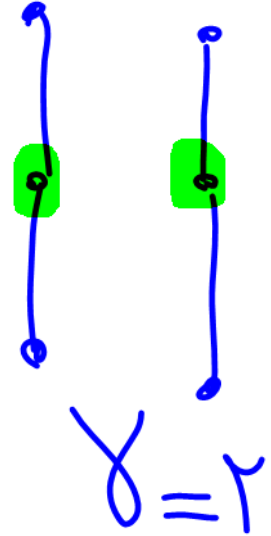
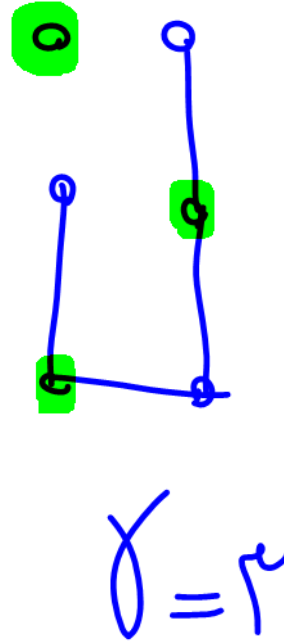
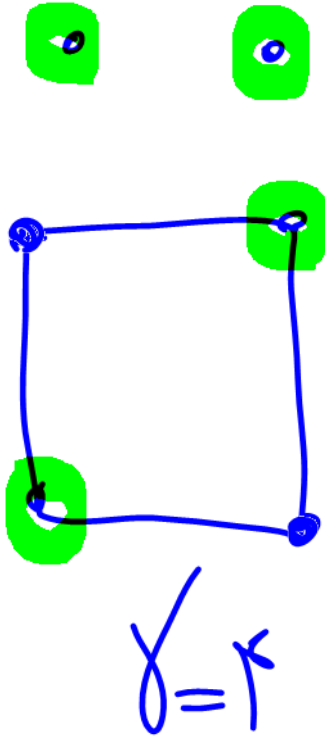




۳۱- در یک گراف از مرتبه ۶ اگر اندازه برابر ۴ باشد، حداکثر عدد احاطه گری کدام است؟

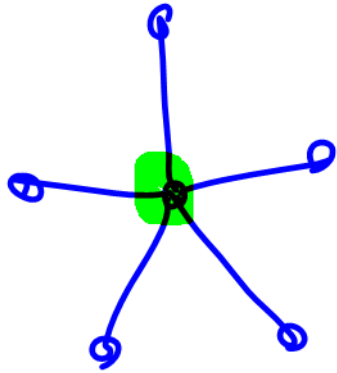
- | | |
|---------|-------|
| ۳ (۲) | ۲ (۱) |
| ۴ (۴) ✓ | ۱ (۳) |



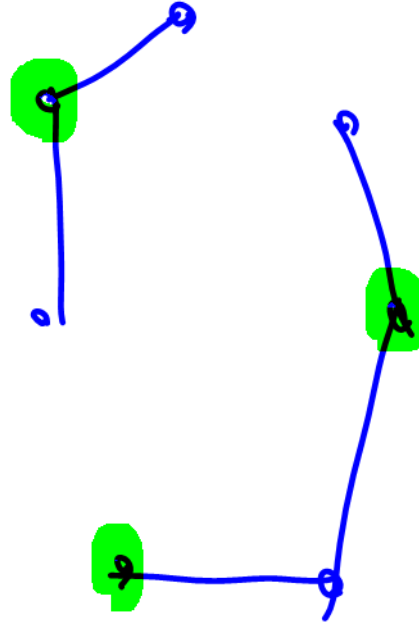


۳۲- در یک گراف از مرتبه ۷ اگر اندازه برابر ۵ باشد، حداقل عدد احاطه گری کدام است؟

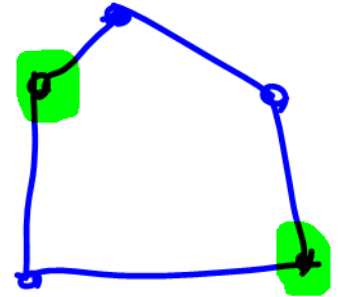
- | | |
|-------|-------|
| ۳ (۲) | ۲ (۱) |
| ۴ (۴) | ۱ (۳) |



$$\gamma = 2$$



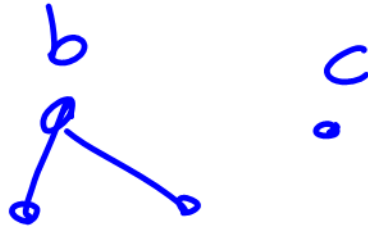
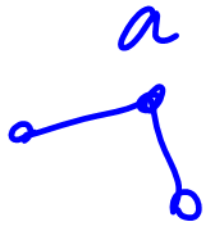
$$\gamma = 2$$



$$\gamma = 2$$



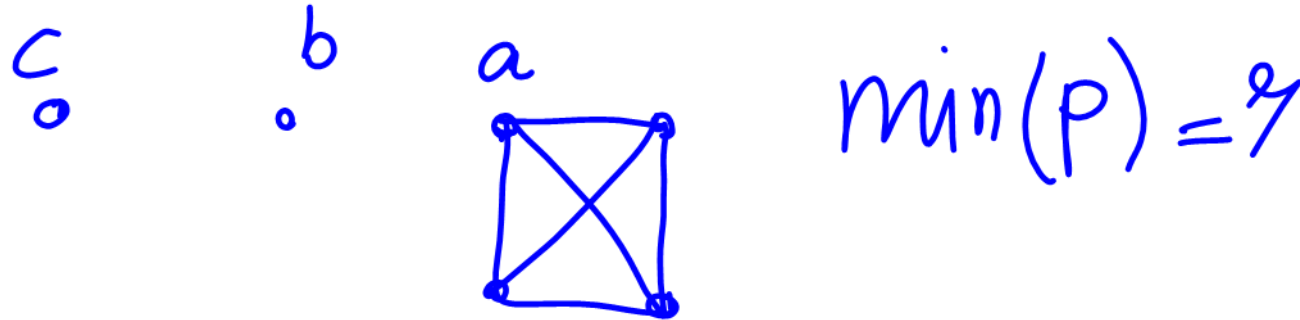
۳۳- در یک گراف از مرتبه ۷ اگر عدد احاطه گری برابر ۳ باشد، حداقل اندازه را بیابید.



$$\min(g) = 4$$



۳۴- در یک گراف با اندازه ۶ اگر عدد احاطه گری برابر ۳ باشد، حداقل مرتبه را بیابید.

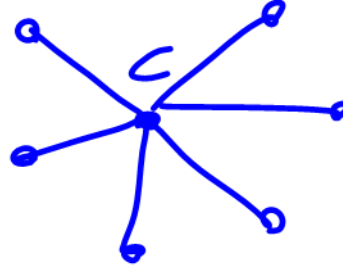




۳۵- در یک گراف با اندازه ۶ اگر عدد احاطه گری برابر ۳ باشد، حداکثر مرتبه را بیابید.

a.

b.



$$\max(P) = 9$$

مرتبه

۳۶- در یک گراف با اندازه ۸ به ازای چه مقداری از Q مطمئن هستیم که عدد احاطه گری برابر ۱ است؟

$$Q \geq \frac{\sqrt{8Q}}{2} \rightarrow Q \geq 21 \rightsquigarrow \min(Q) = 22$$

در این صورت مطمئن هستیم که $\Delta = 7$ و $\delta = 1$ است.





