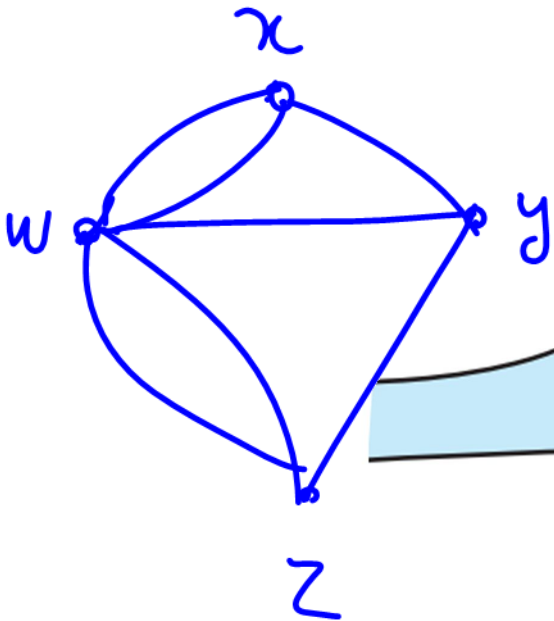
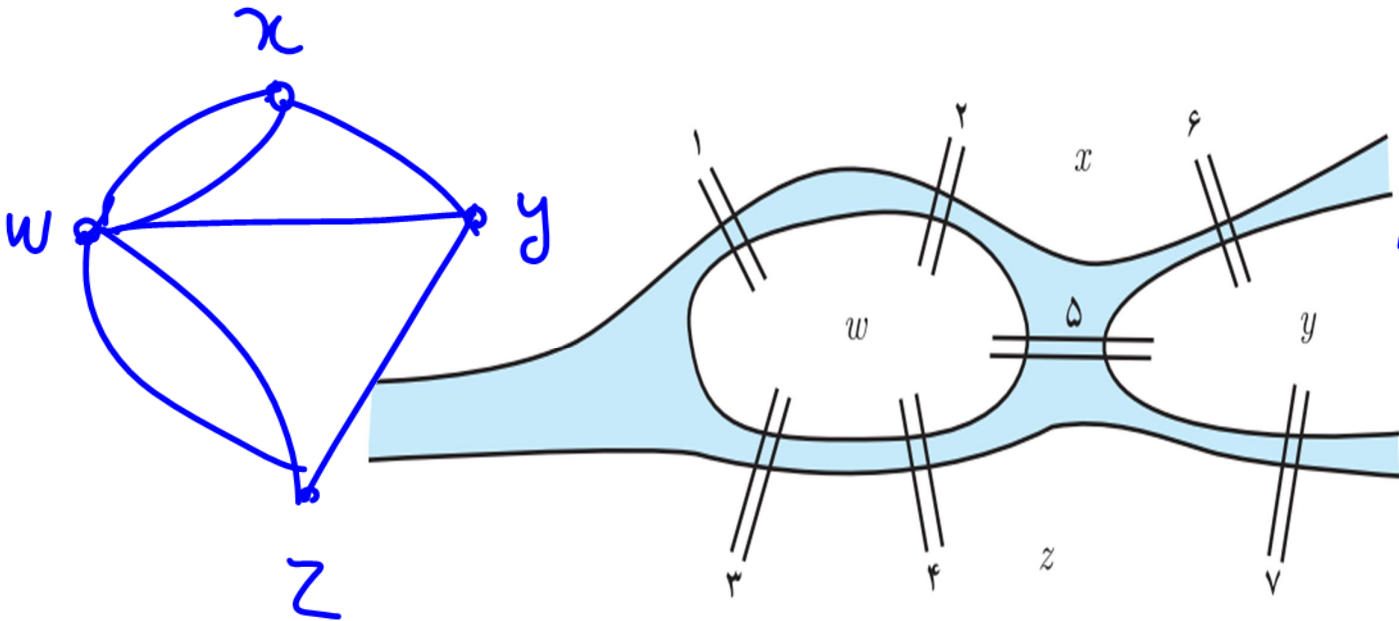
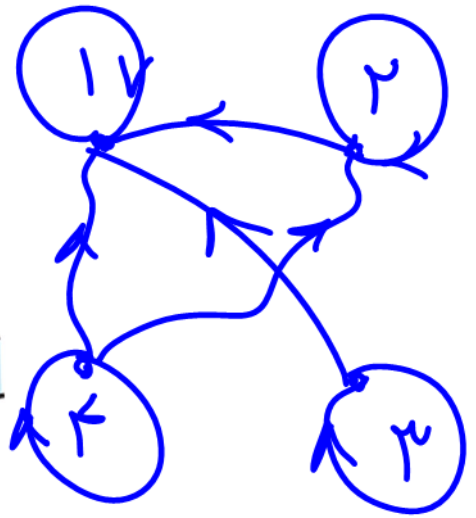




فصل دوم

گراف و مدل سازی



گراف ساده:

هر گراف ساده‌ی G شامل دو مجموعه‌ی V و E است.

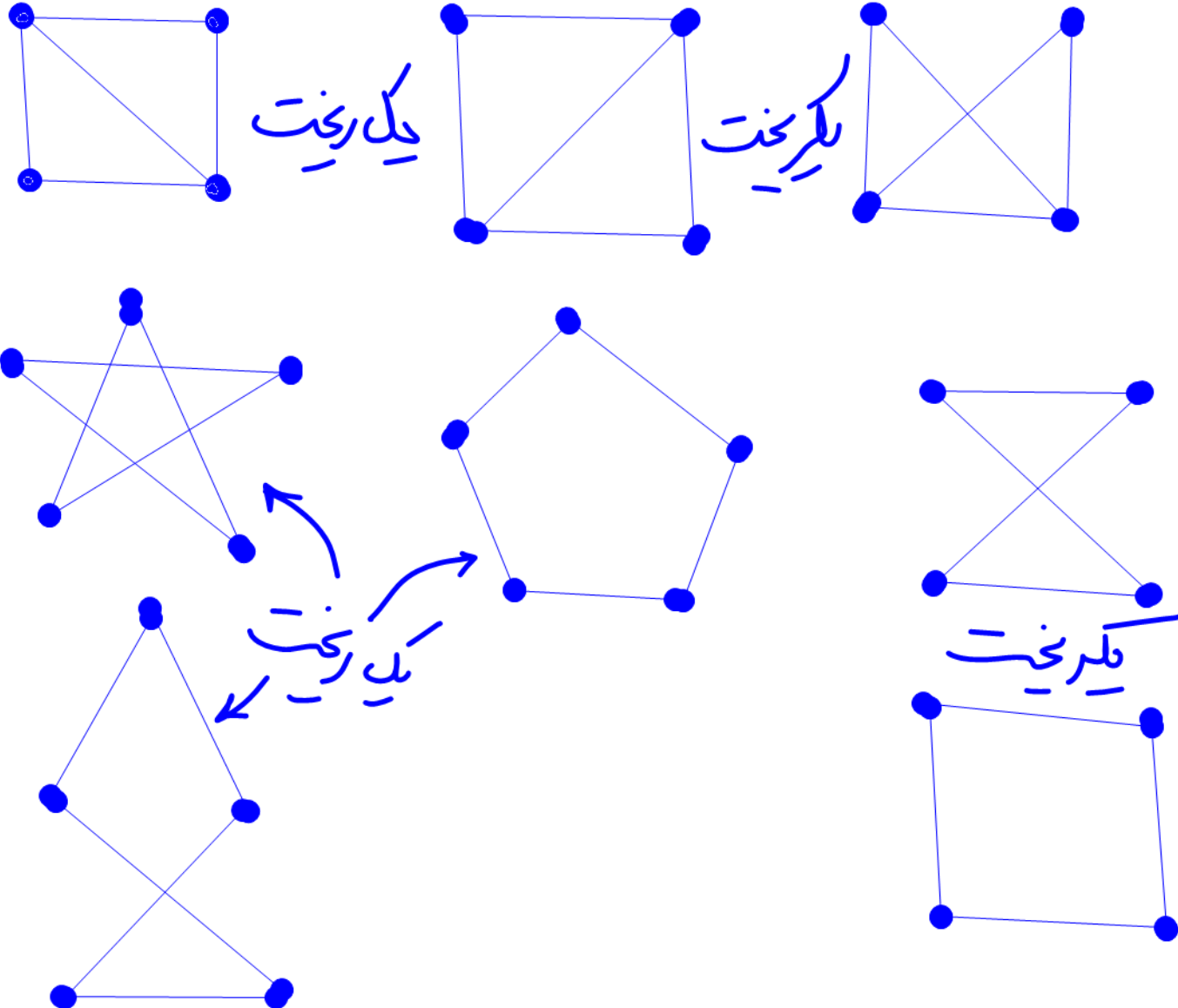
مجموعه‌ی V مجموعه‌ی رأس‌های گراف است. $V = \{V_1, V_2, \dots, V_p\}$

مجموعه‌ی E مجموعه‌ی یال‌های گراف است که هر یال دو رأس از گراف را به هم وصل می‌کند.

$$E = \{V_1V_2, V_1V_3 \dots, V_{p-1}V_p\}$$

مثال 1: گرافی با 3 رأس و 2 یال رسم کنید.

