

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n$$

$$\text{تعداد جوابها} = \binom{n+k-1}{k-1} = \frac{(n+k-1)!}{n! (k-1)!}$$





۱۹- به چند طریق ۵ کبوتر یکسان می توانند در سه لانه متمایز قرار بگیرند به طوری که در هیچ لانه ای دقیقا یک کبوتر نباشد؟

$$\begin{array}{l} 5 \text{ و } 0 \rightarrow \begin{array}{r} 5 \\ \hline 2 \end{array} = 2 \\ 3 \text{ و } 2 \text{ و } 0 \rightarrow \begin{array}{r} 3 \\ \hline 2 \end{array} = 3 \end{array}$$

۱۸ (۲)	۱۵ (۱)
۱۲ (۴)	۹ (۳) ✓



۲۰- به چند طریق می توان ۷ توپ یکسان را در سه سبد متمایز قرار داد بطوریکه در هیچ سبدي دقیقا یک توپ نباشد؟

$$\begin{array}{l}
 7 \text{ ر } 0 \text{ ر } 0 \rightarrow \frac{7!}{2!2!} = 21 \\
 6 \text{ ر } 1 \text{ ر } 0 \rightarrow \frac{6!}{2!2!} = 15 \\
 5 \text{ ر } 2 \text{ ر } 0 \rightarrow \frac{5!}{2!2!} = 15 \\
 4 \text{ ر } 2 \text{ ر } 2 \rightarrow \frac{4!}{2!2!} = 6
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} 7 \\ 6 \\ 5 \\ 4 \end{array}} \right\} = 57$$



۲۱- به چند طریق می توان ۸ توپ یکسان را در سه سبد متمایز قرار داد بطوریکه در هیچ سبدي سبدي دقيقا ۲ توپ نباشد؟

$$\begin{array}{l}
 ۸ \text{ ر } ۰ \text{ ر } ۰ \rightarrow ۳ = ۳ \\
 ۷ \text{ ر } ۱ \text{ ر } ۰ \rightarrow ۶ = ۶ \\
 ۶ \text{ ر } ۱ \text{ ر } ۱ \rightarrow ۵ = ۵ \\
 ۵ \text{ ر } ۲ \text{ ر } ۱ \rightarrow ۴ = ۴ \\
 ۴ \text{ ر } ۳ \text{ ر } ۱ \rightarrow ۳ = ۳ \\
 ۳ \text{ ر } ۴ \text{ ر } ۱ \rightarrow ۲ = ۲
 \end{array}$$

جواب = ۲۷



۲۲- به چند طریق میتوان ۶ شکلات یکسان را بین ۳ نفر توزیع کرد به طوریکه تعداد شکلات های هیچ دونفری مثل هم نباشد؟

$$\left. \begin{array}{l} 6 = 4 + 1 + 1 \rightarrow 0, 1, 5 \\ 6 = 3 + 2 + 1 \rightarrow 0, 2, 4 \\ 6 = 3 + 1 + 2 \rightarrow 1, 2, 2 \end{array} \right\} 18 = \text{جواب}$$



۲۳- معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = 17$ چند جواب طبیعی فرد دارد؟

$$2y_1 + 1 + 2y_2 + 1 + 2y_3 + 1 = 17$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 7 \rightarrow \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$



۲۴- معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$ چند جواب طبیعی زوج دارد؟

$$2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4 = 20$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 10 \quad -۴$$

$$\text{جواب} = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2} = 84$$



۲۵- معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 17$ چند جواب طبیعی دارد که x_1 و x_2 هر دو فرد باشند؟

پس x_3 نیز فرد است

$$\boxed{۳۶} \quad (۲)$$

$$۴۵ \quad (۱)$$

$$۲۱ \quad (۴)$$

$$۲۸ \quad (۳)$$

$$۲k_1 + 1 + ۲k_2 + 1 + ۲k_3 + 1 = ۱۷$$

$$k_1 + k_2 + k_3 = ۷ \rightarrow \binom{۹}{۲} = ۳۶$$



۲۶- معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = 21$ چند جواب طبیعی دارد که x_1 و x_2 هردو زوج باشند؟

باید سه ضرب باشد

$$2y_1 + 2y_2 + 2y_3 + 1 = 21$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 10 - 2$$

$$\text{جواب} = \binom{10}{2} = 45$$



۲۷- معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 24$ چند جواب طبیعی دارد که x_1 و x_2 هر دو مضرب ۳ باشند؟