معرفی نماد سقف صحیح

برای هر عدد حقیقی، کوچکترین عدد صحیحی که بزرگتر یا مساوی عدد مورد نظر باشد را با سقف صحیح آن نمایش می‌دهند.

$$n - 1 < x \leq n \Leftrightarrow [x] = n$$

$$[-0.7] = 0 \quad [1.2] = 2 \quad , \quad [7] = 7$$



نکته:

الف. در گراف کامل عدد احاطه گری برابر یک است. $\gamma(k_p) = 1$

ب. اگر در گرافی یک راس فول داشته باشیم، عدد احاطه گری برابر یک است و بالعکس

$$\gamma = 1 \Leftrightarrow \Delta = n - 1$$

ج. در گراف P_n عدد احاطه گری برابر $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ است.

د. در گراف C_n عدد احاطه گری برابر $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ است.

ه. در هر گراف مرتبه n با بزرگترین درجه راس Δ عدد احاطه گری حداقل برابر $\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \rfloor$ و حداکثر

برابر $n - \Delta$ است.

$$\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \rfloor \leq \gamma \leq n - \Delta$$

$$\Delta = n - 1 \leftrightarrow \gamma = 1$$

$$\Delta = n - 2 \rightarrow \gamma = 2$$

$$\Delta = n - 3 \rightarrow \gamma = 2 \leq 3$$

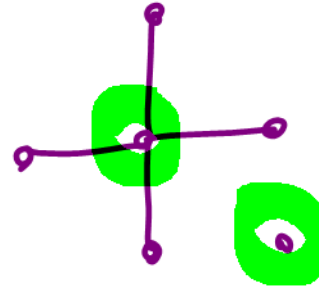
⋮

∧



۱- گرافی با ۶ راس و $\Delta = 4$ رسم کنید که عدد احاطه گری آن برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ باشد.

$$\chi = \left\lceil \frac{6}{4+1} \right\rceil \Rightarrow \chi = 2$$





۲- گرافی با ۵ راس و $\Delta = 2$ رسم کنید که عدد احاطه گری آن برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ باشد.

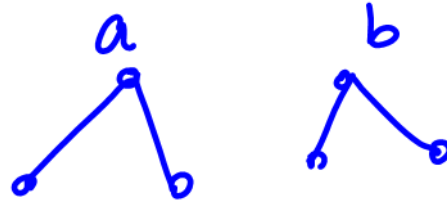
$$\gamma = \left\lceil \frac{5}{2+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma = 2$$





۳- گرافی با ۶ راس و $\Delta = 2$ و کمترین تعداد یال رسم کنید که عدد احاطه گری آن برابر $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ باشد.

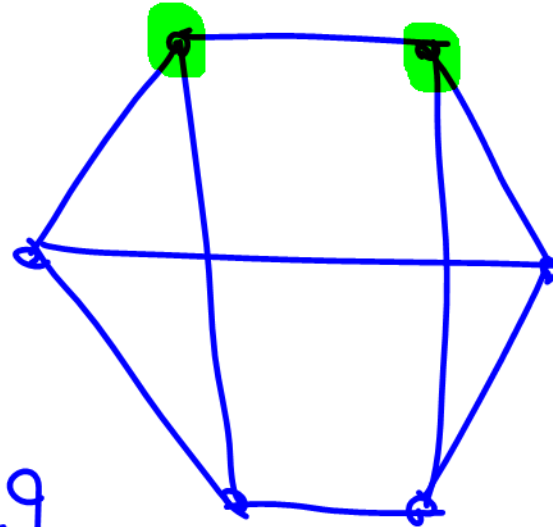
$$\gamma = \left\lfloor \frac{6}{3} \right\rfloor = 2$$





۴- گرافی با ۶ راس و $\Delta = 3$ و بیشترین تعداد یال رسم کنید که عدد احاطه گری آن برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ باشد.

$$\gamma = \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil = \left\lceil \frac{6}{3+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma = 2$$



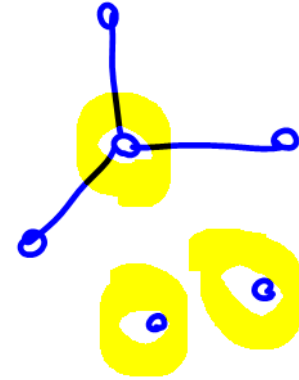
$$\max(9) = 9$$



۵- گرافی با δ راس و $\Delta = 3$ رسم کنید که عدد احاطه گری آن برابر $\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \rfloor$ نباشد.

$$\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \rfloor = \lfloor \frac{4}{3+1} \rfloor = 1 \Rightarrow \delta > 1$$

$$\Rightarrow \delta = 2$$

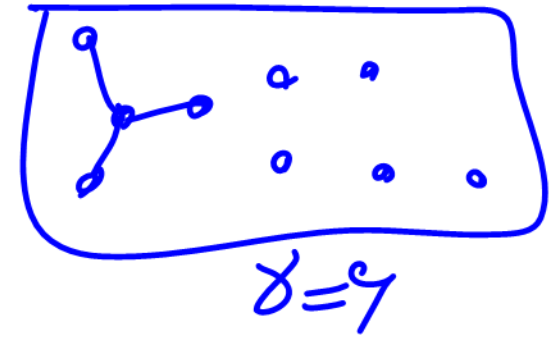
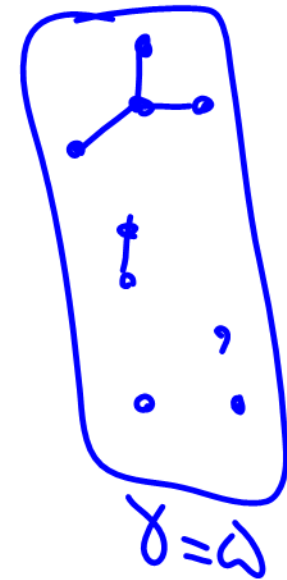
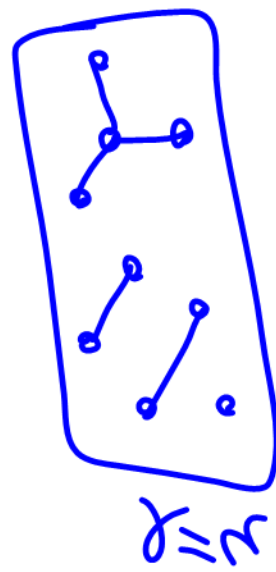
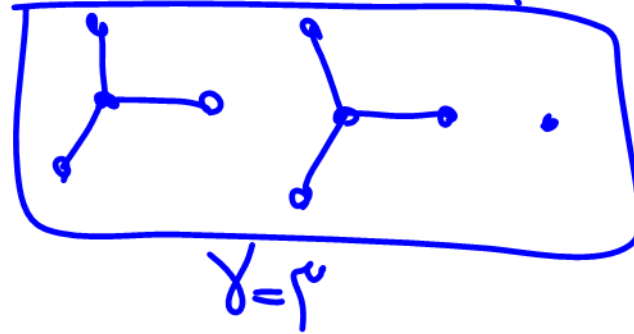


$$\delta = 2$$

۶- در گرافی با ۹ راس که در آن $\Delta = 3$ تمام مقادیر ممکن برای عدد احاطه گری را بیابید.