مثال 2: گرافی با 4 رأس و 5 یال رسم کنید.





نکته: الف. در گراف جهت دار یال ها را به صورت زوج مرتب نشان می دهند:

$$E = \{(V_1, V_2), (V_2, V_1), (V_1, V_3), \dots\}$$

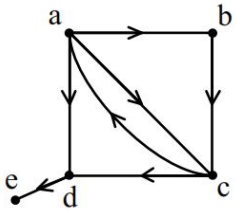
تست 3: گراف جهت دار G در شکل مقابل رسم شده است، کدام گزینه درست است؟

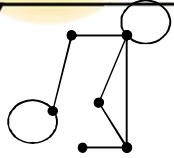
(1) $(a, c) \in E(G)$ ✓

(2) $(b, a) \in E(G)$

(3) $(e, d) \in E(G)$

(4) $(d, a) \in E(G)$





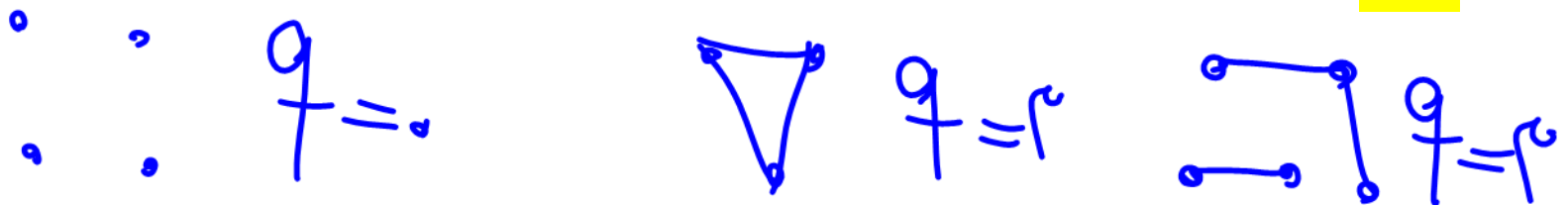
ب. در بعضی از گراف های غیر ساده، ممکن است راس ها را به خوشان وصل کنیم:

«طوقه»

مرتبه: تعداد راس های گراف است که معمولا با p نمایش داده می شود. پس $p = n(V) = |V|$

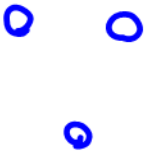


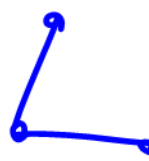
اندازه: تعداد یال های گراف است که با q نمایش می دهیم و $q = n(E) = |E|$



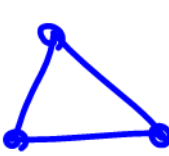


مثال 4: تمام گراف های با مرتبه ی 3 را رسم کنید.

$$q=0$$


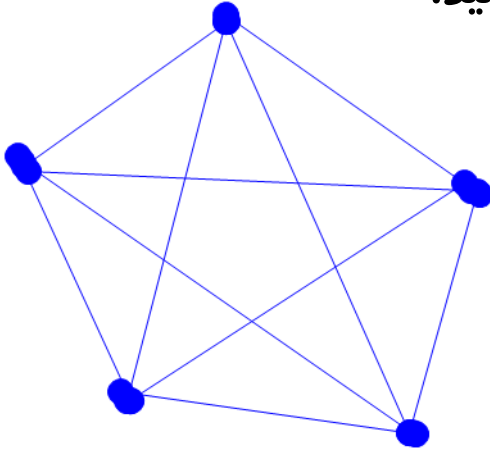
$$q=2$$


$$q=1$$


$$q=3$$




مثال 5: گرافی از مرتبه‌ی 5 و حداکثر اندازه‌ی ممکن رسم کنید.



$$q = 10$$



نکته: در هر گراف با مرتبه‌ی P و اندازه‌ی q داریم:

$$0 \leq q \leq \frac{p(p-1)}{2}$$

$$p=9 \rightarrow 0 \leq q \leq 15$$



تست 6: در گرافی با 25 یال حداقل مقدار ممکن برای مرتبه کدام است؟

$$\frac{25 \times 24}{2} \quad (2)$$

$$25 \quad (1)$$

$$7 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$25 \leq \frac{p(p-1)}{2}$$

$$50 \leq p^2 - p \rightarrow p \geq 1$$



تست 7: گرافی با مرتبه‌ی $P = 9$ حداکثر چند یال دارد؟

9 (1) 36 (2) ✓

45 (3) 25 (4)

$$9 \leq \frac{9 \times 1}{2}$$

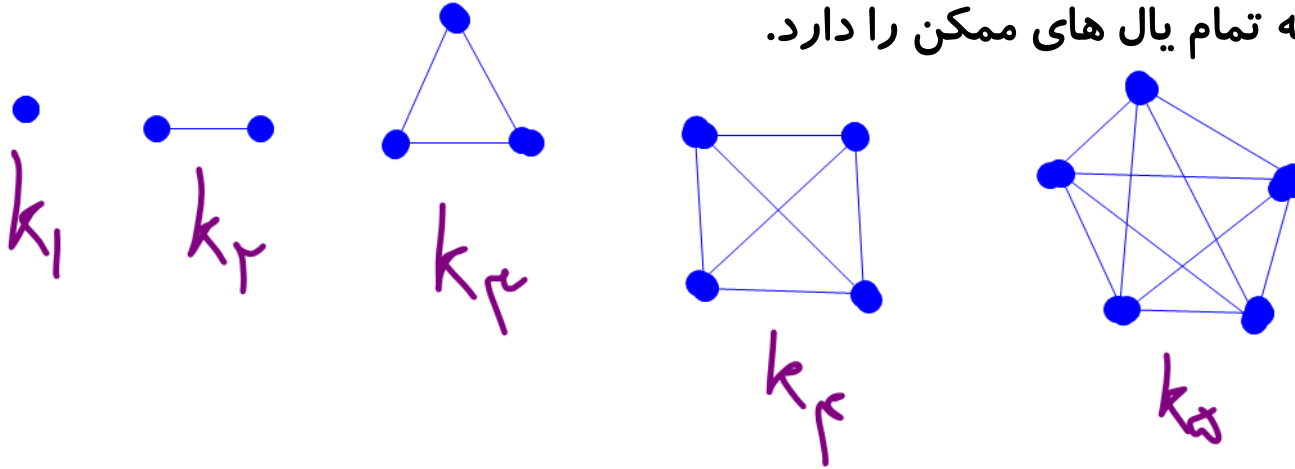
$$9 \leq 4.5$$



گراف تهی: گرافی که در آن $q=0$ تهی نامیده می شود.



گراف کامل: گرافی که تمام یال های ممکن را دارد.





نکته: در گراف کامل با مرتبه ی p داریم:

$$q_k = \frac{p(p-1)}{2}$$

تست 8: در یک گراف کامل مجموع مرتبه و اندازه 45 است. اندازه ی این گراف کدام است؟

10 (4

28 (3

9 (2

36 (1 ✓

$$p + q = 45$$

$$p + \frac{p(p-1)}{2} = 45 \rightarrow 2p + (p^2 - p) = 45 \times 2$$

$$p^2 + p - 90 = 0 \rightarrow \begin{cases} p = 9 \\ p = -10 \end{cases} \rightarrow q = 36$$

ح. ق. ق.