پس x_3 نیز باید مضرب ۳ باشد

$$3k_1 + 3k_2 + 3k_3 = 24$$

$$k_1 + k_2 + k_3 = 8$$

$$\text{جوابها} = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$



۲۸- معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = 21$ چند جواب طبیعی دارد که x_1 و x_2 هر دو مضرب ۴ باشند؟

پس x_3 باید متعلق به $[1]$ باشد

$$4a_1 + 4a_2 + 4a_3 + 1 = 21$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 = 5 - 1$$

$$\text{جوابها} = \binom{5}{2} = 10$$



۲۹- معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 40$ چند جواب طبیعی دارد که متغیرهای آن متعلق به کلاس

همنهشتی $[1]_3$ باشند؟

$${}^3k_1 + 1 + {}^3k_2 + 1 + {}^3k_3 + 1 + {}^3k_4 + 1 = 40$$

$$k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 12 \rightarrow \text{جوابها} = \begin{pmatrix} 15 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{15 \times 14 \times 13}{2 \times 1} = 273$$



۳۰- معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

$$10 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 \geq 0$$

$$\Rightarrow m \geq 0$$

$$\Rightarrow 10 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = m$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + m = 10 \Rightarrow \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 10 \\ 3 \end{pmatrix} (2)$$

$$\begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix} (4)$$

$$\begin{pmatrix} 13 \\ 3 \end{pmatrix} (1)$$

$$\begin{pmatrix} 14 \\ 4 \end{pmatrix} (3)$$



۳۱- به چند طریق می توان حداکثر ۱۰ کبوتر را در ۳ لانه قرار داد، به طوری که در هر لانه حداقل یک کبوتر

قرار بگیرد؟

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \leq 10 - 3$$

$$\binom{10}{2} \quad (2)$$

$$\binom{13}{3} \quad (1)$$

$$\boxed{\binom{10}{3} \quad (4)}$$

$$\binom{9}{3} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + m = 7$$

$$\binom{10}{3} = \text{جواب}$$



۳۲- معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 9$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + m = 9$$

$$\binom{12}{4} = \text{جواب‌ها}$$

$$\binom{10}{3} \quad (2)$$

$$\binom{13}{4} \quad (4)$$

$$\binom{12}{3} \quad (1)$$

$$\binom{10}{4} \quad (3)$$



۳۳- معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 10$ چند جواب صحیح و نامنفی با شرط $x_1 \geq 2$ دارد؟

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + m = 10 - 2$$

$$\text{جوابها} = \binom{12}{4} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \quad ; x_i \geq 0 \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1}$$

۳۴- معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 12$ چند جواب صحیح و نامنفی با شرط $x_3 = 2$ و $x_1 \geq 3$ دارد؟

$$\overset{\infty}{x_1} + \overset{\infty}{x_2} + 2 + \overset{\infty}{x_4} + m = 12 - 2$$

$$\overset{\infty}{x_1} + \overset{\infty}{x_2} + \overset{\infty}{x_4} + m = 7$$

$$\text{تعداد جواب} = \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9 \times 1}{2 \times 1} = 45$$



۳۵- معادله‌ی $5 \leq x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 \leq 10 = \text{جل} \Rightarrow \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + m = 10 \rightarrow \binom{14}{4}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 \leq 5 = \text{مطلوب} \Rightarrow \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + m = 5 \Rightarrow \binom{11}{4}$$

$$\text{جوابها} = \binom{14}{4} - \binom{11}{4}$$



۳۶- معادله‌ی $5 \leq x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 12$ چند جواب طبیعی دارد؟

$$4 - 11 \leq x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 12 - 5$$

$$1 \leq x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 7$$

$$\begin{aligned} (1) \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 7 &\rightsquigarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + m = 7 \\ &\left(\begin{matrix} 11 \\ 4 \end{matrix} \right) \leftarrow \\ \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 &\rightarrow \left(\begin{matrix} 7 \\ 4 \end{matrix} \right) = 1 \end{aligned}$$

$$1 - \left(\begin{matrix} 11 \\ 4 \end{matrix} \right) = \text{تعداد جوابها}$$



۳۷- در چند عدد سه رقمی مجموع ارقام برابر ۹ است؟

عدد سه رقمی $\overline{xyz} \rightarrow x+y+z=9-1$

$$x+y+z=8 \rightarrow \binom{10}{2} = 45$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \rightarrow \binom{n+k-1}{k-1}$$