$$\left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil \leq \gamma \leq n - \Delta$$

$$3 \leq \gamma \leq 9$$





۷- در گرافی با ۱۰ راس که در آن $\Delta = 7$ تمام مقادیر ممکن برای عدد احاطه گری را بیابید.

$$\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \delta \leq n-1$$

$$2 \leq \delta \leq 7$$



۸- در گرافی با درجه راس های ۲، ۲، ۳، ۳، ۴، ۴ عدد احاطه گری کدام است؟

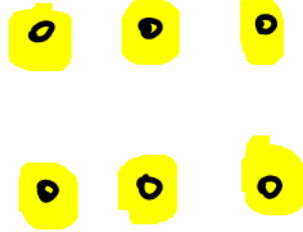
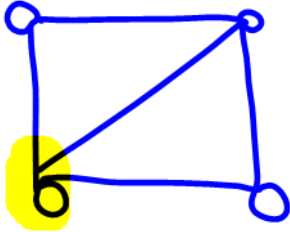
- | | |
|---------|-------|
| ۴ (۲) | ۱ (۱) |
| ۲ (۴) ✓ | ۳ (۳) |

مرتبّه = ۶

$$\Delta = 4 = n - 2 \rightarrow \delta = 2$$

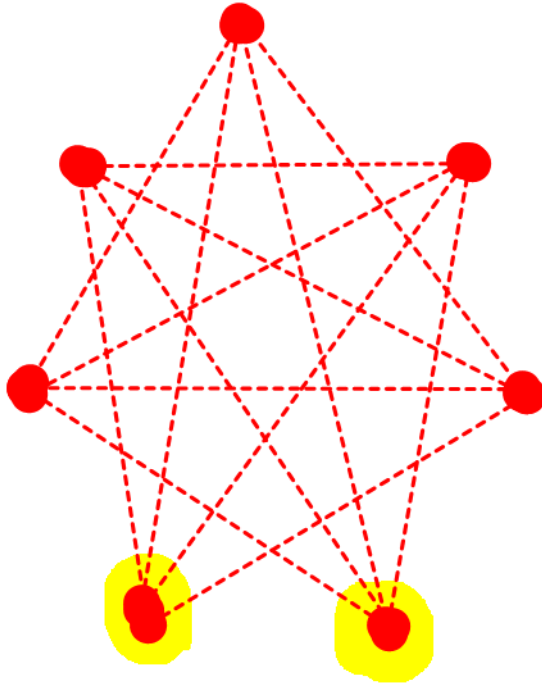


۹- در گرافی با ۱۰ راس و ۵ یال ، عدد احاطه گری حداکثر کدام است؟



$$\delta = 7$$

- | | |
|-------|-------|
| ۷ (۱) | ۸ (۱) |
| ۹ (۴) | ۶ (۳) |



۱۰- در گراف \bar{C}_7 عدد احاطه گری کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

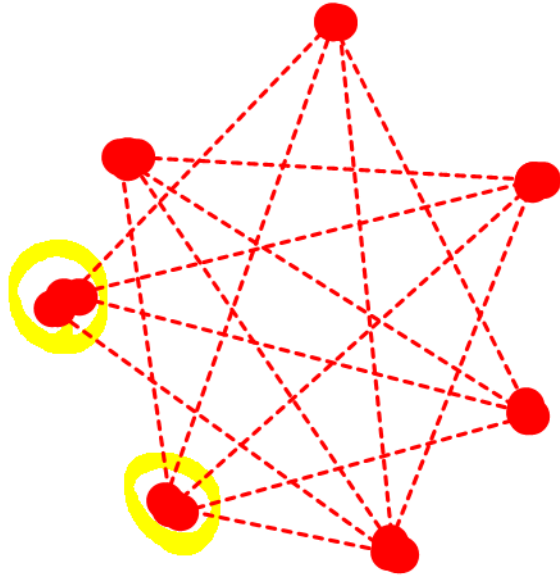
۲ (۲)

۱ (۱)

مکمل گراف \bar{C}_7 گراف

کامپلیمنت \bar{C}_7 است

$$\Rightarrow \delta = 2$$



۱۱- در گراف \bar{P}_7 عدد احاطه گری کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۲) ✓

۳ (۲)

۴ (۱)

$$n = 7, \Delta = \omega = n - 2 \Rightarrow \gamma = 2$$



۱۲- اگر در گرافی با ۷ راس فقط یک مجموعه احاطه گر مینیمم یک عضوی داشته باشیم، آنگاه حداکثر تعداد یالها کدام است؟

$16 (4)$ $18 (3)$ $17 (2)$ $15 (1)$

$\Delta = 9$

$9, 5, 5, 5, 5, 5, 5$ (درجه راسها)

$$f = \frac{\sum d(v_i)}{2} = \frac{36}{2} = 18$$



۱۳- حداقل تعداد یالهای گرافی با ۷ راس که بیش از یک مجموعه احاطه گر مینیمم یک عضوی داشته باشد کدام است؟

۱۰ (۴)

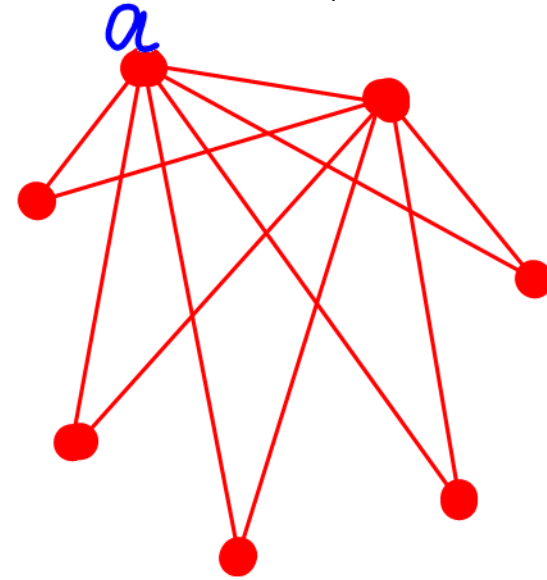
۱۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱۳ (۱)

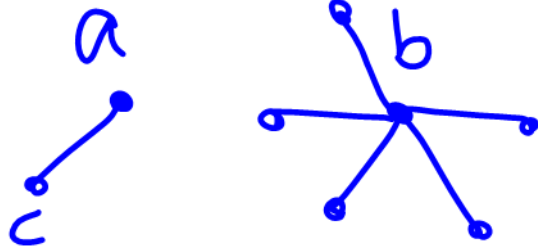
۹, ۹, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲

$$f = \frac{\text{جمع راسها}}{۲} = \frac{۲۲}{۲} = ۱۱$$





۱۴- حداقل تعداد یالهای گرافی با ۸ راس که بیش از یک مجموعه احاطه گر مینیمم دو عضوی داشته باشد را بیابید.



