} = 24k + 15$$



۲۱- در تقسیم عدد a بر b اگر $a - b = 148$ و باقیمانده برابر ۱۹ باشد آنگاه مجموع مقادیر

ممکن برای خارج قسمت کدام است؟

$$a = bq + r$$

$$9 \text{ (۴)}$$

$$6 \text{ (۳)}$$

$$16 \text{ (۲)}$$

$$12 \text{ (۱)}$$

$$148 + b = bq + 19$$

$$129 = b(q - 1) \rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q - 1 = 1 \rightarrow q = 2 \\ q - 1 = 4 \rightarrow q = 5 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 129 \times 1 \\ 258 \times 2 \end{array}$$



۲۲- در تقسیم عدد a بر ۸۰۰ اگر باقیمانده دو برابر مکعب خارج قسمت باشد، آنگاه چند مقدار

برای a ممکن است؟

$$a = ۸۰۰q + ۲q^۳ \quad (۴) \quad ۹$$

$$\begin{aligned} ۰ &\leq ۲q^۳ < ۸۰۰ & (۳) \quad ۶ \\ ۰ &\leq q^۳ < ۴۰۰ & (۲) \quad ۱۶ \\ ۰ &\leq q < ۷ & (۱) \quad ۱۲ \end{aligned}$$





نکته:

۱- عدد زوج به صورت $2k$ و عدد فرد به صورت $2k + 1$ نمایش داده می شود.

۲- از هر دو عدد متوالی یکی زوج است، در حالت کلی از هر n عدد متوالی دقیقاً یکی از آنها بر n بخش پذیر است.

۳- حاصلضرب n عدد متوالی بر $n!$ بخش پذیر است.



۱- ثابت کنید هر عدد به صورت $n^3 - n$ بر ۶ بخشپذیر است.

$$n^3 - n = n(n^2 - 1) = \underbrace{(n-1)n(n+1)}_{\sim \text{عدد متوالی}}$$

می دانیم حاصل ضرب \sim عدد متوالی بر ۶ = $3! = 6$ بخشپذیر است



۲- ثابت کنید هر عدد به صورت $n^5 - n$ بر ۶ بخشپذیر است.

$$n^5 - n = n(n^4 - 1) = n(n^2 - 1)(n^2 + 1) = \underbrace{(n-1)n(n+1)}_{\text{سه عدد متوالی}}(n^2 + 1)$$



۳- ثابت کنید باقیمانده تقسیم مربع عدد فرد در تقسیم بر ۸ برابر ۱ است.



۴- ثابت کنید باقیمانده تقسیم مربع عدد زوج در تقسیم بر ۸ برابر صفر یا ۴ است.



۵- ثابت کنید مربع هر عدد اول بزرگتر ۳ به صورت $3k + 1$ است.



۶- عدد زوج که مضرب ۴ نباشد را به کدام صورت می توان نمایش داد؟

$$۴k + ۲ \quad (۴)$$

$$۴k + ۱ \quad (۳)$$

$$۲k + ۴ \quad (۲)$$

$$۴k + ۳ \quad (۱)$$



۷- عدد فرد مضرب ۳ را به کدام صورت می توان نمایش داد؟

$$۶k + ۱ \quad (۴)$$

$$۶k + ۳ \quad (۳)$$

$$۳k + ۱ \quad (۲)$$

$$۲k + ۳ \quad (۱)$$



۸- ثابت کنید مربع کامل به صورت $3 + 7k$ نمی تواند باشد.



۹- اگر a عددی فرد و $a + 2$ بر b بخشپذیر باشد، آنگاه باقیمانده تقسیم عبارت $a^2 + b^2 + 3$ بر ۸ کدام است؟

۳ (۱)

۵ (۲)

۷ (۳)

۲ (۴)



۱۰- اگر a عددی زوج و $a + 1$ بر b بخشپذیر باشد، آنگاه باقیمانده تقسیم $a^2 + b^2 + 2$ بر 8

کدام است؟

(۱) ۱ یا ۵

(۲) ۲ یا ۳

(۳) ۷ یا ۳

(۴) فقط ۵



۱۱- اگر $(a, 12) = 1$ آنگاه بزرگترین عددی که $a^2 - 1$ همواره بر آن بخشپذیر باشد کدام است؟

۲۴ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۳۶ (۱)



۱۲- ثابت کنید اعداد اول همگی بصورت $4k+1$ یا $4k-1$ هستند. (بجز ۲)



۱۳- ثابت کنید اعداد اول بزرگتر از ۶ همگی بصورت $6k+1$ یا $6k-1$ هستند.