تست 9: در یک گراف کامل اندازه سه برابر مرتبه است. اندازه‌ی این گراف کدام است؟

$$f = 2p \quad \text{و} \quad \frac{P(P-1)}{2} = 2p$$

$$\Rightarrow P-1 = 4 \rightarrow P = 5$$

$$f = 21$$

9 (2

36 (1

45 (4

21 (3



تست 10: تفاضل اندازه یک گراف کامل از مرتبه n و گرافی از مرتبه $n + 1$ کدام است؟

$$n + 1 \quad (2)$$

$$n \quad (1)$$

$$2n \quad (4)$$

$$n - 1 \quad (3)$$

$$\frac{(n+1)n}{2} - \frac{n(n-1)}{2} =$$

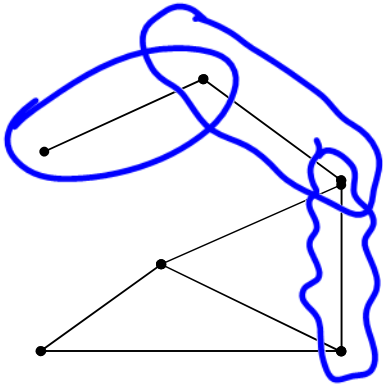
$$\frac{(n^2+n) - (n^2-n)}{2} = \frac{2n}{2} = n$$



دو رأس مجاور (همسایه): در هر گراف ساده دو رأس را مجاور می نامیم هر گاه توسط یالی به هم وصل شده باشند.

مثال 11: در گراف شکل مقابل چند جفت رأس مجاور وجود دارد؟

به تعداد یال ها = 7





تست 12: در یک گراف کامل از مرتبه n چند جفت راس مجاور وجود دارد؟

$$n^2 (4)$$

$$\binom{n}{2} (3)$$

$$2n (2)$$

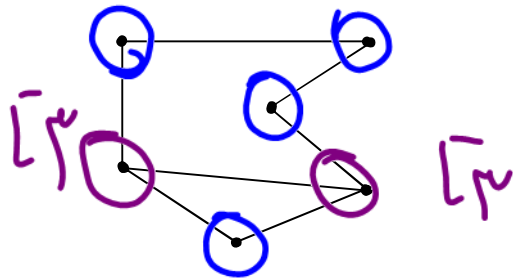
$$n (1)$$

$$9 = \frac{n(n-1)}{2}$$



دو یال مجاور: در هر گراف ساده دو یال را مجاور می نامیم، هر گاه راسی وجود داشته باشد که هر دوی آن یالها به آن متصل باشند.

مثال 13: در گراف شکل مقابل چند جفت یال مجاور وجود دارد؟



۱۰ = جواب



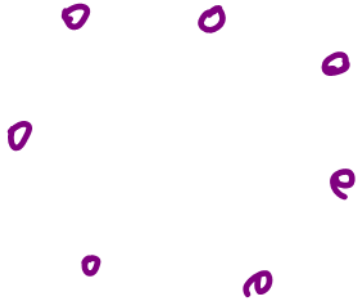
تست 14: در یک گراف تهی از مرتبه 7 چند جفت یال مجاور وجود دارد؟

6 (2

7 (1

4 (✓ صفر

21 (3





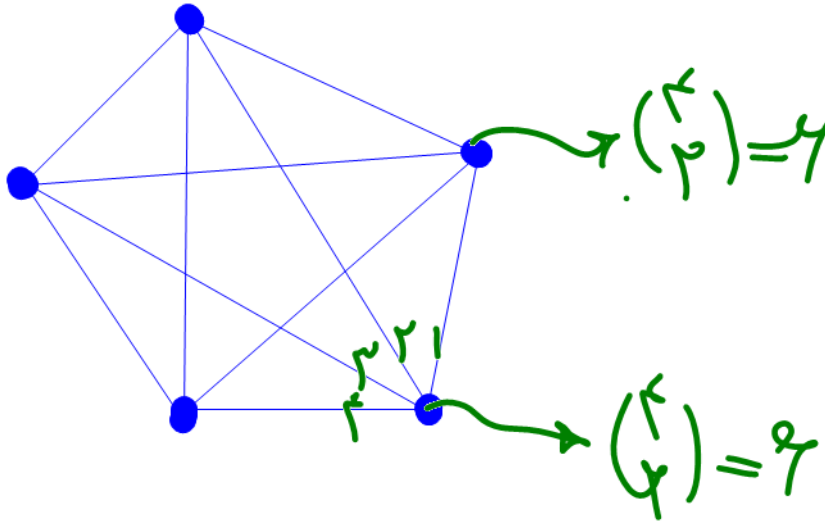
تست 15: در یک گراف کامل از مرتبه 5 چند جفت یال مجاور وجود دارد؟

63 (2

36 (1

45 (4

30 (3 ✓



$$4 \times 6 = 24 \text{ جواب}$$



تست 16: یک گراف از مرتبه 7 و اندازه 6 حداقل چند جفت یال مجاور دارد؟

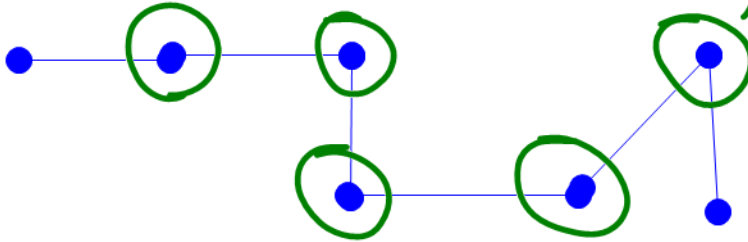
4 (2

3 (1

6 (4

5 (3 ✓

یک جفت یال مجاور





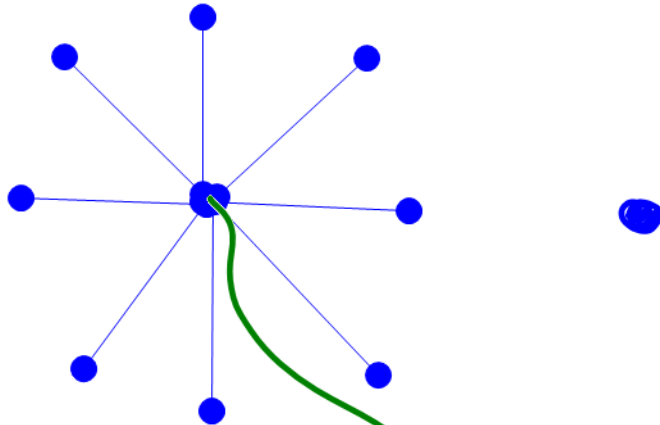
تست 17: یک گراف از مرتبه 10 و اندازه 8 حداکثر چند جفت یال مجاور دارد؟

28 (2) ✓

32 (1)

24 (4)

26 (3)



$$\text{تعداد جفت ها} = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$



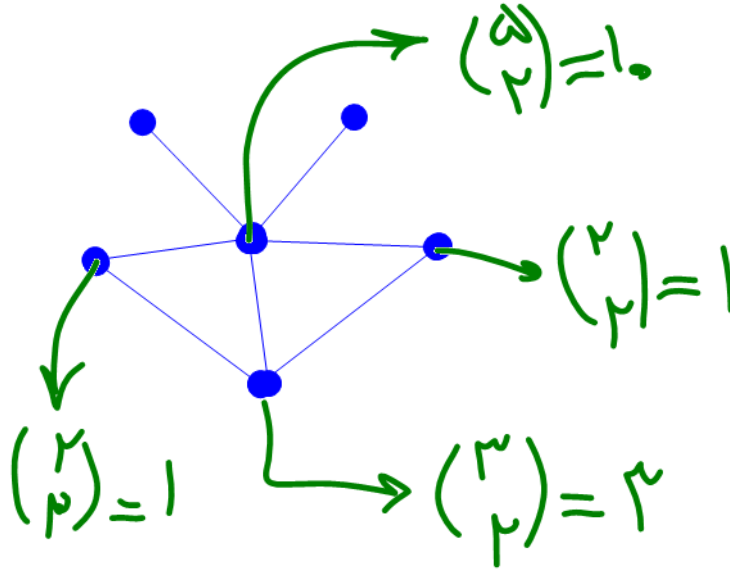
تست 18: یک گراف از مرتبه 6 و اندازه 7 حداکثر چند جفت یال مجاور دارد؟

