





3- در یک گراف با $P = 12$ و $q = 65$ چند همسایگی بسته برای رأس های این گراف

دارای 11 عضو است؟

$$q = \frac{12 \times 11}{2} = 66 \rightarrow \text{در این } k_{12}$$

11 (2

10 (1

1 (4

2 (3 ✓

راس درجه 10





4- در یک گراف با $P = 8$ و $q = 26$ حداکثر چند رأس با درجهی Δ داریم؟

$$q_k = \frac{\Delta \times V}{2} = 28 \rightarrow \text{۲۸ را از دراف ک حذف کنیم}$$

7 (2

4 (1

5 (4 ✓

6 (3

$$\Delta = 7, V = 8$$

$$\Delta = 7, V = 8$$

$$\Delta = 6$$

حذف

$$V = 8$$

$$\Delta = 7$$

$$\Delta = 7$$

$$\Delta = 7$$

$$V = 8$$

$$\Delta = 5$$

$$\Delta = 6$$

حذف

$$\Delta = 4$$

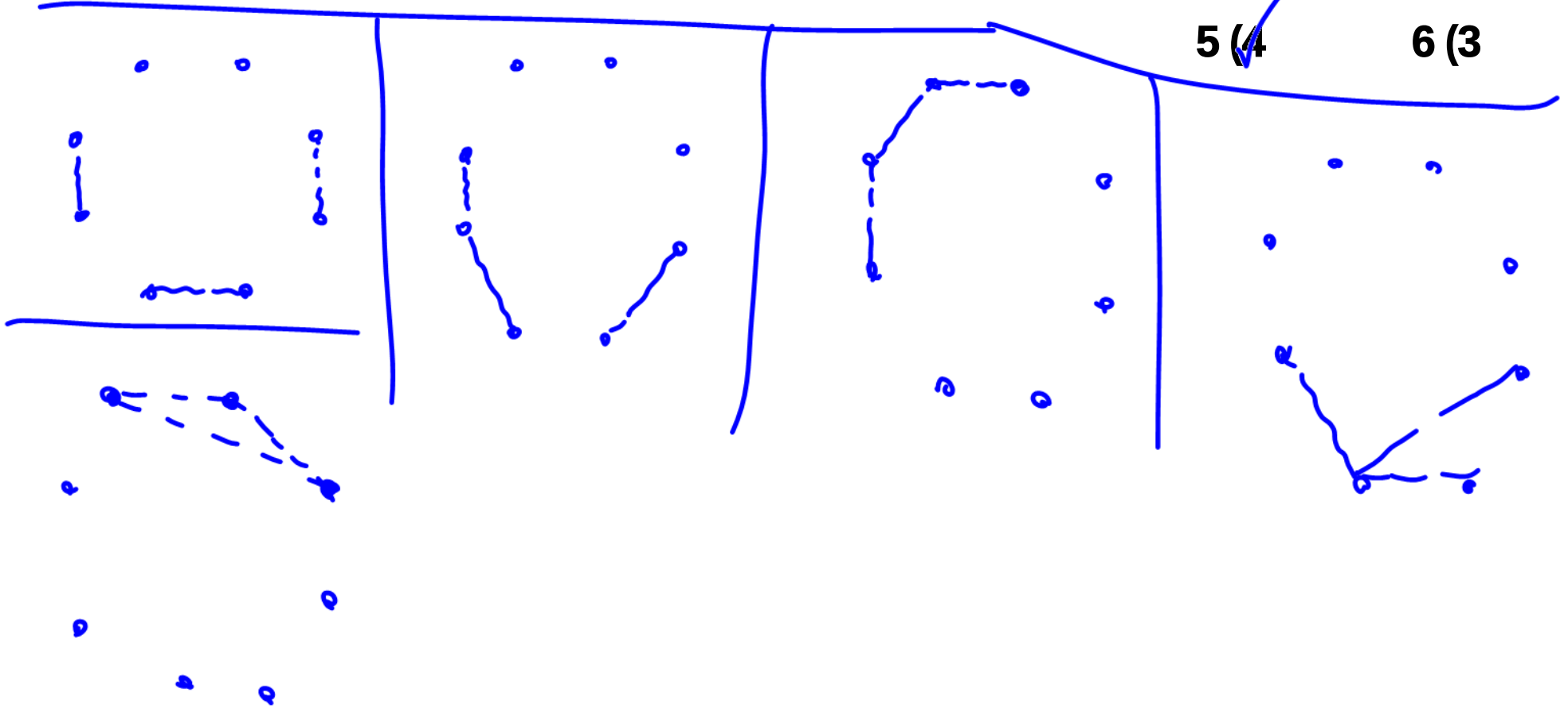
$$\Delta = 5$$



5- چند گراف از مرتبه 8 و اندازه 25 می توان رسم کرد؟

$$9 = \frac{1 \times 7}{2} = 21 \rightarrow \text{۳ بار حذف کنیم}$$

4 (2) 8 (1)
5 (4) 6 (3)



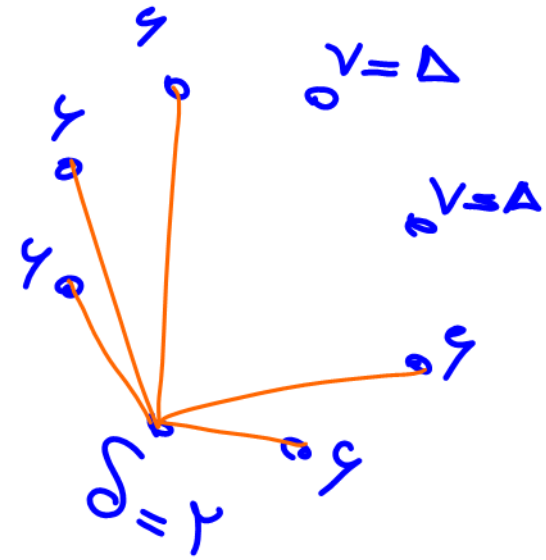


6- گرافی دارای 8 رأس و 23 یال است. بیشترین مقدار $\Delta - \delta$ کدام است؟

$$q_k = \frac{1 \times 7}{2} = 21 \rightarrow \text{۵ یال حرف شود}$$

$$1(2) \quad 5(1)$$

$$6(4) \quad 3(3)$$



$$\Rightarrow \text{Max}(\Delta - \delta) = 7 - 2 = 5$$

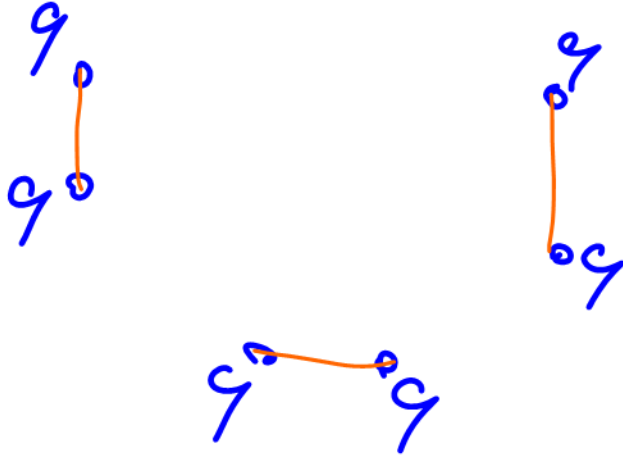


7- گرافی دارای 8 رأس و 24 یال است. بیشترین تعداد راس با درجه δ کدام است؟

- | | |
|-------|---------|
| 5 (1) | 8 (2) ✓ |
| 4 (3) | 6 (4) |

کمال حذف کنیم $\rightarrow 21 = \frac{1 \times 7}{2} = 7K$

۸ راس با درجه $\delta = 6$
وجود دارد





8- گرافی دارای 10 رأس و 40 یال است. بیشترین مقدار δ کدام است؟

8 (2) ✓

9 (1)