۱۴- اگر p عدد اول باشد و $p+1$ مربع کامل باشد، چند عدد برای p یافت می شود؟

(۱) صفر

(۲) یک

(۳) دو

(۴) بی شمار



۱۵- اگر n عدد اول سه رقمی باشد چند عدد اول در فاصله‌ی بین دو عدد $n!+2$ و $n!+n$ وجود دارد؟

(۳) حداقل ۲ عدد (۴) صفر

$$(۲) \frac{n-1}{۲}$$

(۱) n



۱۶- مجموع سه عدد اول متمایز برابر 2^4 شده است، حاصلضرب این اعداد کدام می تواند باشد؟

$$42 \text{ (۴)}$$

$$115 \text{ (۳)}$$

$$170 \text{ (۲)}$$

$$242 \text{ (۱)}$$



۱۷- اگر a, b, c سه عدد اول متمایز باشند و $a^2 - b^2 = c$ حاصل $a + b + c$ کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۶ (۲)

۱۰ (۱)

همنهشتی:

اگر دو عدد a و b در تقسیم بر m باقیمانده‌های برابر داشته باشند آنگاه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a = mq + r \\ b = mq' + r \end{array} \right\} \Leftrightarrow m|a - b \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{m}$$



۱- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید:

الف. $۱۲ \equiv ۳۷ \pmod{۵}$ ب. $۹۹ \equiv ۴۴ \pmod{۵۵}$

پ. $۵ \equiv -۳۷ \pmod{۲۱}$ ت. $۳۲ \equiv -۴۱ \pmod{۷}$

ث. $۱ \equiv (۲n - ۱)^۲ \pmod{۸}$ ج. $۴ \equiv (۳n - ۱)^۲ \pmod{۳}$



۲- اگر $a \equiv ۱۲ \pmod{۵}$ تمام اعداد یک رقمی که می‌توان به جای a قرار داد را بدست آورید.



۳- اگر $a \equiv 7 \pmod{11}$ آنگاه کدام گزاره نتیجه می شود؟

$$(۱) a \equiv 7 \pmod{11} \quad (۲) a - 7 \equiv 0 \pmod{11}$$

$$(۳) a + 7 \equiv 0 \pmod{11} \quad (۴) a - 11 \equiv 0 \pmod{7}$$



۴- اگر $۲۶ \equiv ۲۱ \pmod{m}$ آنگاه مقدار m را بیابید.



۵- اگر $۱۵ \equiv m^2 \pmod{۹۰}$ آنگاه مقدار m را بیابید.



۶- اگر $a \equiv 1 \pmod{8}$ آنگاه کدام گزاره نتیجه می شود؟

$$a = 8k + 1 \quad (۱) \quad a = 8k - 1 \quad (۲)$$

$$a = 4k + 1 \quad (۳) \quad a = 4k - 1 \quad (۴)$$



۷- اگر $a \equiv 2 \pmod{7}$ کوچکترین عدد سه رقمی که می‌توان به جای a قرار داد را بدست آورید.



۸- اگر $a \equiv 11 \pmod{13}$ آنگاه چند عدد دو رقمی می توان به جای a قرار داد؟

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)



نکته: همنهشتی به پیمانه‌ی m مجموعه‌ی اعداد صحیح را به m بخش جدا از هم افراز می‌کند که هر بخش یک کلاس همنهشتی نامیده می‌شود.



۹- کلاس همنهشتی $q[7]$ را به صورت مجموعه نمایش دهید.



۱۰- در کلاس همنهشتی $13[5]$ چند عدد دو رقمی وجود دارد؟

۸ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۵ (۴)



۱۱- کدام گزینه با بقیه متفاوت است؟

$$(1) [20]_{11}$$

$$(2) [9]_{11}$$

$$(3) [-13]_{11}$$

$$(4) [34]_{11}$$



۱۲- کدام عدد متعلق به کلاس همنهشتی $3[7]$ می باشد؟

۴۵۷۲ (۴)

۸۸۳۴ (۳)

۵۶۰۳ (۲)

۹۱۰۰۳ (۱)



۱۳- عدد ۱۴۰۳ متعلق به کدام کلاس هم نهشتی نیست؟

$$[۷]_۸ (۴)$$

$$[۶]_{۱۱} (۳)$$

$$[۳]_۵ (۲)$$

$$[۲۰]_۳ (۱)$$



۱۴- ثابت کنید:

$$a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow -a \equiv -b \pmod{m}$$



۱۵- ثابت کنید:

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} ka \equiv kb, ka \equiv kb \\ a^n \equiv b^n \\ a \pm c \equiv b \pm c \end{cases}$$

۱۶- ثابت کنید:

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a \equiv b \pm km$$





۱۷- ثابت کنید می‌توانیم دو رابطه‌ی هم‌نهشتی با پیمان‌های یکسان را با هم جمع کرده یا از هم کم کنیم:

$$a \equiv b, c \equiv d \Rightarrow a \pm c \equiv b \pm d, ac \equiv bd$$



۱۸- ثابت کنید

$$a \equiv b \pmod{mn} \Rightarrow a \equiv b \pmod{m}, a \equiv b \pmod{n}$$



۱۹- اگر $a \equiv 3 \pmod{8}$ باقیمانده‌ی تقسیم $4 + 5a$ بر ۸ کدام است؟

۱ (۱)