12 (2

21 (1

18 (4

15 (3 ✓



۱۵ = جواب



تست 19: در یک گراف از مرتبه 6 اگر 15 جفت راس مجاور داشته باشیم، چند جفت یال مجاور

وجود دارد؟

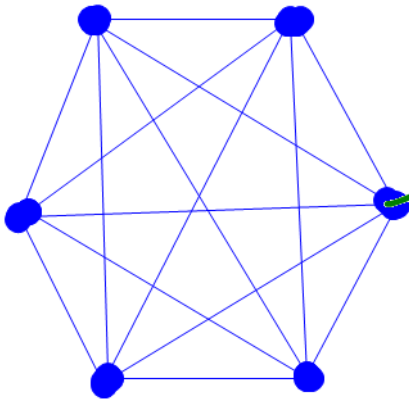
90 (1)

45 (3)

63 (2)

60 (4) ✓

$$\text{تعداد یال} = 15$$



$$= 10 = \binom{5}{2} = \text{جفت یال مجاور}$$

$$= 60 = 6 \times 10 = \text{جواب}$$



تست 20: در یک گراف از مرتبه 5 اگر 9 جفت راس مجاور داشته باشیم، چند جفت یال مجاور وجود

دارد؟

27 (1)

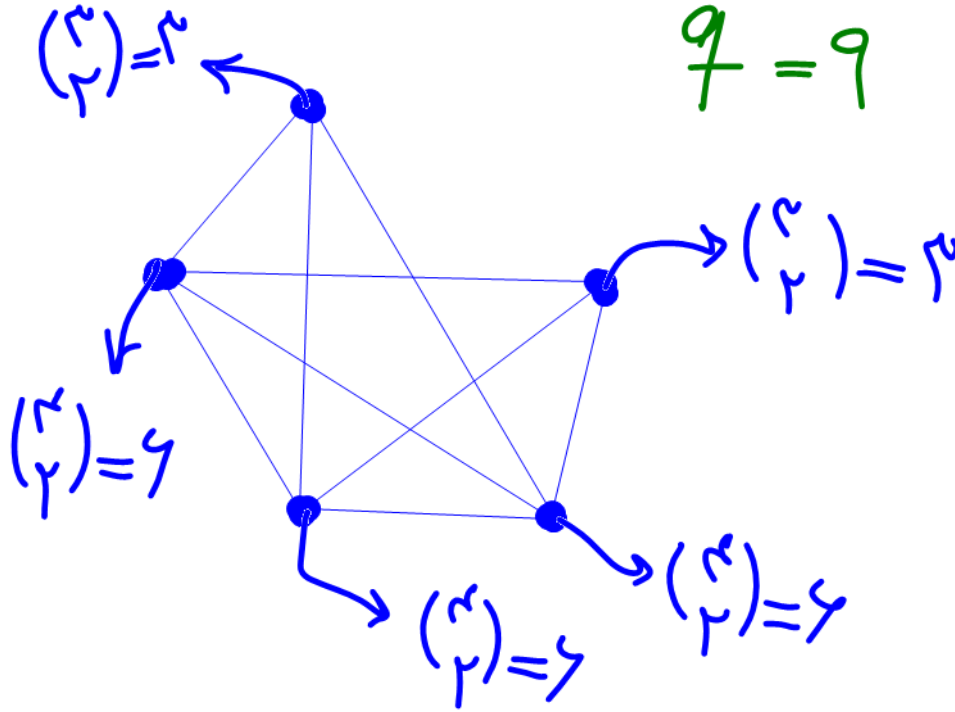
30 (3)

29 (2)

24 (4) ✓

۲۴ = جواب

$$9 = 9$$





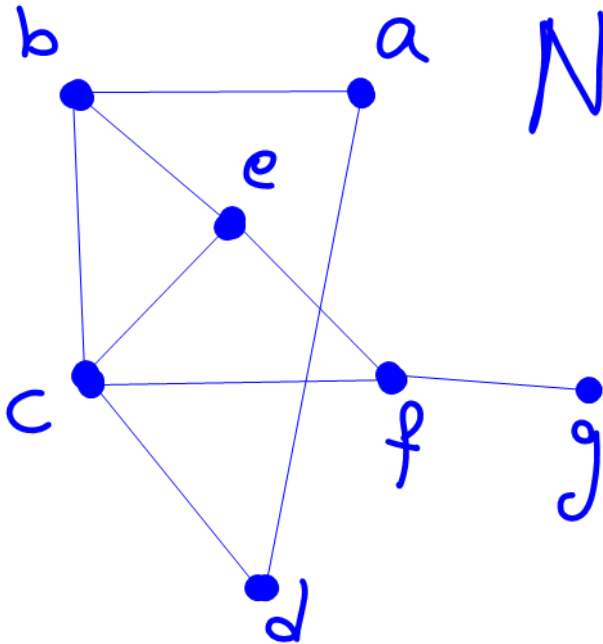
مجموعه ی همسایه های یک رأس: در هر گراف ساده به مجموعه ی رأس هایی از گراف که با رأس v مجاور هستند ، همسایگی باز رأس v می گوئیم و با $N_G(v)$ نمایش می دهیم.

$$N_G(a) = \{b, d\} \quad N_G(c) = \{b, e, f, d\}$$

اگر خود رأس v را به همسایگی باز آن اضافه کنیم ، همسایگی بسته رأس v بدست می آید که با $N_G[v]$ نمایش می دهیم.

$$N_G[a] = \{a, b, d\}$$

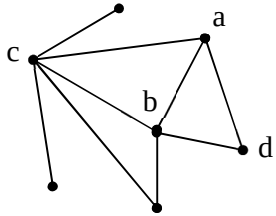
$$N_G[g] = \{f, g\}$$





مثال 1: در گراف شکل مقابل حاصل $|N_G(a)| + |N_G(b)| + |N_G[c]| - |N_G[d]|$ را بیابید.

$$3 + 4 + (5+1) - (2+1) = 10$$

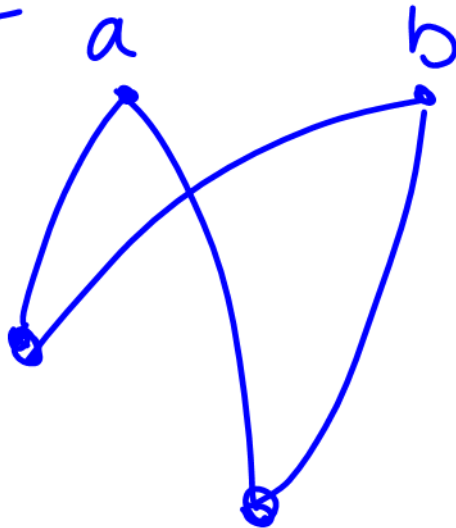




مثال 2: در گراف ساده از مرتبه 5 با راس های $\{a, b, c, d, e\}$ اگر $N_G(a) = N_G(b)$ و

$|N_G(a)| = 2$ آنگاه حداقل تعداد یال ها را بیابید.