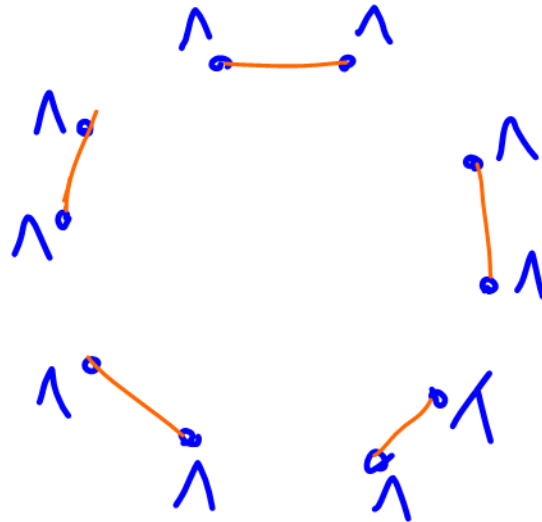
4 (3) صفر

7 (3)

$$g_k = \frac{1 \times 9}{2} = 45$$

باید 5 یال حذف شود

$$\delta = 1 = \Delta$$

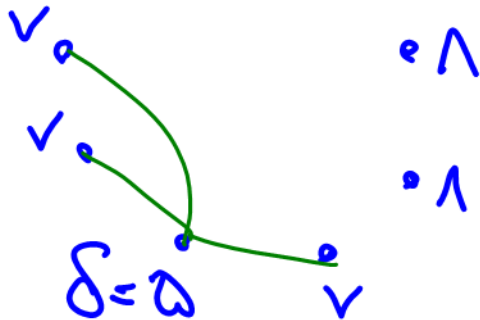




9- در یک گراف با $P = 9$ و $q = 33$ حداقل مقدار ممکن برای δ کدام است؟

$$q_k = \frac{9 \times 1}{2} = 4.5 \rightarrow \text{بال حنف شور}$$

۸
۵
۵



6 (2

8 (1

7 (4

5 (3 ✓



10- در یک گراف با $P = 9$ و $q = 30$ حداکثر مقدار ممکن برای δ کدام است؟

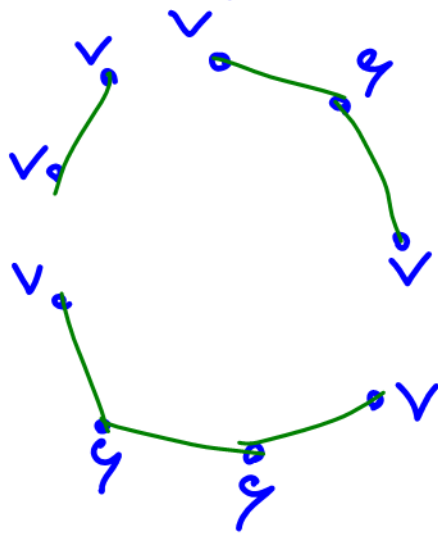
باید ۶ حذف کنیم $\rightarrow q_k = \frac{9 \times 1}{2} = 4.5 \rightarrow 4$

$$\boxed{6(2)}$$

4 (1)

$$7(4)$$

5 (3)



راه حل دوم $\delta \leq \frac{q}{P} \rightarrow \delta \leq \frac{30}{9} \rightarrow \delta \leq 3.33 \rightarrow \delta \leq 3$



12- در یک گراف با $P = 8$ اگر 2 راس با درجه $\delta = 3$ داشته باشیم حداقل تعداد یالها کدام است؟

14 (1)

15 (2)

16 (3)

17 (4)

۳و ۳
۴، ۴، ۴، ۴، ۴، ۴

$$15 = 9 \rightarrow 20 = \text{جمع درج}$$



13- در یک گراف با $P = 8$ اگر 2 راس با درجه $\Delta = 3$ داشته باشیم حداکثر تعداد یالها کدام

است؟

9 (1)

10 (2)

11 (3)

12 (4)

$$3, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 2 \rightarrow \text{جمع درجه ها} = 18 \rightarrow 9 = 9$$



$$2^2 \times 2^2 \rightarrow$$

14- در یک گراف با $P = 4$ اگر حاصل ضرب درجه راس ها برابر 36 باشد، تعداد یالها کدام است؟

2 (4

3 (3

4 (2

5 (1 ✓

درجه راسها
کمتر از 4

2 و 2، 3 و 3، 4

$$q = 5 \rightarrow \text{جمع درجه ها} = 10$$



$$2 \times 2 \rightarrow 4$$

15- در یک گراف با $P = 4$ اگر حاصل ضرب درجه راس ها برابر 12 باشد، تعداد یالها کدام است؟

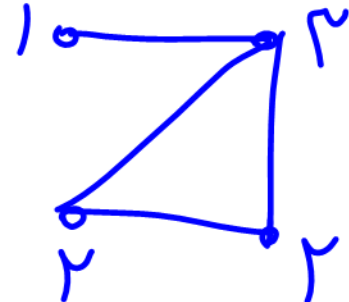
2 (4

3 (3

4 (2 ✓

5 (1

$$2, 2, 2, 1 \rightarrow 4 = 1 \rightarrow 9 = 4$$





16- در یک گراف با $P = 4$ کدام گزینه میتواند حاصلضرب درجه راس ها باشد؟

8 (4

۱، ۲، ۲، ۲
سه راس درجه فرد

3 (3



18 (2

۱، ۲، ۲، ۲ و ۳
سه رأس با درجه فرد

5 (1

۱، ۱، ۱، ۱، ۵



17- در یک گراف با $P = 7$ اگر حاصل ضرب درجه راس ها برابر 6 باشد، حداقل تعداد یالها کدام

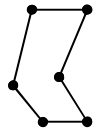
است؟

5 (1)

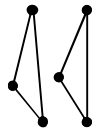
$$\begin{aligned}
 & \text{4 (2)} \quad \text{3 (3)} \quad \text{6 (4)} \\
 & \rightarrow q = \frac{\sum d(v_i)}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\
 & \rightarrow q = \frac{12}{2} = 6
 \end{aligned}$$



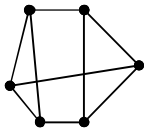
گراف منتظم: گرافی که درجه‌ی همه‌ی رأس‌های آن برابر باشد.