۳۸- در چند عدد سه رقمی مجموع ارقام برابر ۱۰ است؟

$$\overline{xyz} \text{ عدد سه رقمی} \rightarrow x + y + z = 10 \quad ۱-$$

$$x + y + z = 9$$

$$\text{جوابها} = \binom{11}{2} - 1 = 55 - 1 = 54$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ y=0 \\ z=0 \end{array} \right. \leftarrow \text{حالتی که}$$



۳۹- در چند عدد طبیعی کمتر از ۱۰۰۰ مجموع ارقام برابر ۹ است؟

$$\overline{xyz} \rightarrow x+y+z=9 \Rightarrow \binom{11}{2} = 55$$



۴۰- در چند عدد طبیعی کمتر از ۱۰۰۰ مجموع ارقام کمتر از ۸ است؟

$$\overline{xyz} \rightarrow x+y+z < 8$$

$$x+y+z \leq 7$$

$$x+y+z+m=7$$

$$\Rightarrow \text{جوابها} = \binom{7}{3} = 35$$

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \\ z=0 \end{array} \right\} \text{م}$$



۴۱- در سه بار پرتاب تاس سالم، چند پیشامد وجود دارد که مجموع ارقام رو شده برابر ۸ باشد؟

$$a + b + c = 8$$

$$a + b + c = 8 \rightarrow \binom{8}{2} = 21$$



۴۲- در سه بار پرتاب تاس سالم، چند پیشامد وجود دارد که مجموع ارقام رو شده کمتر از ۸ باشد؟

$$x + y + z < 8$$

$$x + y + z \leq 7$$

$$\overset{\circ}{x} + \overset{\circ}{y} + \overset{\circ}{z} + m = 7 - m$$

$$= \binom{7}{m} = ۲۵$$



۴۳- در سه بار پرتاب تاس سالم، چند پیشامد وجود دارد که مجموع ارقام رو شده برابر ۱۳ باشد؟

$$x + y + z = 13$$

$$x + y + z = 10, \quad x \leq 5, \quad y \leq 5, \quad z \leq 5$$

$$x + y + z = 13$$

$$\Rightarrow x_1 + y_1 + z_1 = 5 \Rightarrow \binom{5}{2} = 21$$



۴۴- در سه بار پرتاب تاس سالم، چند پیشامد وجود دارد که مجموع ارقام رو شده کمتر از ۱۵ باشد؟

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 < 15 \rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 15 \rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 4 \rightarrow \binom{4}{2} = 10 \\ = 14 \rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 3 \rightarrow \binom{3}{2} = 6 \\ = 13 \rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 2 \rightarrow \binom{2}{2} = 1 \\ = 12 \rightarrow \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{مطلوب} \\ \end{array}$$

$$\text{جواب} = 216 - (10 + 6 + 1 + 1) = 196$$



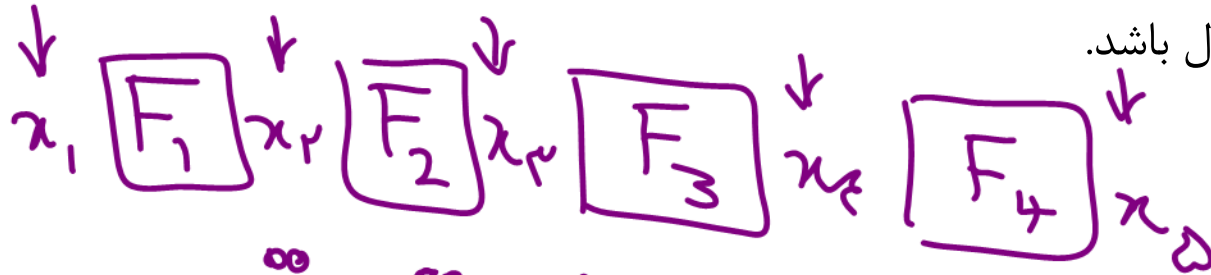
۴۵- تعداد جایگشت های ۴ فوتبالیست و ۴ توپ فوتبال یکسان در یک ردیف را بیابید.

$$\text{تعداد جایگشتها} = \frac{8!}{4!}$$



۴۶- تعداد جایگشت های ۴ فوتبالیست و ۱۰ توپ فوتبال یکسان در یک ردیف را بیابید که در آنها بین هر دو

فوتبالیست حداقل دو توپ فوتبال باشد.