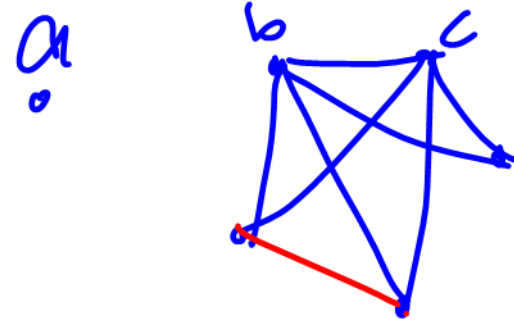
لا مجموعه یا مجموعه احاطه گر مینیمم

{a, b}

{c, b}



۱۵- حداکثر تعداد یالهای گرافی با ۶ راس که دقیقا دو مجموعه احاطه گر مینیمم دو عضوی داشته باشد را بیابید.

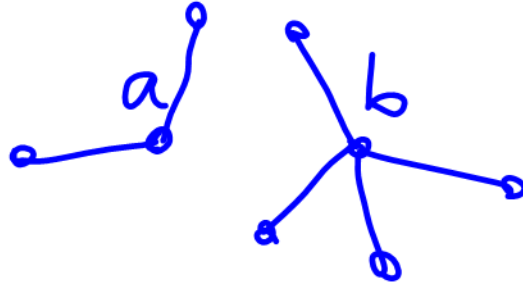


$$\{a, b\} \cup \{a, c\}$$

$$f_{max} = 1$$



۱۶- حداکثر تعداد راس هاس گرافی با ۶ یال که دقیقاً یک مجموعه احاطه گر مینیمم دو عضوی داشته باشد را بیابید.

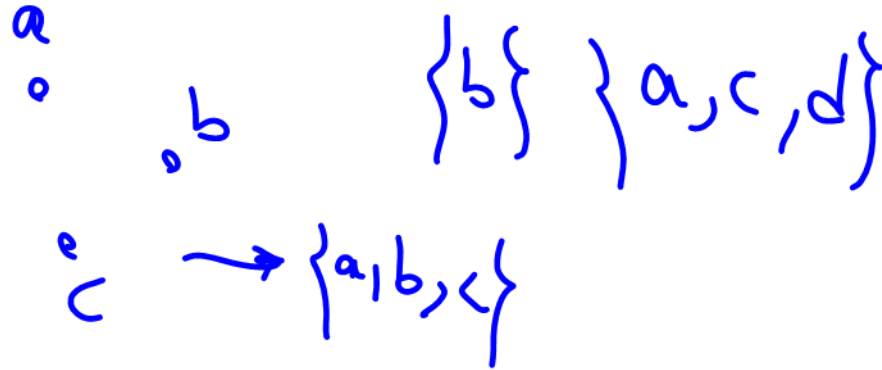
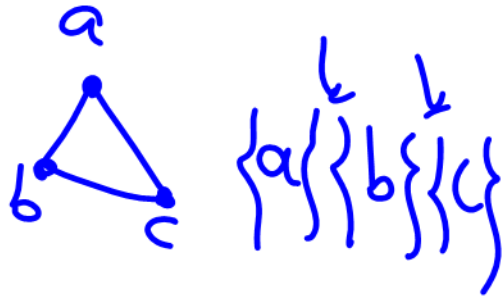
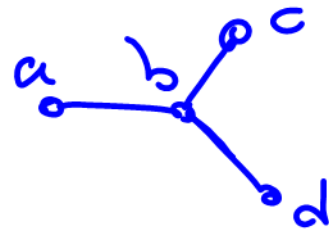
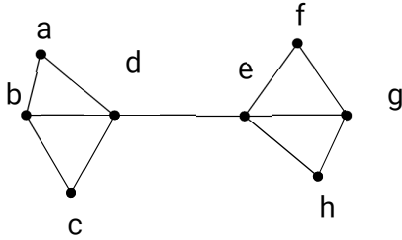


$$\{a, b\} = \text{احاطه گر مینیمم}$$

$$\text{حداکثر راس} = ۸$$

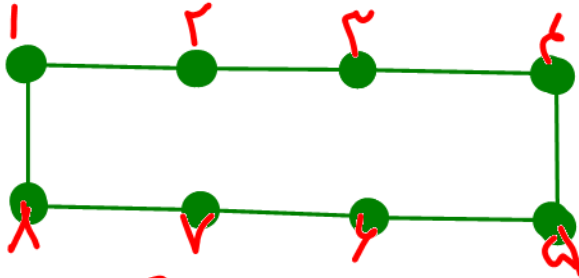


مجموعه احاطه گر مینیمال: مجموعه احاطه گری که با حذف هر کدام از اعضای آن دیگر احاطه گر نباشد، مجموعه مینیمال می نامند. در گراف شکل زیر مجموعه های $\{a, c, g\}$ و $\{b, g\}$ و $\{b, o, e\}$ و $\{a, o, c, f, h, o, h\}$ و $\{f, h, o, d\}$ بعضی از مجموعه های مینیمال هستند.





مثال ۱: در گراف های زیر ابتدا $\gamma(G)$ را بیابید ، سپس یک مجموعه احاطه گر مینیمال بیابید که مینیمم نباشد.