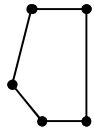
۲ منتظم
رتبه ۲



۲ منتظم
رتبه ۲



۳ منتظم
رتبه ۴



۲ منتظم
رتبه ۵



صفر منتظم
رتبه ۳



۱ منتظم
رتبه ۴

$$\Delta = \delta = r$$

,

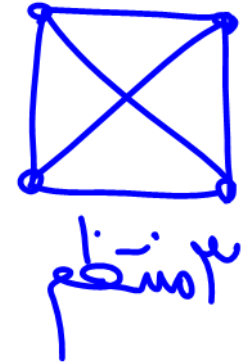
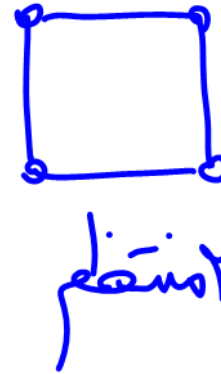
$$q = \frac{rp}{2}$$

نکته ۱: در گراف r منتظم از مرتبه‌ی p داریم:

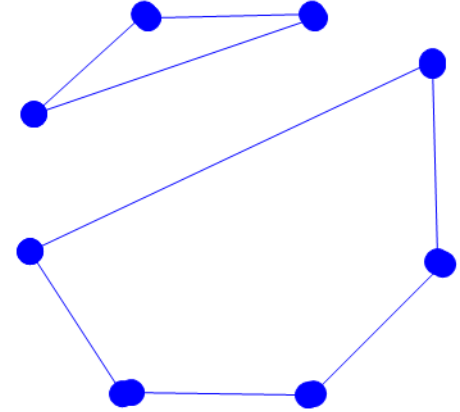
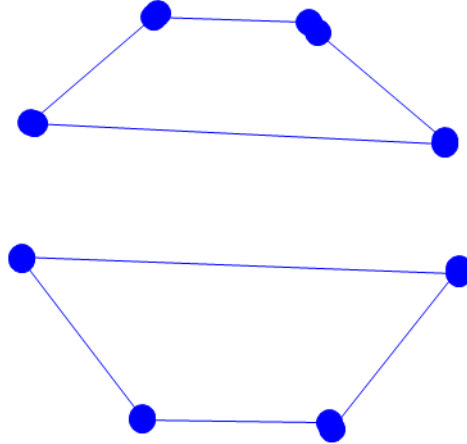
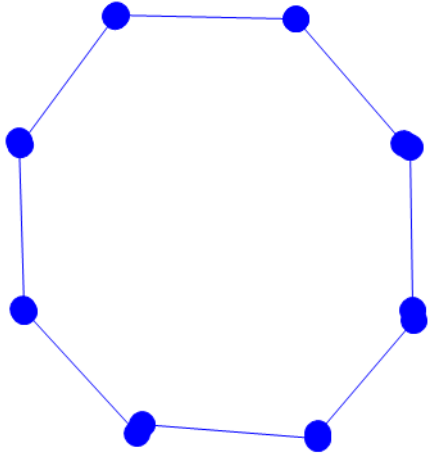
نکته ۲: گراف فرد منتظم با مرتبه‌ی فرد نداریم!



مثال 1: تمام گراف های منتظم از مرتبه 4 را رسم کنید.



مثال 2: تمام گراف های 2 منتظم از مرتبه 8 را رسم کنید.





تست 3: اگر G یک گراف r منتظم از مرتبه‌ی 7 باشد، برای r چند مقدار قابل قبول است؟

6 (2

7 (1

3 (4

4 (3

$$0 \leq r \leq 7$$

$r = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$
 $\Rightarrow r$ زوج است $\rightarrow$ فرد منتظم مرتبه فرد نداریم



تست 4: اگر G یک گراف r منتظم از مرتبه‌ی 9 باشد که برای هر راس مجموعه همسایگی بسته دارای 5 عضو باشد آنگاه تعداد یالها کدام است؟

1) 18 (2) 21 (3) 9 (4) هیچکدام
درجه رأسها ۴ است.

$$9 = \frac{rp}{2} = \frac{4 \times 9}{2} = 18$$



تست 5: به یک گراف 4 منتظم 12 یال اضافه کرده ایم تا کامل شود، مرتبه‌ی این گراف چند است؟

6 (2

8 (1 ✓

16 (4

12 (3

$$\frac{4P}{2} + 12 = \frac{P(P-1)}{2}$$

$$2P + 12 = P^2 - P$$

$$P^2 - 3P - 12 = 0 \quad \begin{cases} P = 1 \\ P = -3 \end{cases} \quad \text{غیرممکن}$$



تست 6: تفاضل اندازه های گراف های 3 منتظم و 7 منتظم هم مرتبه برابر 18 است. مرتبه ی این گراف ها چقدر است؟

$$\frac{7p}{2} - \frac{3p}{2} = 18$$

$$4p = 36 \rightarrow p = 9$$

9 (1)
8 (2)
10 (3)
4 (4) هیچ کدام ✓



تست 7: در یک گراف ناتهی از مرتبه $P=7$ اگر دنباله‌ی درجه‌ی رأس‌ها تشکیل تصاعد دهند،

گراف منتظم

حداقل اندازه‌ی گراف چقدر است؟

4 (1)

7 (2)

5 (3)

10 (4)

فرض $r=0$

$r=2 \rightarrow q=7$

$r=4 \rightarrow q=14$

$r=6 \rightarrow q=21$



تست 8: در یک گراف 3 منتظم داریم: $q = 2p - 3$. جمع درجه‌ی راس‌ها در این گراف چقدر است؟

$$q = \frac{2p}{2}$$

$$9 (2)$$

$$18 (1) \checkmark$$

$$6 (4)$$

$$12 (3)$$

$$\frac{2p}{2} = 2p - 3 \Rightarrow 2p = 4p - 6 \rightarrow p = 3$$

$$18 = 6 \times 3 = \text{جمع درجه‌ها} \rightarrow \text{3 منتظم مرتبه 6}$$



تست 9: یک گراف 5 منتظم حداقل چند راس دارد؟

5 (1

10 (2

12 (3

6 (4 ✓



تست 10: کدام گزینه می تواند حاصل ضرب درجه راس های یک گراف 5 منتظم باشد؟

5 (1

۱، ۱، ۱، ۱، ۵

10 (2

۱، ۱، ۱، ۱، ۵

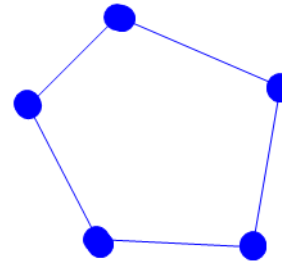
32 (3 ✓

۲، ۲، ۲، ۲، ۲

243 (4

۳، ۳، ۳، ۳، ۳

فرد منتظم مرتبه فرد نداریم





تست 11: یک گراف 6 منتظم حداقل چند یال دارد؟

21 (1)

10 (2)

15 (3)