$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_7 + \lambda_8 = 10 - 4$$

$$\leftarrow \text{جایگشت فوتبالیست ها} = \binom{11}{4} \times 4! = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{4!} \times 4! = 11 \times 10 \times 9 \times 8 = 7920$$



۴۷- تعداد جایگشت های ۵ فوتبالیست و ۹ توپ فوتبال یکسان در یک ردیف را بیابید که در آنها بین هر دو فوتبالیست حداقل یک توپ فوتبال باشد و شروع و پایان ردیف حتما توپ فوتبال باشد.

$$\begin{array}{ccccccccc}
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 x_1 & \boxed{F_1} & x_2 & \boxed{F_2} & x_3 & \boxed{F_3} & x_4 & \boxed{F_4} & x_5 & \boxed{F_5} & x_6 \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 x_1 + \dots + x_6 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \text{جوابها} = \binom{1}{5} \times 5! \\
 \leftarrow \text{جایگشت فوتبالیست ها}
 \end{array}$$



۴۸- چند تابع صعودی از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ وجود دارد؟

$$\{(1,0), (2,0), (3,0), (4,0), (5,0), (6,0), (7,0)\} \quad \begin{matrix} 330 \text{ (۲)} \\ 110 \text{ (۴)} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 440 \text{ (۱)} \\ 220 \text{ (۳)} \end{matrix}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 = 7$$

$$\text{جوابها} = \binom{11}{7} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{7 \times 6 \times 5} = 330$$



۴۹- چند تابع صعودی از مجموعه $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷\}$ به مجموعه $B = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ وجود دارد به

شرط آنکه $f(۱) = ۱$ باشد؟

$$\left\{ (۱, ۱), (۲, ۰), (۳, ۰), (۴, ۰), \dots, (۷, ۰) \right\}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 = ۶$$

$$\text{جوابها} = \binom{۱۰}{۴} = \frac{۱۰ \times ۹ \times ۸ \times ۷}{۴ \times ۳ \times ۲} = ۲۱۰$$



۵۰- چند تابع صعودی از مجموعه $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷\}$ به مجموعه $B = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ وجود دارد به

شرط آنکه $f(۱) = ۲$ باشد؟

$$\{(۱, ۲), (۲, \square), (۳, \square), (۴, \square), (۵, \square), (۶, \square), (۷, \square)\}$$

$$\lambda_۲ + \lambda_۳ + \lambda_۴ + \lambda_۵ = ۶$$

$$\text{جواب} = \binom{۹}{۲} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷}{۲ \times ۱} = ۱۴$$



۵۱- با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ چند عدد ۶ رقمی می توان نوشت که ارقام آن به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب باشند؟

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

۱ ۲ ۳ ۴ ۴ ۴

۲ ۳ ۳ ۳ ۳ ۳

۲ ۳ ۳ ۴ ۴ ۴

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$$

$$\text{جوابها} = \binom{9}{3} = 12$$



۵۲- با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ چند عدد ۵ رقمی می توان نوشت که ارقام آن به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب باشند

و همه ارقام آن مثل هم نباشد؟

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 5$$

$$\boxed{52 \quad (2)}$$

$$56 \quad (1)$$

$$14 \quad (4)$$

$$80 \quad (3)$$

$$C_4^1 - C_4^2 = 4 - 6 = 52$$

حالتی که همه ارقام مثل هم هستند



۵۳- با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ چند عدد ۶ رقمی می توان نوشت که ارقام آن به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب باشند و دقیقا دورقم در بین ارقام آن زوج باشد؟

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \rightarrow \binom{4}{2} = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \rightarrow \binom{6}{2} = 15 \end{array} \right.$$

$$\boxed{90} \quad (2)$$

$$45 \quad (1)$$

$$72 \quad (4)$$

$$108 \quad (3)$$

$$\text{جوابها} = 6 \times 15 = 90$$



۵۴- دستگاه مقابل چند جواب طبیعی دارد؟

$$\begin{cases} x + y + z + t + m + n = 14 - 6 \rightarrow x + z + m = 1 - 2 \\ y + t + n = 6 - 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow \begin{cases} x + z + m = 2 \rightarrow \binom{2}{2} = 1 \\ y + t + n = 2 \rightarrow \binom{2}{2} = 1 \end{cases} \\ & \text{جواب} = 1 \times 1 = 1 \end{aligned}$$