یال ها را اندازیم

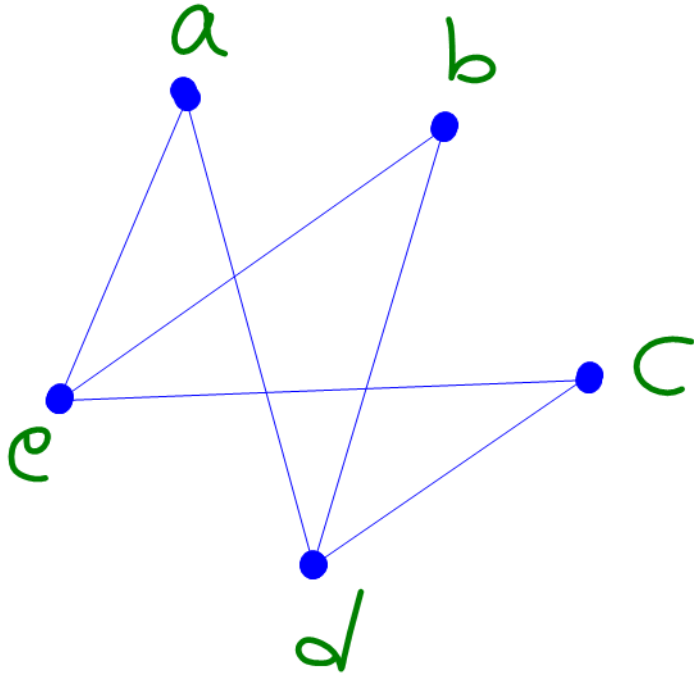


$$\min(g) = 4$$

9



مثال 3: در گراف ساده از مرتبه 5 با راس های $\{a, b, c, d, e\}$ اگر $N_G(a) = N_G(b) = N_G(c)$ و $|N_G(a)| = 2$ آنگاه حداقل تعداد یال ها را بیابید.

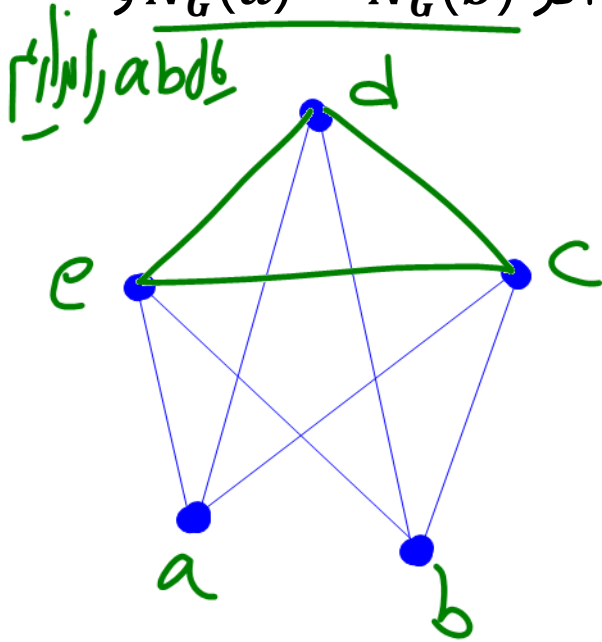


$$\min(q) = 9$$



مثال 4: در گراف ساده از مرتبه 5 با راس های $\{a, b, c, d, e\}$ اگر $N_G(a) = N_G(b)$ و

$|N_G(a)| = 3$ آنگاه حداکثر تعداد یال ها را بیابید.

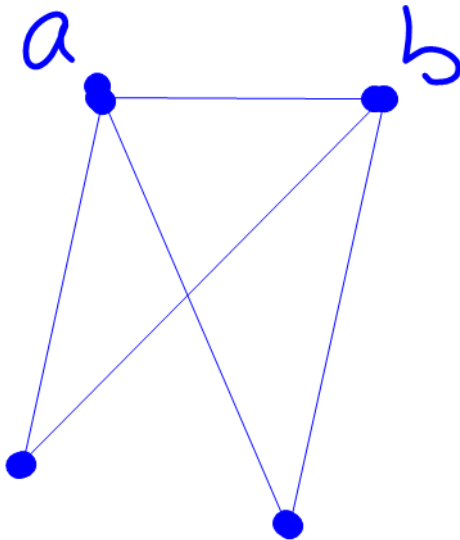


$$\max(q) = 9$$



مثال 5: در گراف ساده از مرتبه 6 با راس های $\{a, b, c, d, e, f\}$

اگر $N_G[a] = N_G[b]$ و $|N_G(a)| = 3$ آنگاه حداقل تعداد جفت راس های مجاور را بیابید.



همان اندازه

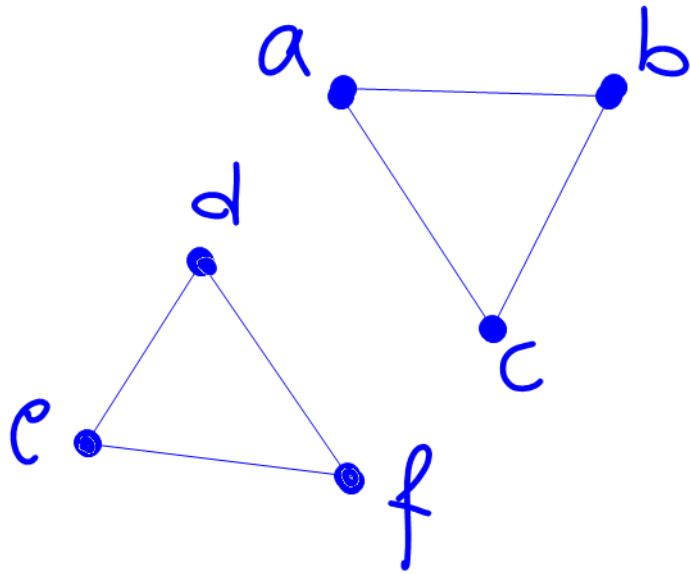
$$\min(q) = 2$$

یا با a داریم!



مثال 7: در گراف ساده از مرتبه 6 با راس های $\{a, b, c, d, e, f\}$

اگر $N_G[a] = N_G[b] = N_G[c]$ و $|N_G[a]| = 3$ آنگاه حداکثر تعداد یال ها را بیابید.



یال های a, b, c و a, c و a, b و a, c

$$N[a] = \{a, b, c\}$$

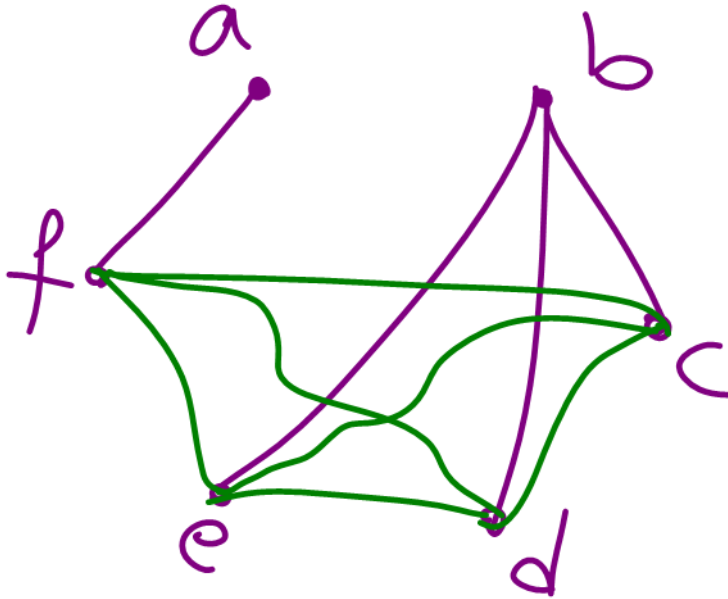
$$\max(q) = 9$$



مثال 8: در گراف ساده از مرتبه 6 با راس های $\{a, b, c, d, e, f\}$

اگر $N_G(a) \cap N_G(b) = \emptyset$ و $|N_G[a]| = 2$ آنگاه حداکثر تعداد یال ها را بیابید.