7 (4)

$$q = \frac{6 \times 7}{2} = 21 \rightarrow 9 \text{ منتظم حداقل } 7 \text{ رأس دارد}$$



تست 12: چند گراف منتظم وجود دارد که 6 یال داشته باشد؟

2 (1

3 (2

4 (3

5 (4

$$9 = \frac{r \cdot p}{2} \rightarrow r \cdot p = 12$$

$$1 \times 12 \checkmark$$

$$2 \times 6 \checkmark$$

$$3 \times 4 \checkmark$$

$$4 \times 3 \checkmark$$

ع ف ق ق



تست 13: چند گراف منتظم وجود دارد که مجموع مرتبه و اندازه آن برابر 12 باشد؟

5 (4

4 (3

3 (2

6 (1

$$P + 9 = 12$$

$$P + \frac{rP}{2} = 12$$

$$2P + rP = 12$$

$$P(r+2) = 12$$

$$12 \times 1 \rightarrow P=12, r=-1 \quad \text{غفَق}$$

$$9 \times 2 \rightarrow P=9, r=0 \quad \checkmark$$

$$4 \times 3 \rightarrow P=4, r=1 \quad \checkmark$$

$$3 \times 4 \rightarrow P=3, r=2 \quad \checkmark$$

$$2 \times 6 \rightarrow P=2, r=4 \quad \text{غَفَق}$$



مثال 14: چند گراف منتظم وجود دارد که مجموع مرتبه و اندازه و درجه یک راس آن برابر 18 باشد؟

$$P + q + r = 18$$

$$P + \frac{rp}{2} + r = 18$$

$$rp + 2p + 2r = 36$$

$$(r+2)(P+2) = 40$$

$$2 \times 20 \rightarrow r=0, P=18$$

$$4 \times 10 \rightarrow r=2, P=8$$

$$5 \times 8 \rightarrow r=3, P=6$$



تست 15: اگر به گراف G ، 5 یال اضافه شود، تبدیل به گرافی کامل می شود. از طرفی می توان با حذف 13 یال این گراف، آن را به گرافی 4- منتظم تبدیل کرد. مجموع مرتبه و اندازه این گراف چقدر است؟

42 (1)

39 (2)

40 (3) ✓

45 (4)

$$\begin{cases} 9 + 25 = \frac{P(P-1)}{2} \\ 9 - 13 = \frac{4P}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 11 = \frac{P^2 - P}{2} - \frac{4P}{2}$$

$$22 = P^2 - 5P$$

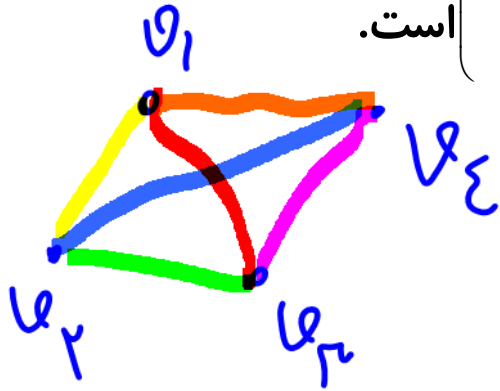
$$\begin{cases} P = 9 \\ P = -4 \end{cases} \rightarrow 9 = 9 \Rightarrow P + 9 = 18$$

محقق

شمارش تعداد گراف های ساده:

اگر $V = \{V_1, V_2, \dots, V_p\}$ راس های یک گراف ساده باشد آنگاه تمام یال های ممکن برای این گراف ، مجموعه ی $\{V_1V_2, V_1V_3, V_1V_4, \dots, V_{p-1}V_p\}$ می باشد و تعداد تمام گراف هایی که می توان با این راس ها ساخت

برابر $2^{\frac{p(p-1)}{2}}$ است. همچنین تعداد گراف های با n یال برابر $\binom{\frac{p(p-1)}{2}}{n}$ است.





مثال 1: چند گراف ساده با مجموعه‌ی رأس‌های $V = \{V_1, V_2, V_3, V_4\}$ وجود دارد؟

مجموعه تمام یال‌های ممکن دارای ۶ عضو است:

$$2^6 = 64$$

مثال 2: در چند گراف مثال 1 یال $V_1 V_2$ وجود ندارد؟

$$2^5 = 32$$

مثال 3: در چند گراف مثال 1 رأس V_1 منزوی است؟

$$2^3 = 8 \Rightarrow \{ \text{یال‌های ممکن} \} = \{ V_1 V_2, V_1 V_3, V_1 V_4 \}$$

مثال 4: در چند گراف مثال 1 تعداد یال‌ها برابر 3 است؟

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{2 \times 2} = 20$$



تست 6: با مجموعه‌ی رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده می‌توان ساخت که در آن درجه‌ی رأس a برابر 2 باشد؟

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{6 \text{ یال}} \\ \text{به } a \text{ وصل نیستند} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2^5 \quad (2) \\ \binom{10}{5} \quad (4) \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{4 یال} \\ \text{به } a \text{ وصلند} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 120 \quad (1) \\ \binom{4}{2} \times 2^6 \quad (3) \end{array}$$

$$\downarrow$$

$$\binom{4}{2} \times 2^4$$



تست 7: با مجموعه‌ی رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده با 5 یال می‌توان ساخت که

در آن درجه‌ی رأس a برابر 2 باشد؟

2^5 (2

10 (1

$\binom{10}{5}$ (4

120 (3 ✓

یال‌ها = { 4 یال و 6 یال }
 به a وصلند به a وصل نیستند

$$\binom{4}{2} \times \binom{6}{3} = 6 \times 20 = 120$$



تست 8: چند گراف با مجموعه رأس‌های $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ وجود دارد به طوری که $deg(e) = 3$ و اندازه گراف 5 باشد؟

450 (1) 225 (2) 252 (3) 120 (4) به e وصلند

بقیه یالها

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix} = 10 \times 42$$



تست 9: بارئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$ ، چند گراف ساده می توان ساخت که $N_G(a) = N_G(b)$ ؟

2^5 (1)

2^8 (2)

2^7 (3)

2^6 (4) ✓

یا a را نداریم

یا های ممکن = $\left\{ \begin{matrix} ac \\ bc \end{matrix} \right\}, \begin{matrix} ad \\ bd \end{matrix}, \begin{matrix} ae \\ be \end{matrix}, cd, ce, de \right\}$



تست 10: بارئوس $V = \{a, b, c, d\}$ ، چند گراف ساده می توان ساخت که $N_G[a] = N_G[b]$ ؟

بالاتر را داریم

16 (4

8 (3

4 (2

2 (1

$\{ \begin{bmatrix} a & c \\ b & c \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a & d \\ b & d \end{bmatrix}, c, d \}$ یا ممکن