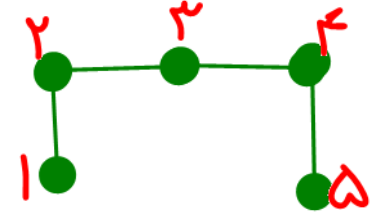


ب. گراف C_8

$$\delta = \left\lfloor \frac{8}{2} \right\rfloor = 3$$

$$\text{مینیال اعضوی} = \{1, 3, 5, 7, 4\}$$

الف. گراف P_5

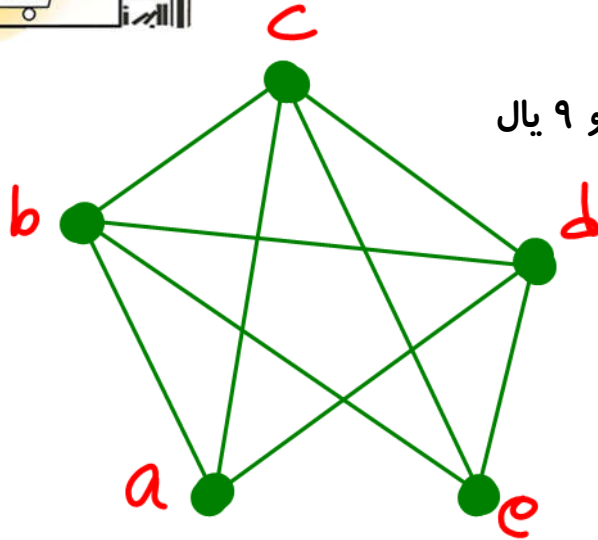


$$\delta = 2$$

$$\text{مینیال اعضوی} = \{1, 3, 5\}$$



د. گرافی با ۵ راس و ۹ یال

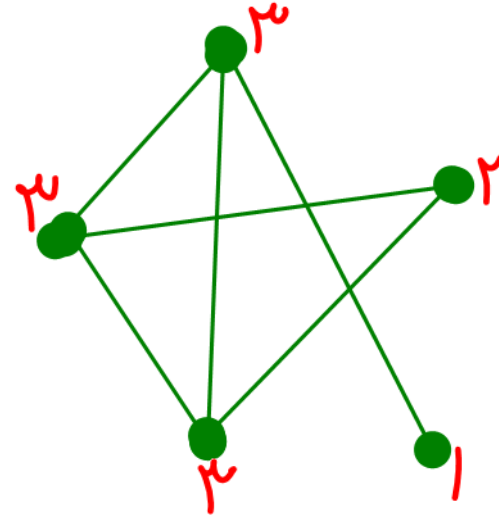


$$\chi = 1$$

$$\text{مینیال اعصوی} = \{a, e\}$$

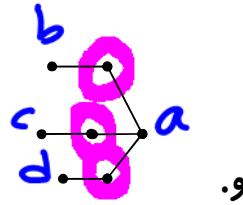


ج. گرافی با درجه راس های ۳, ۳, ۳, ۲, ۱



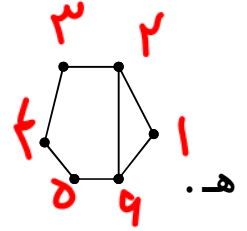
$$\chi = 2$$

مینیال بیش از ۲ اعصوی ندارد



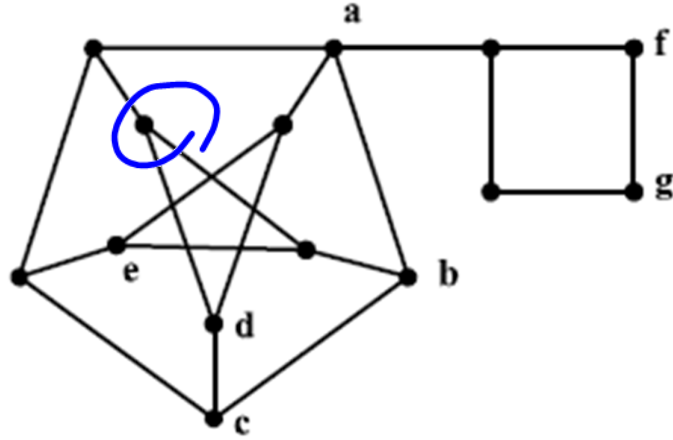
$$\delta = 3$$

$$\{a, b, c, d\} = \text{مجموعه گره‌های گراف}$$



$$\delta = 2$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} = \text{مجموعه گره‌های گراف}$$



۲- کدام مجموعه برای گراف روبه‌رو، یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است؟

احاطه‌گر مینیمال

{a, d, e, g} (۱) ✓

{a, c, e, g} (۱)

{a, d, e, f, g} (۴)

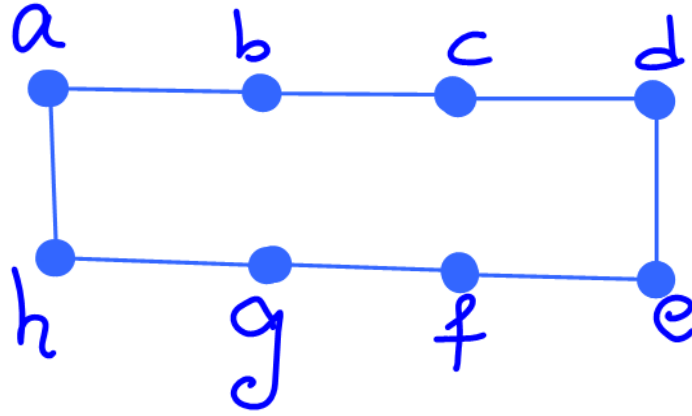
{a, b, d, e, g} (۳)

↓
اصحیح

↓
اصحیح



۳- برای گراف ۲ منتظم همبند از مرتبه ۸ مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی بنویسید.

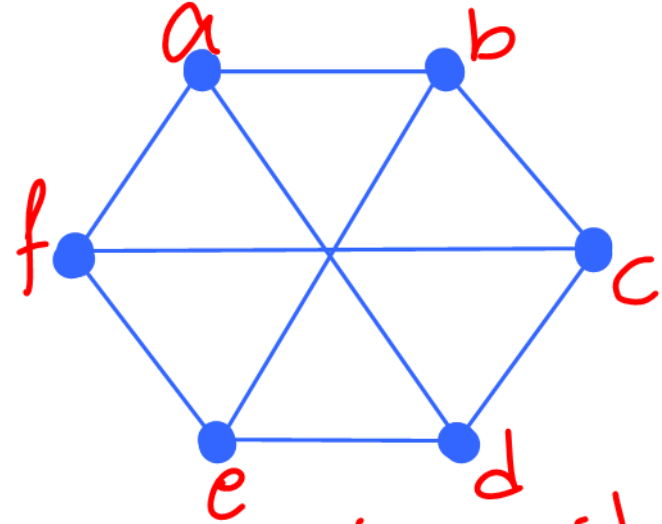
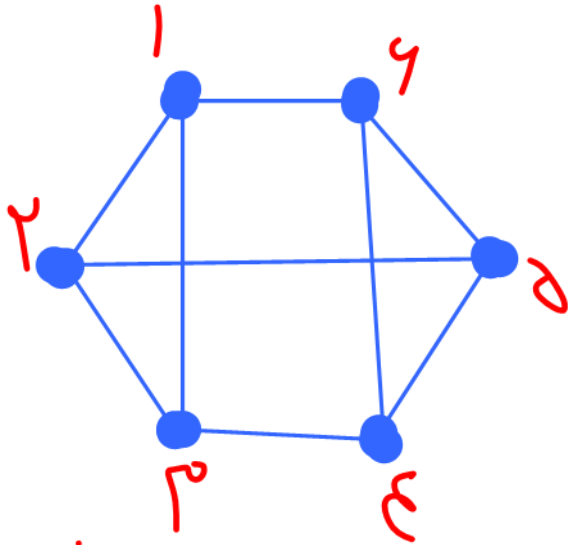


$$\{a, c, e, g\}$$

$$\{b, d, f, h\}$$



۴- برای گراف ۳ منتظم از مرتبه ۶ مجموعه احاطه گر مینیمال ۳ عضوی بنویسید.