۵۵- دستگاه مقابل چند جواب طبیعی دارد؟

$$\begin{cases} x + y + z + t + m + n = 14 \\ 2x + 2z + n = 7 \end{cases}$$

$$n = 2k + 1$$

$$\Rightarrow 2x + 2z + 2k + 1 = 7$$

$$x + z + k = 3 - \frac{1}{2} \rightarrow \binom{3}{2} = 3$$

$$x = 1$$

$$z = 1$$

$$n = 2$$

$$\rightarrow y + t + m = 9 - 2 \rightarrow \binom{9}{2} = 21$$

$$x = 1$$

$$z = 2$$

$$n = 1$$

$$\rightarrow y + t + m = 10 - 2 \rightarrow \binom{9}{2} = 27$$

$$x = 2$$

$$z = 1$$

$$n = 1$$

$$\rightarrow y + t + m = 10 - 2 \rightarrow \binom{9}{2} = 26$$

جواب = 100



۵۶- در بسط عبارت $(x + y + z + t)^{11}$ چند جمله وجود دارد؟

$$x^{11} + x^{10}y + x^{10}z + x^{10}t + x^9y^2 + \dots + x^a y^b z^c t^d + \dots$$

$$\Rightarrow a + b + c + d = 11 \rightarrow \binom{14}{12} = \frac{14 \times 13 \times 12}{2 \times 2} = 364$$



۵۷- معادله $x + y^2 + z + t = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

$$y^2 = 0 \rightarrow x + z + t = 10 \rightarrow \binom{10}{2} = 45$$

$$y^2 = 1 \rightarrow x + z + t = 9 \rightarrow \binom{9}{2} = 36$$

$$y^2 = 4 \rightarrow x + z + t = 6 \rightarrow \binom{6}{2} = 15$$

$$y^2 = 9 \rightarrow x + z + t = 1 \rightarrow \binom{1}{2} = 0$$

جواب = 96



۵۸- معادله $x + y^2 + z + t = 20$ چند جواب طبیعی فرد دارد؟

۴۵ (۲)

۵۵ (۱)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

$$y^2 = 1 \rightarrow x + z + t = 19 \rightarrow 2k+1 + 2m+1 + 2n+1 = 19 \rightarrow k+m+n = 1$$

$$\rightarrow \binom{1}{1} = 1$$

$$y^2 = 9 \rightarrow x + z + t = 11 \rightarrow 2k+1 + 2m+1 + 2n+1 = 11 \rightarrow k+m+n = 4$$

$$\rightarrow \binom{4}{1} = 4$$

جواب = ۹

$$\Rightarrow \binom{4}{1} = 15$$



۵۹- در چند جواب صحیح و نامنفی معادله $x + y + z + t = 10$ مقدار x مضرب ۵ است؟

$$x = 0 \rightarrow y + z + t = 10 \rightarrow \binom{10}{3} = 120$$

$$x = 5 \rightarrow y + z + t = 5 \rightarrow \binom{5}{3} = 10$$

$$x = 10 \rightarrow y + z + t = 0 \rightarrow \binom{0}{3} = 1$$

$$\text{جواب} = 131$$



۶۰- معادله $x + y + \frac{10}{z} + t = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

$$z=10 \rightarrow x+y+t=0 \rightarrow \binom{11}{2} = 55$$

$$z=5 \rightarrow x+y+t=1 \rightarrow \binom{10}{2} = 45$$

$$z=2 \rightarrow x+y+t=5 \rightarrow \binom{7}{2} = 21$$

$$z=1 \rightarrow x+y+t=0 \rightarrow \binom{2}{2} = 1$$

$$\text{جمع} = 122$$



۶۱- معادله $x + y + \frac{10}{z} + t = z$ چند جواب طبیعی دارد؟

$$z = 5 \rightarrow x + y + t = 15 - 2 \rightarrow \binom{13}{2} = 1$$

$$z = 10 \rightarrow x + y + t = 9 - 2 \rightarrow \binom{7}{2} = 21$$

جواب = 29



۶۲- معادله $a + (b + c)^2 + d = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

$$(b+c)^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a+d=10 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ b+c=0 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow 1 \times 11 = 11$$

$$(b+c)^2 = 1 \rightarrow \begin{cases} a+d=9 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ b+c=1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow 2 \times 10 = 20$$

$$(b+c)^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} a+d=6 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ b+c=2 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow 3 \times 7 = 21$$

$$(b+c)^2 = 9 \rightarrow \begin{cases} a+d=1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ b+c=3 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow 4 \times 4 = 16$$