۳ (۲)

۷ (۳)

۵ (۴)



۲۰- اگر $a \equiv 3 \pmod{4}$ باقیمانده‌ی تقسیم $3a + 4$ بر ۱۲ کدام است؟

۱ (۱)

۱۱ (۲)

۷ (۳)

۵ (۴)



۲۱- اگر $a + 3 \equiv 0 \pmod{7}$ آنگاه باقیمانده‌ی تقسیم $3a^3 + 4a + 1$ بر ۷ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۵

(۲) ۲

(۱) ۱



۲۲- اگر $a + 3 \equiv 1 \pmod{5}$ آنگاه باقیمانده‌ی تقسیم $2a^3 - 2a + 5b + 3$ بر ۵ کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)



۲۳- باقیمانده‌ی تقسیم $3! + 5!$ بر ۷ کدام است؟

۱ (۱)

۳ (۲)

۵ (۳)

۴ صفر



۲۴- باقیمانده‌ی تقسیم $8!$ بر 11 کدام است؟

۶ (۱)

۳ (۲)

۵ (۳)

۲ (۴)



تعیین روزهای هفته:

باتوجه به اینکه هفته دارای هفت روز است، برای حل مسایلی که به تعیین روزهای هفته مربوط می شود، از همنهشتی به پیمانہ ۷ استفاده می کنیم.

۱- اگر اول فروردین یکشنبه باشد تعیین کنید چهارم آذر چند شنبه است؟



۲- اگر سوم اسفند در یک سال سه شنبه باشد تعیین کنید چهاردهم خرداد در همان سال چند شنبه بوده است؟



۳- ۵ شهریور سالی سه شنبه است, ۱۰ اسفند همان سال روز است.



۴- اگر در یک سال نهم اردیبهشت جمعه باشد تعیین کنید دومین پنج شنبه در ماه مهر، چندمین روز از ماه مهر است؟



مثال: حاصل همنهشتی‌های زیر را بدست آورید.

$$5) \quad 6^{97} \equiv 5 \pmod{5}$$

$$6) \quad 6^{97} \equiv 7 \pmod{7}$$

$$7) \quad 5^{98} \equiv 12 \pmod{12}$$

$$8) \quad 3101 \equiv 8 \pmod{8}$$

پویش علمی
جهاد

$$9) 4101 \equiv 15$$

$$10) 399 \equiv 14$$

$$11) 21000 \equiv 7$$

$$12) 31398 \equiv 16$$



پوینتر علمی
جهاد



$$۱۲ \equiv ۷^{۱۳۹۹} \pmod{۱۳}$$

$$۱۵ \equiv ۷^{۳۰} \pmod{۱۴}$$



پوینتر علمی
جهاد



$$15) 5^{14 \cdot 2} \equiv 31$$

$$16) 11^{55} \equiv 61$$



۱۷- اگر $a + 7^{13}$ بر ۱۲ بخشپذیر باشد آنگاه کوچکترین عدد طبیعی a کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)



۱۸- اگر $m + 5^{13}$ بر ۱۳ بخشپذیر باشد آنگاه کوچکترین عدد طبیعی دو رقمی m کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۸ (۳)

۲۱ (۲)

۱۵ (۱)



۱۹- اگر $a + 7^{13}$ بر 2^3 بخشپذیر باشد آنگاه کوچکترین عدد طبیعی a کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)



۲۰- باقیمانده تقسیم 3^{18} بر 31 کدام است؟

۴ (۱)

۸ (۲)

۳۰ (۳)

۲۵ (۴)



۲۱- باقیمانده تقسیم 5^{20} بر ۴۱ کدام است؟

۴ (۱)

۸ (۲)

۱ (۳)

۷ (۴)



۲۲- اگر عدد $1 - 5^n$ بر ۱۳ بخش پذیر باشد کوچکترین مقدار n کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۱۲ (۱)



۲۳- اگر عدد $3^n - 1$ بر ۱۱ بخش پذیر باشد کوچکترین مقدار n کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)



۲۴- اگر $7^n - 1$ بر ۲۵ بخشپذیر باشد، آنگاه n به کدام صورت است؟

$$4k \quad (۴)$$

$$6k \quad (۳)$$

$$3k \quad (۲)$$

$$5k \quad (۱)$$



۲۵- چند عدد دو رقمی n وجود دارد که عدد $1 - 8^n$ بر ۱۹ بخشپذیر است؟

۱۶ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۱۵ (۱)



۲۶- اگر $5^n - 1$ بر ۱۳ بخشپذیر باشد تعداد اعداد ۲ رقمی n کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۲۳ (۲)

۲۲ (۱)



۲۷- اگر $42 + 7^n$ بر 43 بخشپذیر باشد تعداد اعداد طبیعی کمتر از ۵۰ برای n کدام است؟

۶ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