$\{4, 5, 6\}$ یا $\{1, 2, 3\}$ = مینیمال ۳ عضوی

$\{a, c, e\}$ یا $\{b, d, f\}$



۵- در گراف p_{12} یک مجموعه احاطه گر مینیمال حداکثر چند عضو دارد؟

- ۶ (۲) ✓ ۷ (۱)
۴ (۴) ۵ (۳)

$$\{1, 2, 5, 7, 9, 11\} = 6 \text{ عضو}$$



۶- در گراف C_1 یک مجموعه احاطه گر مینیمال حداکثر چند عضو دارد؟

۴ (۴)

۵ (۳)

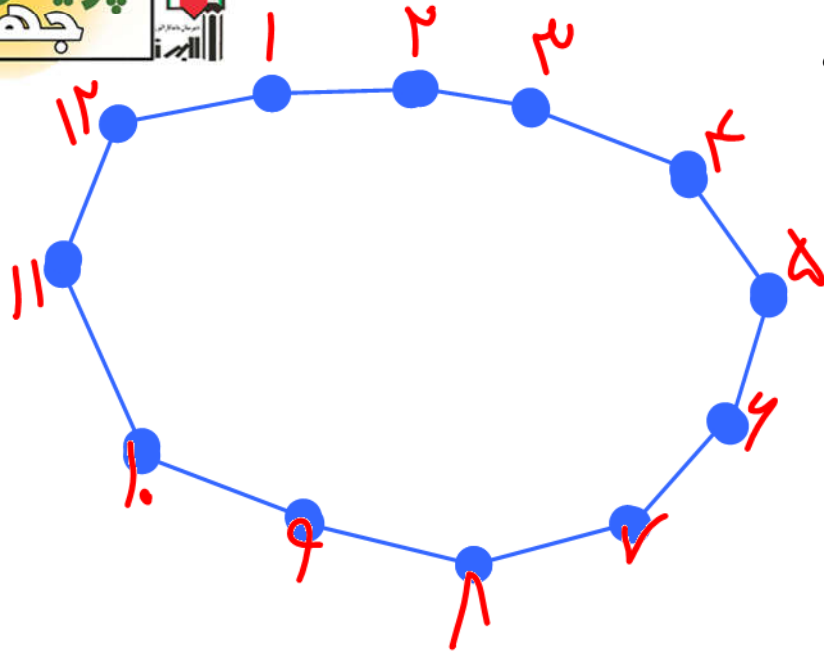
۶ (۲)

۷ (۱)

۵ را سی → یک در سی



۷- گراف C_{12} چند مجموعه احاطه گر مینیمال ۶ عضوی دارد؟



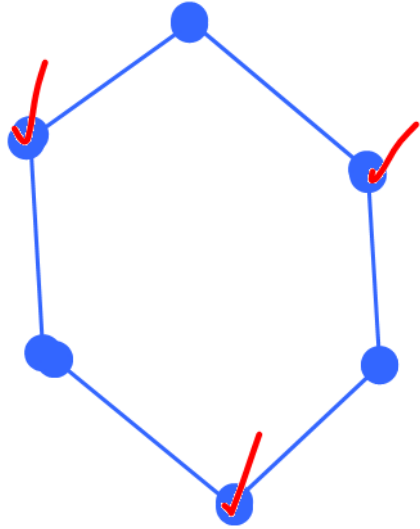
۲ جواب

$\{1, 2, 5, 7, 9, 11\}$

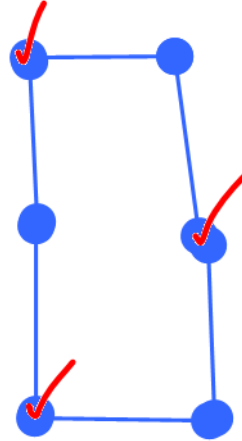
$\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$



۸- گرافی از اجتماع دو گراف C_6 تشکیل شده است، این گراف چند مجموعه احاطه گر مینیمال ۶ عضوی دارد؟



۲ حالت

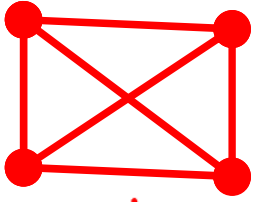


۲ حالت

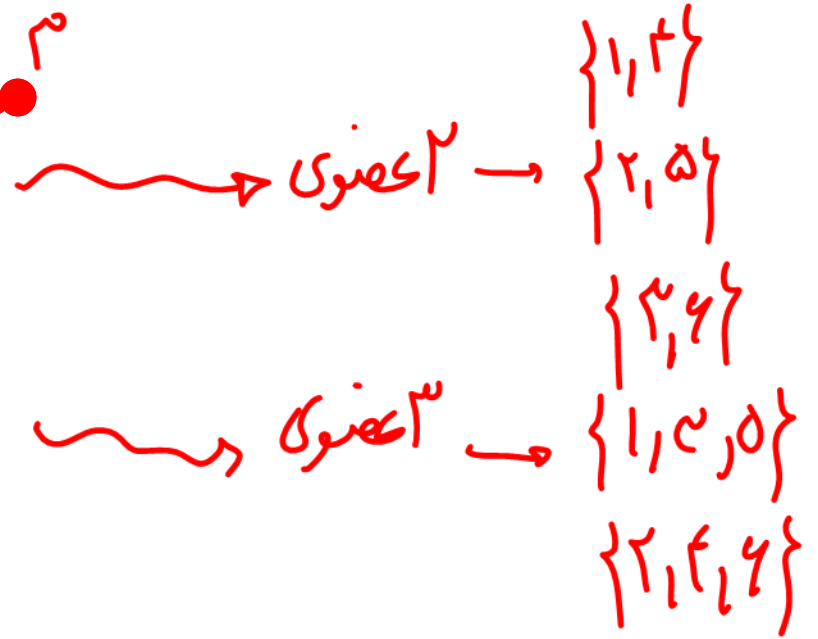
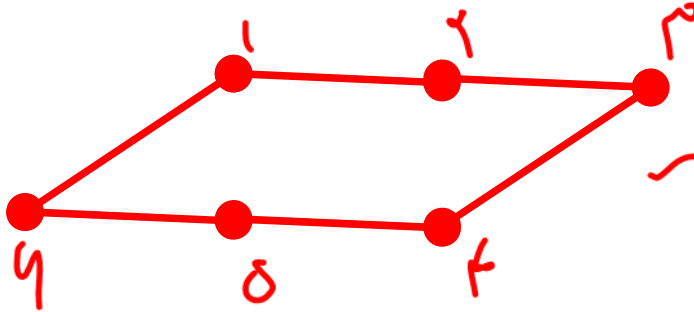
$$\text{جواب} = 2 \times 2 = 4$$



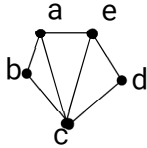
۹- گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه گر مینیمال دارد؟