تست 11: چند گراف ساده با رئوس $V = \{v_1 \text{ و } v_2 \text{ و } \dots \text{ و } v_{10}\}$ می توان تعریف کرد که $|E| = 5$ و

$$N(v_1) = \{v_2 \text{ و } v_3 \text{ و } v_4\} \text{ باشد؟}$$

(2) 990

(1) 2^{36}

(4) 4500

(3) 630

$\{v_1 v_2 \text{ و } \dots \text{ و } v_9 v_{10}\}$ = یا ای می کن
۳۶

$$\text{جواب} = \binom{36}{2} = \frac{36 \times 35}{2} = 18 \times 35 = 630$$



تست 12: چند گراف ساده با $V = \{V_1 \text{ و } V_2 \text{ و } \dots \text{ و } V_{10}\}$ می توان تعریف کرد که $|E| = 2$ و

$$N_G[V_1] = N_G[V_2] \text{ باشد؟}$$

یا V_1, V_2 را داریم

36 (2)

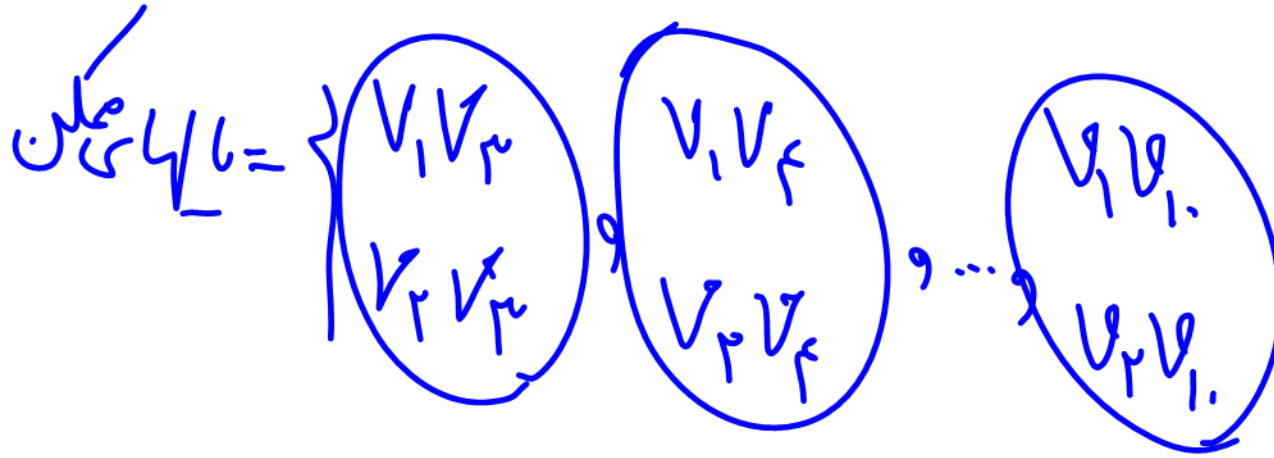
28 (1)

21 (4)

45 (3)

$\{V_1, V_2, \dots, V_9, V_{10}\}$
دکتر

$$\text{جواب} = \binom{10}{1} = 10$$





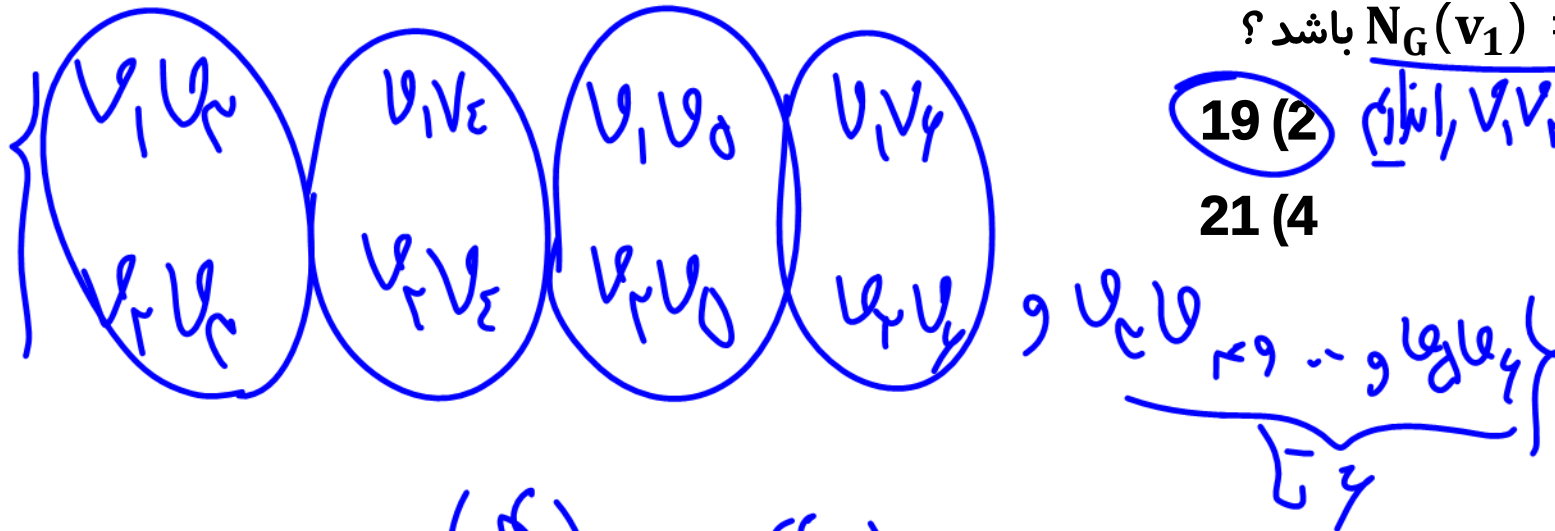
تست 13: چند گراف ساده با $V = \{v_1 \text{ و } v_2 \text{ و } \dots \text{ و } v_6\}$ می توان تعریف کرد که $|E| = 2$ و

$N_G(v_1) = N_G(v_2)$ باشد؟

23 (1) بله v_1, v_2 را کنار هم

21 (4)

18 (3)



$$\binom{4}{1} + \binom{4}{2} = 4 + 12 = 16$$



تست 14: با مجموعه‌ی رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده می‌توان ساخت که در آن

$\Delta = 1$ و $q = 2$ باشد؟

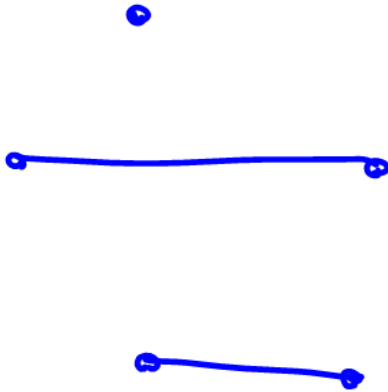
12 (2

15 (1)

24 (4

20 (3

$$\binom{5}{1} \times \frac{\binom{4}{2} \binom{2}{2}}{2!} = 15$$





تست 15: با رأس های $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده می توان ساخت که در آن

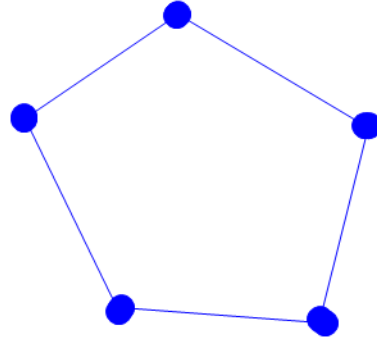
$\Delta = 2$ و $q = 5$ باشد؟

12 (2)