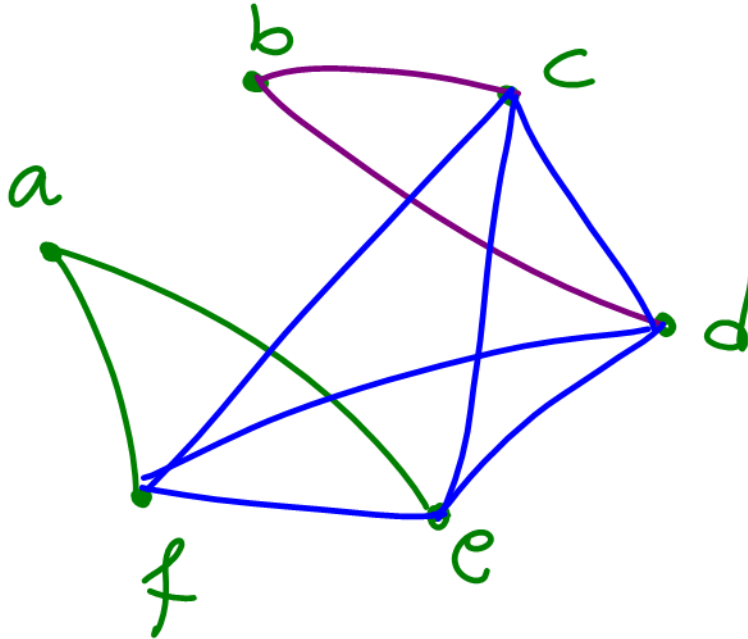
$$\max(q) = 1$$





مثال 9: در گراف ساده از مرتبه 6 با راس های $\{a, b, c, d, e, f\}$

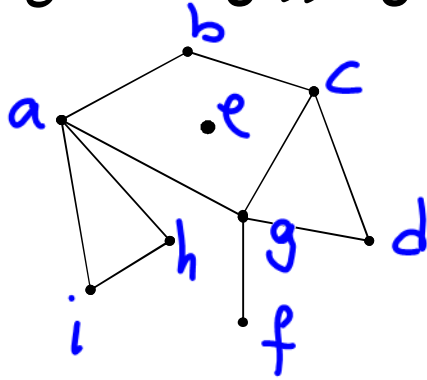
اگر $N_G[a] \cap N_G[b] = \phi$ و $|N_G[a]| = 3$ آنگاه حداکثر تعداد یال ها را بیابید.



$$\max(q) = 1$$



درجه‌ی رأس: در هر گراف ساده تعداد یال‌هایی که از یک رأس مفروض مانند a می‌گذرد، درجه‌ی آن رأس نام دارد که با $\deg(a)$ یا $d(a)$ نشان می‌دهند.



$$d(a) = 4 \quad d(b) = 2$$

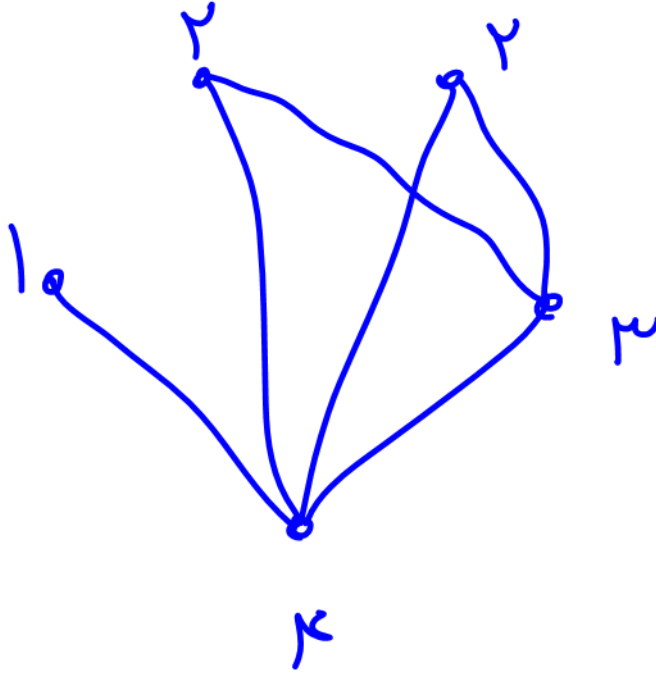
$$d(c) = 4 \quad d(e) = 0$$

$$d(h) = 3 \quad d(g) = 4$$

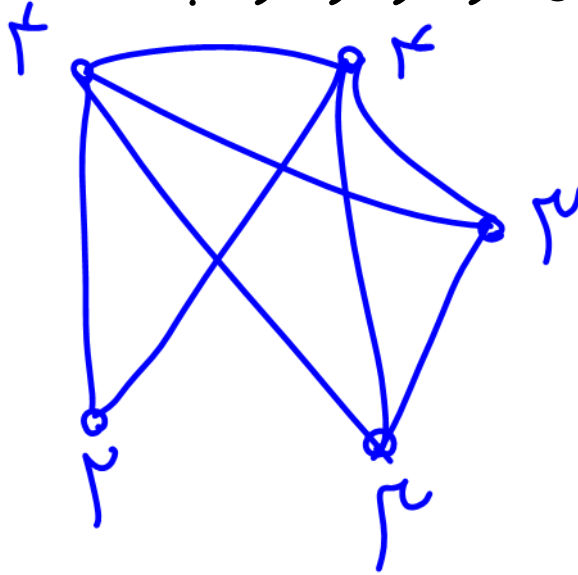
$$d(f) = 1 \quad d(h) = 3, \quad d(i) = 2$$



مثال 10: گرافی با 5 رأس رسم کنید که درجه‌ی رأس‌های آن 4 و 3 و 2 و 2 و 1 باشد.

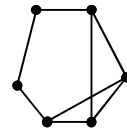


مثال 11: گرافی رسم کنید که درجه‌ی رأس‌های آن 4 و 4 و 3 و 3 و 2 باشد.

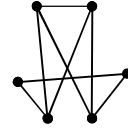




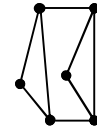
تست 12: درجه‌ی راس‌ها در کدام گزینه با بقیه متفاوت است؟



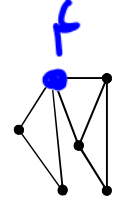
(4)



(3)



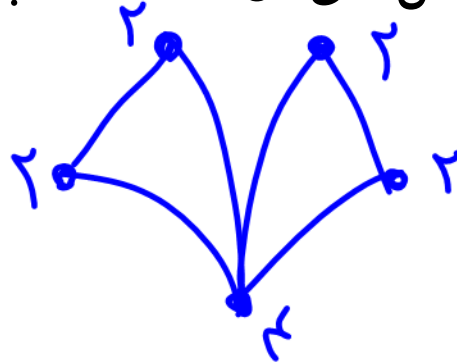
(2)



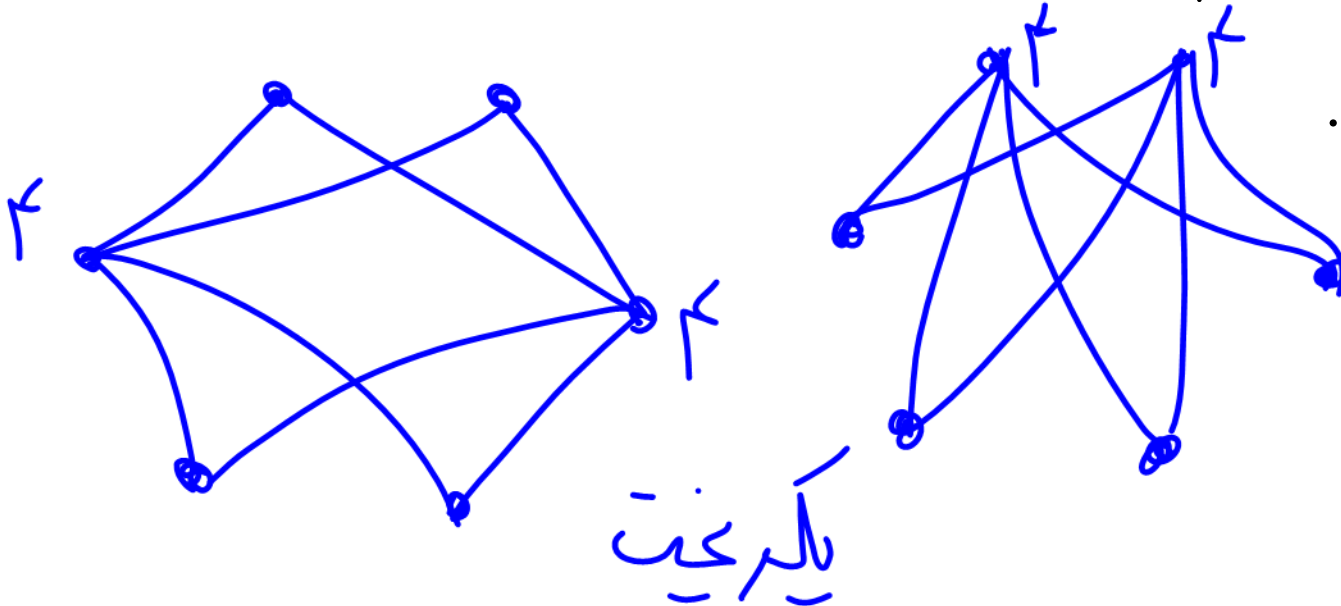
(1) ✓



مثال 13: گرافی با 5 رأس رسم کنید که درجه‌ی رأس‌های آن 4, 2, 2, 2, 2 باشد.