۴ حالت

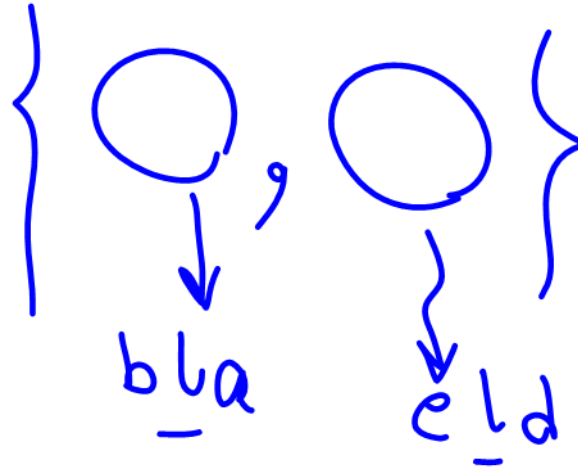


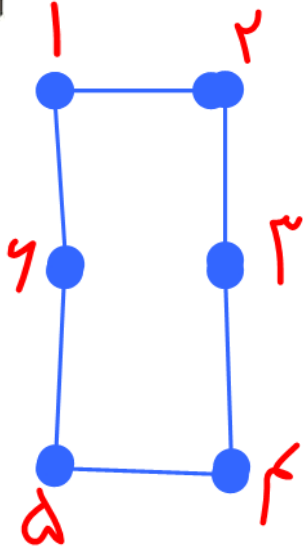
$$\text{جواب} = 4 \times 5 = 20$$



۱۰- گراف مقابل چند مجموعه احاطه گر مینیمال ۲ عضوی دارد؟

۲ (۲)	۴ (۱)
۳ (۴)	۱ (۳)





۱۱- گراف C_6 چند مجموعه احاطه گر مینیمال دارد؟

- | | |
|---------|-------|
| ۵ (۲) ✓ | ۶ (۱) |
| ۸ (۴) | ۷ (۳) |

۲ عضو $\rightarrow \{1, 2, 3, 4\}, \{2, 5, 6\}, \{3, 4, 6\}$
 ۳ عضو $\rightarrow \{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6\}$



۱۲- گراف P_6 چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۹ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

$\{b, e\}$ → ۲ عضو

$\{a, c, e\}$ → ۳ عضو

$\{a, c, f\}$

$\{a, d, f\}$

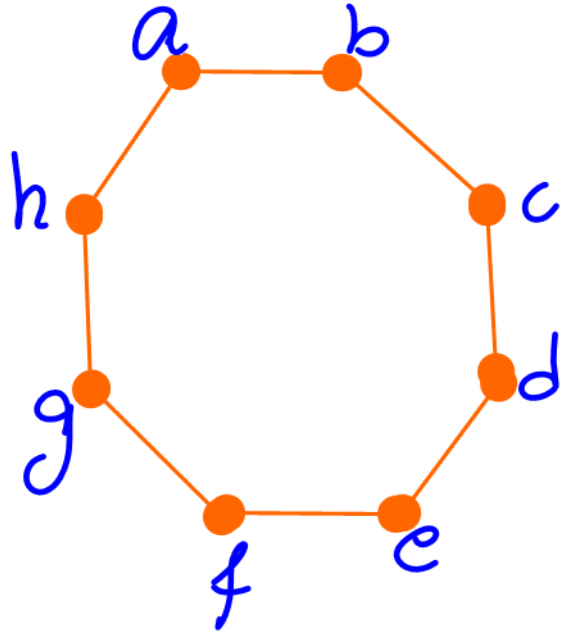
$\{a, d, e\}$

$\{b, c, f\}$

$\{b, d, f\}$



۱۳- گراف ۲ منتظم همبند از مرتبه ۸ چند مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی دارد که شامل دو راس مجاور باشد؟

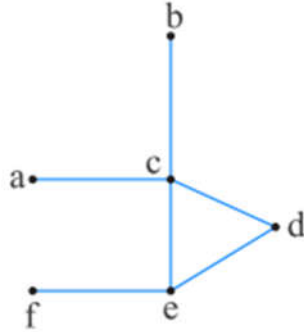


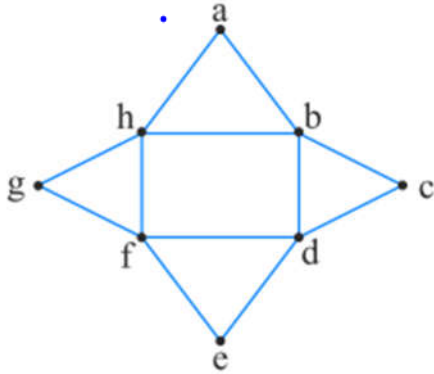
$\{a, b, e, f\}$
 $\{b, c, f, g\}$
 $\{c, d, g, h\}$
 $\{d, e, h, a\}$



۱۴- گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه گر مینیمال دارد که شامل راس درجه ۲ باشد؟

$\{d, f, a, b\}$





۱۵- گراف مقابل چند مجموعهٔ احاطه گر مینیمال ۳ عضوی دارد؟

۸ (۲)

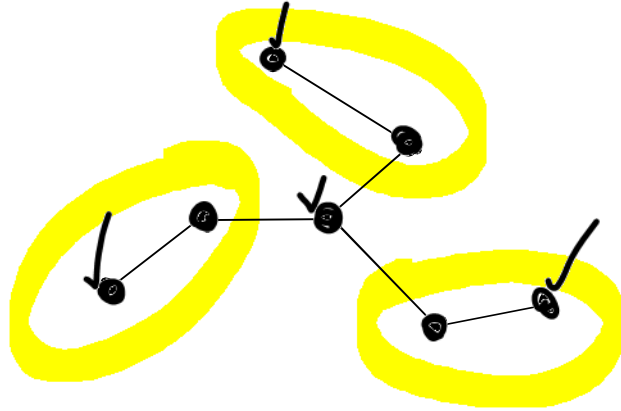
۷ (۱)

۹ (۴)

۶ (۳)

$\{a, c, f\} \rightarrow ۴$

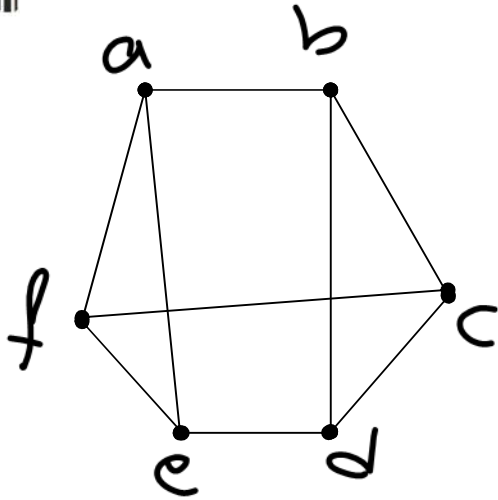
$\{h, b, e\} \rightarrow ۴$



۱۶- گراف مقابل چند مجموعهٔ احاطه گر مینیمال دارد؟

	۸ (۲)	۱۰ (۱)
۳	۴ (۴)	۶ (۳)
۲	}	
۱		
۱	$V + 1 = 1$	

$\xrightarrow{\text{حکمتی}} \quad \xrightarrow{\text{محصوی}}$



۱۷- گراف مقابل چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۸ (۲)

۱۰ (۱)