15 (1)

24 (4)

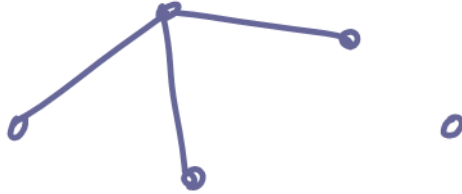
20 (3)



$$\text{جواب} = \frac{(5-1)!}{2} = 12$$



تست 16: با مجموعه‌ی رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده می‌توان ساخت که در آن $\Delta = 3 = q$ باشد؟



20 (2)

10 (1)

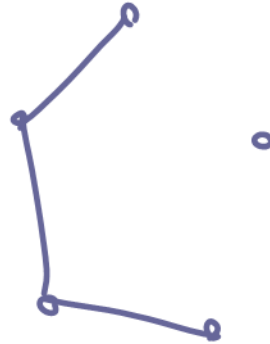
30 (4)

24 (3)

$$\binom{5}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} = 20$$



مثال 17: با مجموعه‌ی رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده می‌توان ساخت که در آن $q = \Delta + 1 = 3$ باشد؟



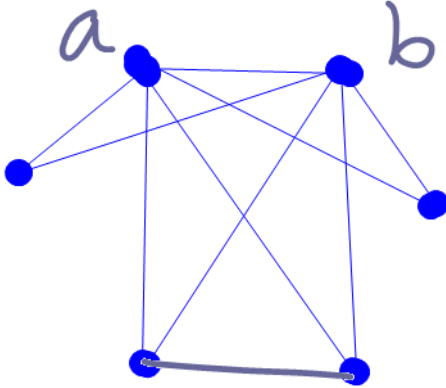
$$\text{جواب} = 20 + 70 = 90$$

$$\binom{5}{2} \times \binom{3}{1} = 20$$

$$\binom{5}{1} \times \frac{4!}{2} = 70$$



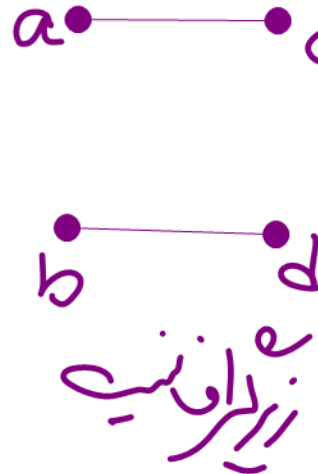
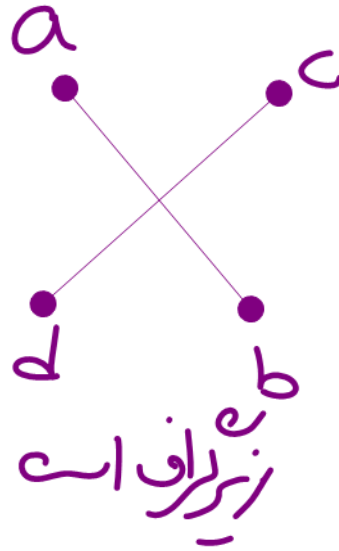
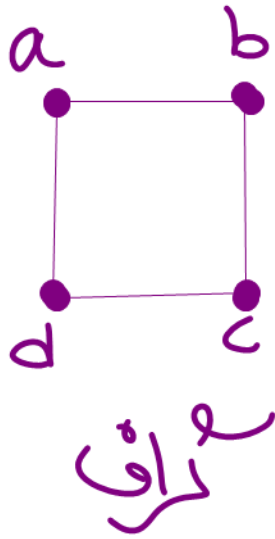
مثال 18: با مجموعه‌ی رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ چند گراف ساده می‌توان ساخت که در آن $q = 10$ و $d(a) = d(b) = 5$ باشد؟



$$\binom{4}{2} \binom{2}{2} = 9$$



زیر گراف: گرافی است که مجموعه یال هایش زیرمجموعه یالهای گراف G و مجموعه راس هایش نیز زیرمجموعه راس های گراف G باشد.





1- گراف مقابل، چند زیر گراف دارد؟

8 (2

7 (1

4 (4

9 (3)

$$بدون\text{ یال} = 2^3 - 1 = 7$$

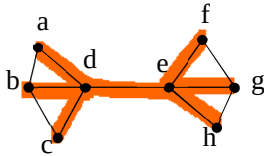
$$یک\text{ یال} = \binom{3}{1} \times 2^1 = 6$$

← رأس c

$$جواب = 7 + 2 = 9$$



2- گراف مقابل چند زیر گراف دارد که دو رأس از درجه 4 داشته باشند؟



4 (2)

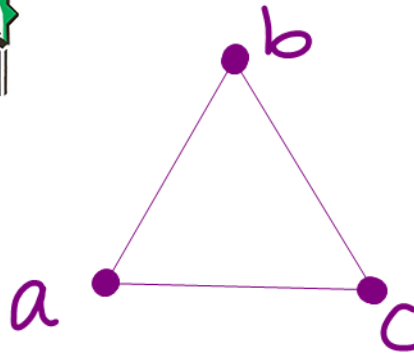
1 (1)

16 (4)

8 (3)

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$$

کامل باشد یا نباشد



3- گراف کامل از مرتبه 3 چند زیر گراف دارد؟

17 (2)

16 (1)

19 (4)

18 (3)

$$7 = 2^3 - 1 = \text{بدون یال}$$

$$6 = 2 \times \binom{3}{1} = \text{یک یال}$$

← راس بلا تکلیف

$$4 = \binom{3}{2} = \text{دو یال}$$

$$1 = \binom{3}{3} = \text{سه یال}$$

7 = جواب



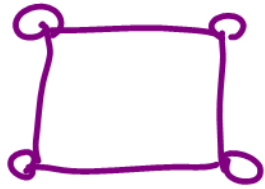
4- گراف ساده از مرتبه 4 چند زیرگراف تهی دارد؟

15 (2)

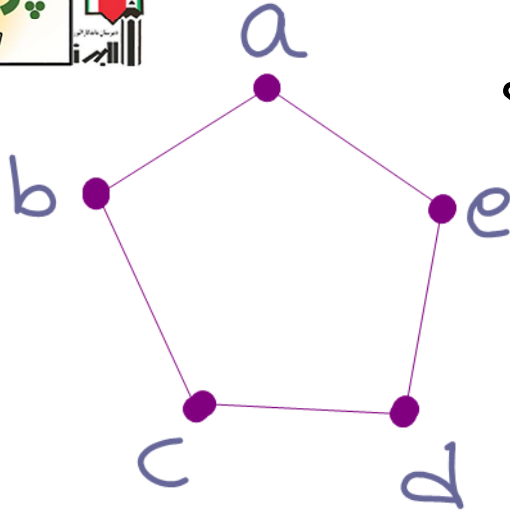
7 (1)

31 (4)