مثال 14: گرافی رسم کنید که درجه‌ی رأس‌های آن 4, 4, 2, 2, 2, 2 باشد و دو رأس بادرجه بزرگتر، مجاور نباشند.



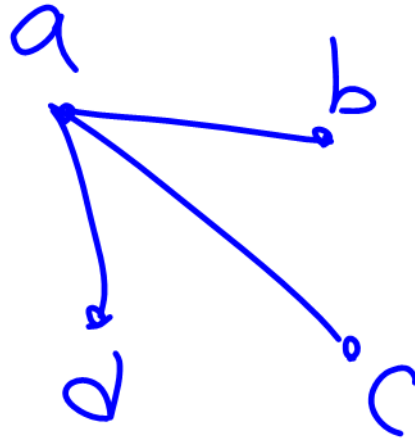
تکلیف



مثال 15: گرافی با 4 رأس رسم کنید که در آن داشته باشیم:

$$|N_G(a)| = 3, \quad d(b) = 1, \quad |N_G[c]| = 2, \quad |N_G[d]| = 2$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{d(c)=1} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{d(d)=1}$



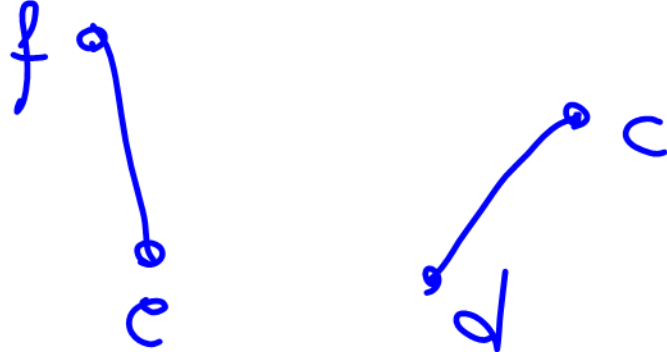


مثال 16: در گراف ساده از مرتبه 6 با راس های $\{a, b, c, d, e, f\}$ اگر

$N_G[a] = N_G[b]$ و راس درجه صفر نداشته باشیم، آنگاه حداقل چند یال وجود دارد؟
 یال a به b رسم شده است



$$\min(g) = 2$$





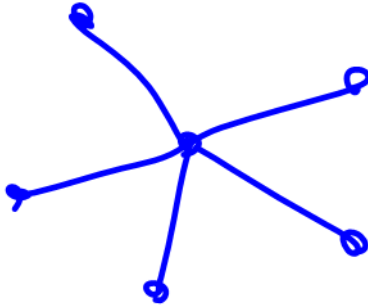
تست 17: یک گراف از مرتبه 8 و اندازه 5 اگر 10 جفت یال مجاور داشته باشد،

چند راس درجه صفر دارد؟

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4
- ✓ (3) 2

$$10 = \binom{5}{2}$$

0 0





ویژگی های درجه‌ی رأس های گراف ساده:

(1) درجه‌ی هر رأس گراف حداکثر برابر $p-1$ است.

$$0 \leq d(v_i) \leq p-1$$

(2) جمع درجه‌ی رأس‌ها در هر گراف دو برابر تعداد یال‌هاست.

$$\sum_{i=1}^p d(v_i) = 2q$$

$$4, 4, 2, 2, 2$$

$$14 = 2q \rightarrow q = 7$$



$$\left. \begin{array}{l} \delta \leq d(v_1) \leq \Delta \\ \delta \leq d(v_2) \leq \Delta \\ \vdots \\ \delta \leq d(v_p) \leq \Delta \end{array} \right\}$$

(3) اگر Δ بزرگترین و δ کوچکترین درجه‌ی راس‌ها باشند، آنگاه داریم:

$$0 \leq \delta \leq d(v_i) \leq \Delta \leq p-1$$

$$\delta \leq \frac{\sum d(v_i)}{p} \leq \Delta \Leftrightarrow \delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$$

میانگین
درجه‌ها $= \frac{2q}{p}$

(4) تعداد راس‌های با درجه‌ی فرد در هر گراف، همواره عددی زوج است.

(5) در گراف تهی درجه‌ی همه‌ی راس‌ها برابر صفر و در گراف کامل درجه‌ی همه‌ی راس‌ها

برابر $p-1$ است.



(6) اگر $\Delta = p - 1$ یعنی یک راس به همه‌ی راسها متصل شده (راس فول)، پس

در این گراف $\delta \neq 0$ یعنی راس تهی یا منزوی یا ایزوله نداریم.

(7) در بین درجه‌ی راس‌های هر گرافی حتما درجه‌ی راس تکراری داریم.



تست 1: چند گراف می توان رسم کرد که درجه ی رأس های آن به صورت 4,3,3,2,1 باشد؟

سر رأس درجه فرد

1 (1

3 (2

2 (3

هیچ (4 ✓



تست 2: درجه‌ی رأس‌های یک گراف ساده به صورت $5, 5, 4, 3, x, 2$ است. x کدام است؟

فول



فرد

2 (2

1 (1

5 (4

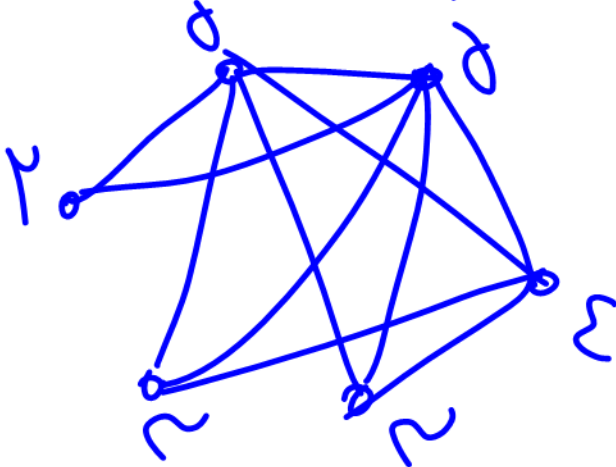
3 (3 ✓

$5, 5, 4, 3, x, 2$



$$x \text{ فرد} \begin{cases} x=1 \times \\ x=2 \\ x=5 \times \end{cases}$$

$1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5$





تست 3: در یک گراف کامل از مرتبه $P = 8$ حاصل $\delta + \Delta$ چقدر است؟

16 (2

15 (1

7 (4

14 (3 ✓



تست 4: در یک گراف با $P = 8$ اگر برای تمام راس ها ، همسایگی بسته دارای 5 عضو باشد ، تعداد

یال ها کدام است؟

15 (2)

16 (1) ✓

21 (4)

10 (3)

$$۴ = \text{درجه}$$

$$۳۲ = ۱ \times ۴ = \text{جمع درجه ها}$$

$$۲۹ = ۳۲ \rightarrow ۹ = ۱۶$$



تست 5: در یک گراف کامل، اگر برای تمام راس ها ، همسایگی باز دارای 7 عضو

باشد ، تعداد یال ها کدام است؟

45 (2

28 (1 ✓

21 (4

36 (3

$$V = 7$$

$$P - 1 = 7$$

$$P = 8$$

$$E = \frac{P(P-1)}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$



تست 6: در یک گراف با $p = 8$ و $q = 14$ حداقل مقدار Δ کدام است؟

3 (1) 4 (2) ✓

5 (3) 7 (4)

$$\frac{14}{8} \leq \Delta$$

$$\frac{14}{8} \leq \Delta$$

$$1.75 \leq \Delta$$



تست 7: در یک گراف با $p = 7$ و $q = 15$ حداکثر مقدار δ کدام است؟

3 (1)

4 (2) ✓

5 (3)

6 (4)

$$\delta \leq \frac{2q}{p}$$

$$\delta \leq \frac{2 \times 15}{7}$$

$$\delta \leq 4,2$$



تست 8: در گرافی با 15 رأس و 14 یال حداکثر چند رأس درجه صفر وجود دارد؟

فرض کنیم برابر ۱۴ یال نیاز به ۱۱ رأس داشته باشیم.