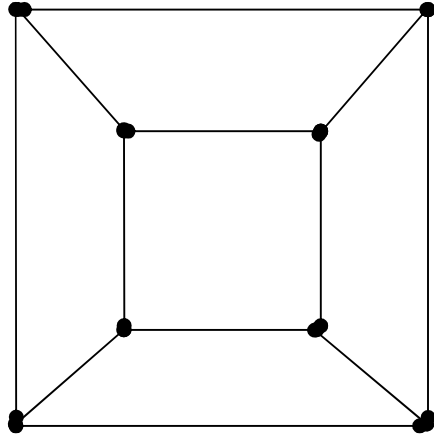
۹ (۴)

۱۱ (۳)

$\left. \begin{array}{l} \text{۲ عضو} \\ \text{۳ احاطه} \end{array} \right\} \emptyset, \{a, c\}, \{b, d\}$

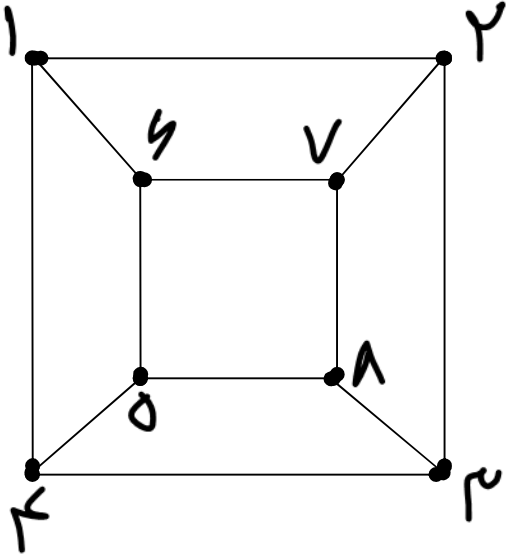
$\Rightarrow 9$

$\left. \begin{array}{l} \text{۳ عضو} \\ \text{۲ احاطه} \end{array} \right\} \{a, e, f\}, \{b, c, d\}$



۱۸- گراف مقابل چند مجموعهٔ احاطه گر مینیمال سه عضوی دارد؟

مینیمال سه عضوی ندارد

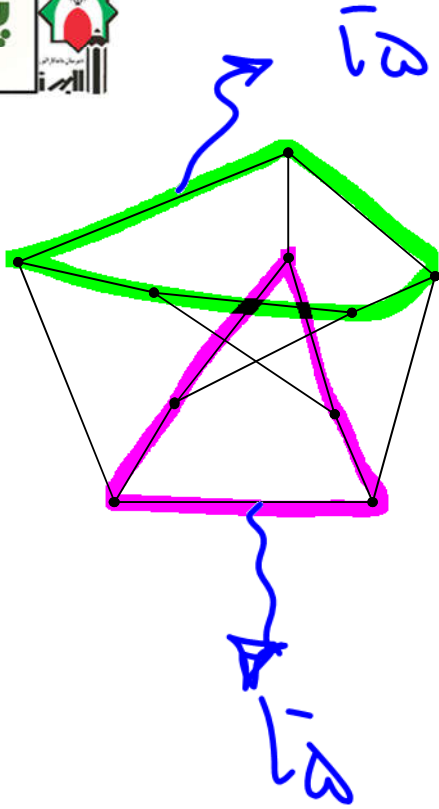


۱۹- گراف مقابل چند مجموعهٔ احاطه گر مینیمال ۴ عضوی دارد؟

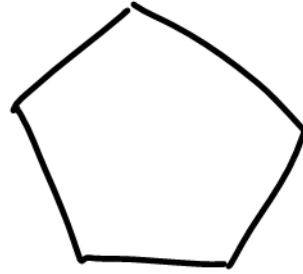
$$e_1 \rightarrow \text{دوره طول ۴}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1, 4, 5, 7 \\ 2, 4, 9, 8 \end{array} \right\} \rightarrow e_2$$

$$= 1 \text{ جواب}$$



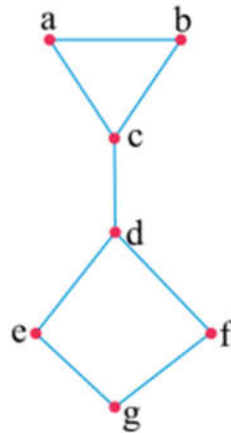
۲۰- گراف مقابل چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی دارد؟



۱۲ = جواب



۲۱- گراف شکل مقابل چند مجموعه احاطه گر مینیمال دارد؟



$$۲\text{ عضو} \rightarrow \{c, g\}$$

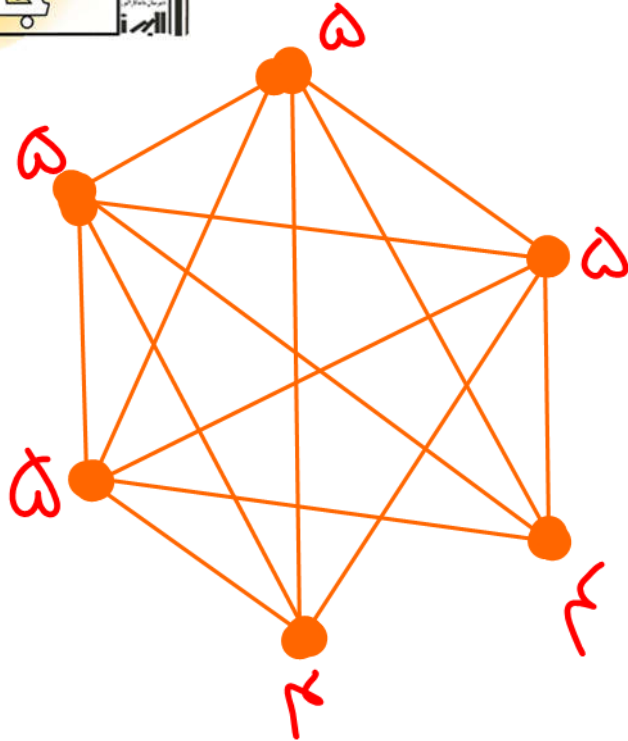
$$۳\text{ عضو} \rightarrow \{c, \underbrace{e, f}, \underbrace{e, g}, \underbrace{f, g}\}$$

۳ حالت

$$۴\text{ عضو} \rightarrow \left\{ \underbrace{e, f, g} \text{ تکلیف} \text{ و } \underbrace{c, e, f, g} \right\}$$

$\binom{4}{2}$

$$\text{جواب} = 1 + 3 + 12 = 16$$



۲۲- گرافی با ۶ راس و ۱۴ یال چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۴ حالت \rightarrow کبرِ عضو

۴، ۴ \rightarrow (۲ عضو)



۲۳- در گرافی با ۱۰ راس و ۴۲ یال می دانیم $\delta - \Delta = 1$. اگر دوراس از این گراف انتخاب کنیم با چه احتمالی این دو

راس احاطه گر مینیمال هستند؟

$$\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 5 \\ 3 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{array}$$

$$P(A) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{15}{45}$$

$$g_k = \frac{1 \times 9}{2} = 45$$

مقابله با گراف k_1



۹۰

۹۰



۹۰

۹۰