21 (3)



$$15 = 2^4 - 1 = \text{بدون میل}$$



5- گراف دومنتظم از مرتبه 5 چند زیر گراف با اندازه یک دارد؟

80 (2

72 (1

160 (4

60 (3

$$\binom{5}{1} \times 2^3 = 5 \times 8 = 40$$

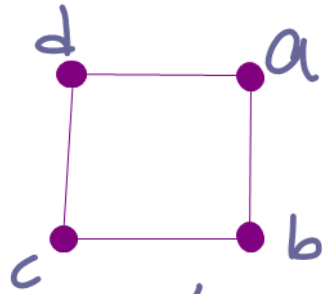


6- گراف G با مجموعه‌ی رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ مفروض است، کدام گزینه همواره درست نیست؟

- (1) اگر گراف G تهی باشد دقیقا 31 زیرگراف دارد
- (2) اگر گراف G دارای یک یال باشد دقیقا 39 زیرگراف دارد
- (3) گراف G زیرگراف تمام گراف‌های کامل از مرتبه 5 به بالا است.
- (4) گراف G زیرگراف تمام گراف‌های منتظم از مرتبه 5 و بیشتر است.

درست

$$\left\{ \begin{array}{l} 2^5 - 1 = 31 = \text{بدون یال} \\ 2^4 \times \binom{5}{1} = 80 = \text{یک یال} \\ \text{به راس بالا تکلیف} \end{array} \right.$$



7- گراف 2 منتظم از مرتبه 4 چند زیر گراف دارد؟

44 (2)

38 (1)

52 (4)

46 (3) ✓

$$\text{بدون لب} = 2^4 - 1 = 15$$

$$\text{یک لب} = \binom{4}{1} \times 2^2 = 16$$

← بلا تکلیف

$$\left. \begin{array}{l} \text{دو لب} \\ \text{مجاور} \end{array} \right\} = 1 \times 2^1 = 2$$

← بلا تکلیف

$$\text{سه لب} = \binom{4}{3} = 4$$

$$\text{چهار لب} = \binom{4}{4} = 1$$



8- گرافی از مرتبه 5 و اندازه 2 فقط یک راس منزوی دارد، این گراف چند زیر گراف دارد؟

48 (2)

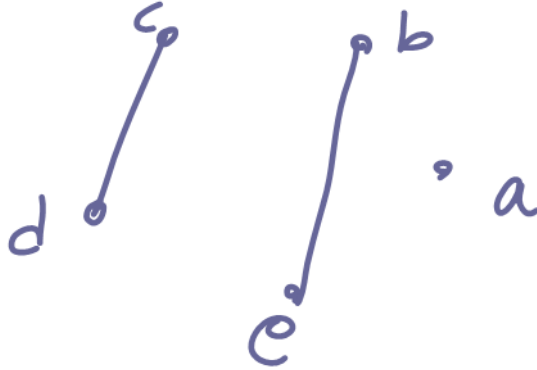
49 (3) ✓

55 (4)

46 (3)

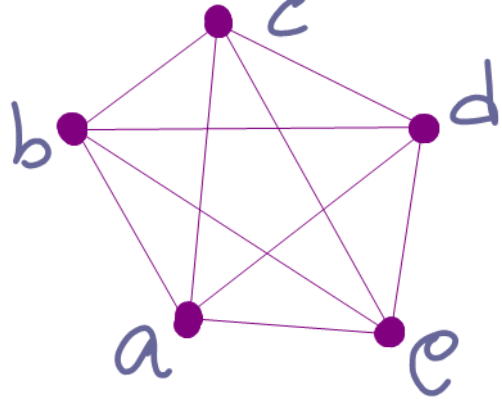
زیر گراف ها

$$\left\{ \begin{array}{l} 2^5 - 1 = 31 \\ \text{یک} = \binom{5}{1} \times 2^4 = 16 \\ \text{دو} = \binom{5}{2} \times 2^3 = 2 \end{array} \right.$$





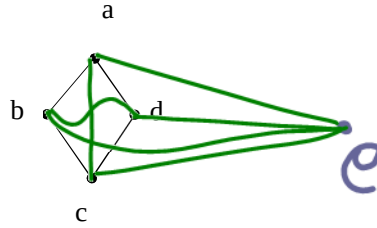
9- گراف کامل با راس های $\{a, b, c, d, e\}$ چند زیر گراف دارد که در آن راس منزوی نداشته باشیم؟



$$\left. \begin{aligned} \langle 1 \rangle &= \binom{4}{1} \\ \langle 2 \rangle &= \binom{4}{2} \\ \langle 3 \rangle &= \binom{4}{3} \\ &\vdots \\ \langle 4 \rangle &= \binom{4}{4} \end{aligned} \right\} \binom{4}{1} + \dots + \binom{4}{4} = 2^4 - 1$$



10- چند گراف با راس های $\{a, b, c, d, e\}$ می توان ساخت که گراف مقابل زیر گراف آن باشد؟



68 (2)

64 (1)

55 (4)

76 (3)

۲۹ = جواب



11- گراف 2 منتظم با راس های $\{a, b, c, d, e\}$ چند زیر گراف دارد که در آن فقط یک راس

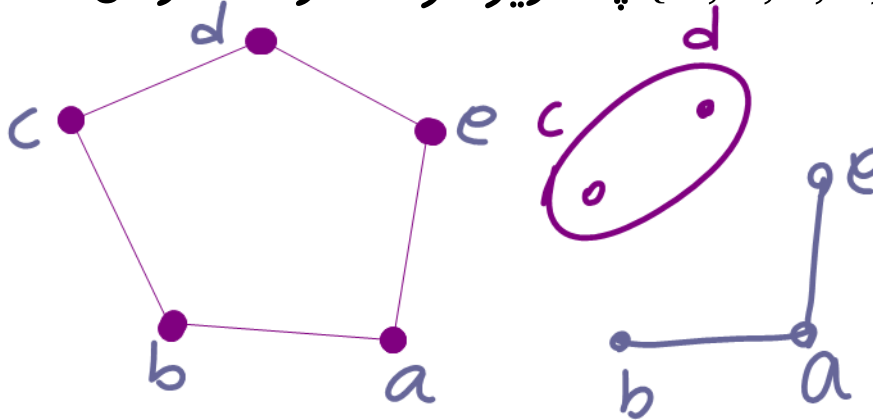
بدرجه 2 وجود داشته باشد؟

30 (2)

25 (1)

15 (4)

20 (3)