7 (1) 8 (2)

9 (3) 10 (4)

$$n \geq 9 \rightarrow n(n-1) \leq 28 \rightarrow \frac{n(n-1)}{2} \leq 14$$

یعنی حداقل ۹ رأس برابر رسم ۱۴ یال لازم است.

$$\text{رأس درجه صفر} = 15 - 9 = 6$$



تست 9: در گرافی با 6 رأس اگر رأس درجهٔ صفر داشته باشد، تعداد یالها حداکثر چقدر است؟

12 (2

14 (1

10 (4 ✓

9 (3

صفر



$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$



تست 10: درجه‌ی راس‌های یک گراف به صورت $4, 3, 3, 2, 2, \dots, 2, 1, 1$ ^{۲۲} است.

اگر $q = 11$ مرتبه‌ی این گراف چند است؟

11 (2

10 (1 ✓

9 (4

12 (3



تست 11: در یک گراف ساده از مرتبه‌ی $p = 11$ درجه‌ی راس‌ها به صورت $5, 3, 3, \dots, 3, 2, 2, \dots, 2$ است، اگر $q = 14$ باشد، تعداد راس‌های با درجه‌ی 2 در این گراف چقدر است؟

7 (1) ✓
5 (2)
3 (3)
9 (4)

$$11 = \text{مرتبه} \rightarrow 1 + y + x = 11$$

$$q = 14 \rightarrow 2 + 3y + 2x = 21$$

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$$

$$x = 7$$



تست 12: در یک گراف ساده از مرتبه‌ی $p = 11$ درجه‌ی راس‌ها برابر 3 یا 4 است.

اگر $q = 19$ تعداد راس‌های با درجه‌ی زوج در این گراف کدام است؟

7 (1)

5 (2) ✓

3 (3)

9 (4)

$$\underbrace{4, 4, \dots, 4}_x \text{ و } \underbrace{2, 2, \dots, 2}_y$$

$$\begin{aligned} p = 11 &\rightarrow x + y = 11 \\ q = 19 &\rightarrow 4x + 2y = 19 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 11 \\ 4x + 2y = 19 \end{cases}$$

$$x = 5$$



مثال 13: در یک گراف ساده از مرتبه‌ی 9 اگر $\Delta = \delta + 1 = 3$ آنگاه حداقل و حداکثر تعداد یال‌ها

چقدر است؟

$$\underline{\Delta = 2} \text{ و } \underline{\delta = 2}$$

$$\min: 2, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2 \rightarrow q = \frac{20}{2} = 10$$

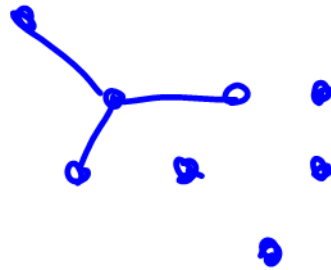
$$\max: 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2 \rightarrow q = \frac{24}{2} = 12$$



مثال 14: در یک گراف ساده از مرتبه 8 اگر $\Delta = 3$ آنگاه حداقل و حداکثر تعداد یال ها چقدر

است؟ $\max(q) : 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2 \rightarrow q = \frac{2 \times 8}{2} = 8$

$\min(q) : 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 \rightarrow q = 3$





مثال 15: در یک گراف ساده از مرتبه‌ی 8 اگر $\delta = 3$ آنگاه حداقل و حداکثر تعداد یال‌ها چقدر

است؟ $\min(q) : 4, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3 \rightarrow q = \frac{24}{2} = 12$

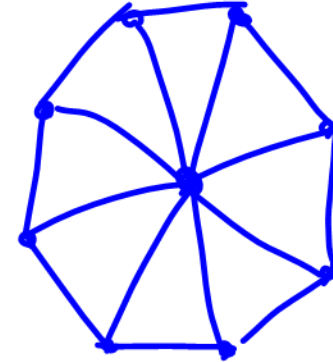
$\max(q) : 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7 \rightarrow q = \frac{56}{2} = 28$



مثال 16: در یک گراف ساده از مرتبه 9 اگر $\delta = 3$ و $\Delta = 8$ آنگاه حداقل و حداکثر تعداد یال ها

$$\min(q) : 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1$$

$$q = \frac{32}{2} = 16$$



چقدر است؟

$$\max(q) : 3, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 1$$

$$q = \frac{42}{2} = 21$$



نکته: برای محاسبه‌ی مقادیر Δ, δ همچنین تعداد راس‌های بادرجه‌ی Δ, δ معمولا گراف داده شده را با

گراف کامل مقایسه می‌کنیم.

1- در یک گراف با $P = 7$ و $q = 20$ چند رأس با درجه‌ی δ داریم؟

1 (1)	2 (2) ✓
5 (3)	7 (4)

$$q = \frac{P \times \Delta}{2} \Rightarrow 20 = \frac{7 \times \Delta}{2} \Rightarrow \Delta = \frac{40}{7} \approx 5.71$$

$$\Delta = 6 \quad \delta = 6$$

$$\Delta = 6$$

$$\Delta = 6$$

$$\Delta = 6$$

$$\delta = 4 \quad \delta = 4 \quad \text{حذف}$$

پس باید از گراف K_7
تک بال حذف کنیم



2- در یک گراف با $P = 6$ و $q = 14$ چند همسایگی باز برای رأس های این گراف دارای 5 عضو

است؟

- | | |
|------|--------|
| 2 (2 | 1 (1 |
| 3 (4 | 4 (3 ✓ |

$$q_k = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \text{ داریم}$$

۵

۵

حذف



3- در یک گراف با $P = 12$ و $q = 65$ چند همسایگی بسته برای رأس های این گراف

دارای 11 عضو است؟

10 (1) 11 (2)

2 (3) 1 (4)



4- در یک گراف با $P = 8$ و $q = 26$ حداکثر چند رأس با درجه‌ی Δ داریم؟

4 (1) 7 (2)

6 (3) 5 (4)



5- چند گراف از مرتبه 8 و اندازه 25 می توان رسم کرد؟

8 (1

4 (2

6 (3

5 (4



6- گرافی دارای 8 رأس و 23 یال است. بیشترین مقدار $\delta - \Delta$ کدام است؟

1 (5 2 (1

3 (3 4 (6



7- گرافی دارای 8 رأس و 24 یال است. بیشترین تعداد راس با درجه 8 کدام است؟

5 (1

4 (3

8 (2

6 (4



8- گرافی دارای 10 رأس و 40 یال است. بیشترین مقدار δ کدام است؟

9 (1) 8 (2)

7 (3) 4 (4) صفر



9- در یک گراف با $P = 9$ و $q = 33$ حداقل مقدار ممکن برای δ کدام است؟

8 (1

5 (3

6 (2

7 (4



10- در یک گراف با $P = 9$ و $q = 30$ حداکثر مقدار ممکن برای δ کدام است؟

4 (1) 6 (2)

5 (3) 7 (4)



11- در یک گراف با $P = 8$ اگر 2 راس با درجه $\delta = 3$ داشته باشیم حداکثر تعداد یالها کدام است؟

26 (1

27 (2

28 (3

29 (4



12- در یک گراف با $P = 8$ اگر 2 راس با درجه $\delta = 3$ داشته باشیم حداقل تعداد یالها کدام است؟

17 (4

16 (3

15 (2

14 (1



13- در یک گراف با $P = 8$ اگر 2 راس با درجه $\Delta = 3$ داشته باشیم حداکثر تعداد یالها کدام است؟

9 (1

10 (2

11 (3

12 (4