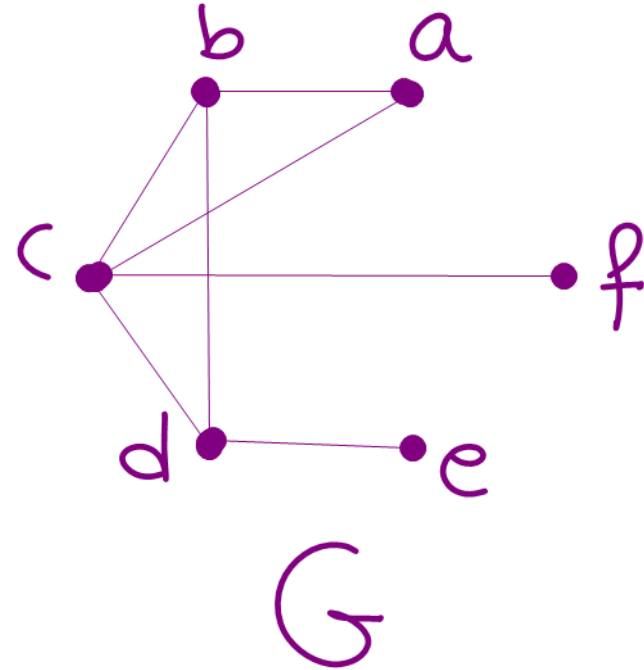
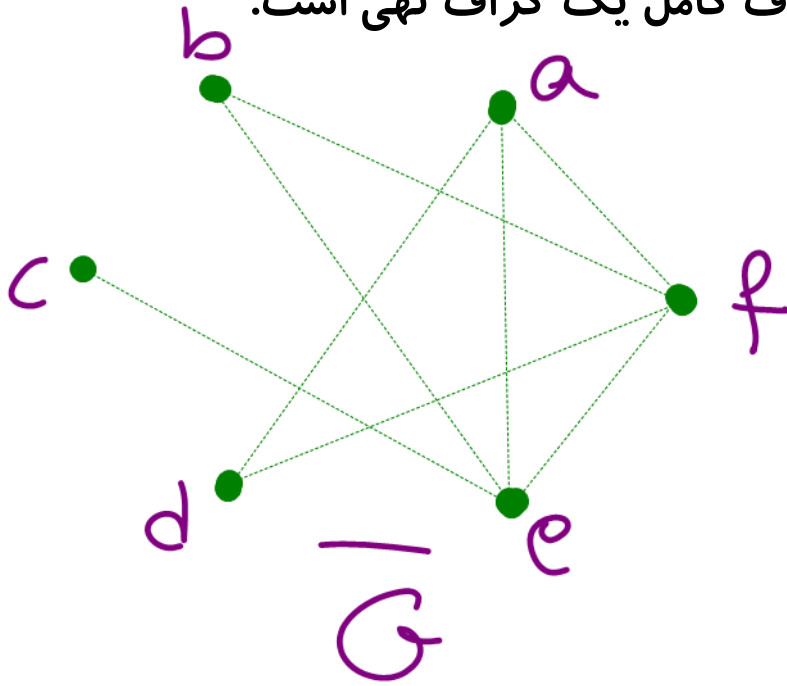


$$C(5, 1) \times 5 = 25$$

راس درجه 2



مکمل گراف ساده: برای هر گراف ساده G مکمل آن که با $\bar{G}$ نشان می دهیم شامل تمام یالهایی است که در گراف G وجود ندارد. بنابراین مکمل گراف کامل یک گراف تهی است.





نکته 1: مرتبه‌ی گراف و مکمل آن برابر است.

نکته 2: مجموع اندازه‌ی یک گراف مکمل آن با اندازه‌ی گراف کامل برابر است.

$$q + \bar{q} = \frac{p(p-1)}{2}$$

نکته 3: مجموع درجه‌ی یک رأس و درجه‌ی رأس نظیر آن در گراف مکمل برابر $P - 1$ است.

نکته 4: مکمل یک گراف منتظم حتماً گرافی منتظم است.

نکته 5: اگر یک رأس در گراف ساده رأس ماکزیمم باشد در گراف مکمل ، آن رأس از درجه‌ی

مینیمم است و بالعکس.



تست 1: مکمل یک گراف زیر گراف همان گراف است. اندازه مکمل این گراف کدام است؟

(2) هر مقداری ممکن است

(1) صفر ✓

(4) چنین گرافی وجود ندارد

(3) 1



تست 2: مکمل یک گراف 2 منتظم دارای 14 یال می باشد. مرتبه ی این گراف کدام است؟

6 (2

5 (1

10 (4

7 (3 ✓

$$\frac{2P}{2} + 14 = \frac{P(P-1)}{2}$$

$$2P + 28 = P^2 - P$$

$$P^2 - 3P - 28 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} P = 7 \\ P = -4 \end{array} \right.$$



تست 3: در یک گراف از مرتبه‌ی $P = 8$ رأسی با درجه‌ی $\Delta = 7$ وجود دارد. در مکمل این گراف حداکثر درجه‌ی رأس کدام است؟

8 (1) 7 (2)

6 (3) 5 (4)



تست 4: اگر در یک گراف 4 راسی داشته باشیم: $|N_G(a)| = 3$, $d(b) = 2$, $|N_G[c]| = 3$, $|N_G[d]| = 2$ تعداد

یال ها در مکمل این گراف کدام است؟

1 (2 3 (1

4 (4 2 (3



تست 5: اندازه گراف G ، 4 برابر اندازه گراف مکمل آن است. حداقل مرتبه گراف G چقدر است؟

4 (1) 5 (2)

6 (3) 7 (4)



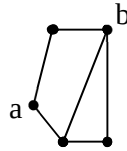
تست 6: چند گراف 7 منتظم مرتبه 10 وجود دارد؟

7 (1) 6 (2)

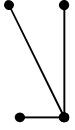
5 (3) 4 (4)



مسیر: دنباله ای از رأس های گراف است که در آن هر دو رأس متوالی با یک یال به هم وصل شده اند (مجاورند) و در دنباله رأس تکراری وجود ندارد.



مثال 7: در گراف شکل زیر چند مسیر از a به b وجود دارد؟



مثال 8: در گراف شکل زیر چند مسیر وجود دارد؟



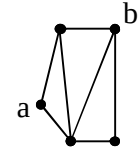
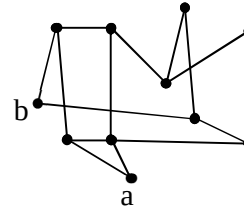
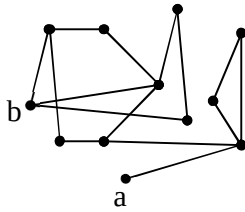
مثال 9: در یک گراف 5 راسی داریم: $|N_G(a)| = 4$, $d(b) = 3$, $|N_G[c]| = 3$, $|N_G[d]| = 3$, $|N_G[e]| = 2$ این

گراف را رسم کنید و تمام مسیرهای بین دو راس a, b در این گراف را بشمارید.



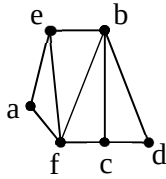
طول مسیر: تعداد یال های مسیر است که در واقع یکی کمتر از تعداد رأس های مسیر است.

مثال 10: در گراف های زیر تعیین کنید طولانی ترین مسیر از a به b چه طولی دارد؟





مثال 11: در گراف شکل زیر چند مسیر به طول 3 از a به b وجود دارد؟





مثال 12: در گرافی با درجه راسهای 2 و 3 و 3 و 4 و 4 بین دوراس با ماکزیمم درجه، چند مسیر به طول 4

وجود دارد؟