جواب = 60



۶۳- معادله $x + y + z^3 + t \leq 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

$$x + y + z^3 + t + m = 10 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} z^3 = 0 \rightarrow x + y + t + m = 10 \rightarrow \binom{14}{3} \\ z^3 = 1 \rightarrow x + y + t + m = 9 \rightarrow \binom{12}{3} \\ z^3 = 2^3 \rightarrow x + y + t + m = 2 \rightarrow \binom{5}{3} \end{array} \right\}$$

$$\text{جواب} = \binom{14}{3} + \binom{12}{3} + \binom{5}{3}$$



۶۴- معادله $3 \leq x + y + z^3 + t \leq 11$ چند جواب صحیح و مثبت دارد؟

$$x + y + z^3 + t \leq 11 \rightarrow x + y + z^3 + t + m = 11 \rightarrow \begin{cases} z^3 = 0 \rightarrow x + y + t + m = 11 \rightarrow \binom{14}{3} \\ z^3 = 1 \rightarrow x + y + t + m = 10 \rightarrow \binom{14}{3} \\ z^3 = 8 \rightarrow x + y + t + m = 3 \rightarrow \binom{6}{3} \end{cases}$$

نماینده $x + y + z^3 + t \leq 2$

$$\downarrow$$

$$x + y + z^3 + t + m = 2$$

$$\rightarrow \begin{cases} z^3 = 0 \rightarrow x + y + t + m = 2 \rightarrow \binom{5}{3} \\ z^3 = 1 \rightarrow x + y + t + m = 1 \rightarrow \binom{4}{3} \end{cases}$$

جواب: $\binom{14}{3} + \binom{14}{3} + \binom{6}{3} - \binom{5}{3} - \binom{4}{3}$



۶۵- معادله $x + y + z = \frac{10}{m+n}$ چند جواب طبیعی دارد؟

$$\overset{\circ}{m} + \overset{\circ}{n} = 10 - 2 \quad \text{و} \quad \overset{\circ}{x} + \overset{\circ}{y} + \overset{\circ}{z} = 5 - 2$$

$$\overset{\circ}{m} + \overset{\circ}{n} = 0 \rightarrow \binom{10}{1} = 1$$

$$\overset{\circ}{x} + \overset{\circ}{y} + \overset{\circ}{z} = 2 \rightarrow \binom{5}{2} = 6$$

$$\text{جواب} = 1 \times 6 = 6$$



۶۶- معادله $(x + y + z)^3(a + b) = 108$ چند جواب طبیعی دارد؟

$$= 2^2 \times 3^3$$

$$\Rightarrow (x + y + z)^3 = 2^2 \rightarrow x + y + z = 2 - 2 \rightarrow \binom{2}{2} = 1$$

$$a + b = 2 \rightarrow \binom{2}{1} = 2$$

$$\text{جواب} = 1 \times 2 = 2$$



۶۷- معادله $50 \leq (x + y + z)^3 \leq 200$ چند جواب طبیعی دارد؟

$$4^3 \leq (x+y+z)^3 \leq 5^3$$

$$\Rightarrow 4 \leq (x+y+z) \leq 5$$

$$\left. \begin{array}{l} x+y+z = 4 \rightarrow \binom{4}{2} = 3 \\ x+y+z = 5 \rightarrow \binom{5}{2} = 6 \end{array} \right\} \infty$$

$$\text{جواب} = 3 + 6 = 9$$



۶۸- معادله $x + y + \frac{z}{10} + t = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 14 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} z &= 0 \\ &= 1 \\ &= 2 \\ &= 3 \\ &\dots \\ &= 10 \end{aligned}$$

۶۹- معادله $x + y - \frac{z}{10} + \sqrt{t} = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

$$\text{جوابها} = \binom{15}{2} = \frac{\cancel{15} \times \cancel{14} \times \cancel{13}}{\cancel{2} \times \cancel{1}} = 105$$

$$\begin{aligned} \sqrt{t} &= 0 \\ &= 1 \\ &= 2 \\ &= 3 \\ &\dots \\ &= 12 \end{aligned}$$





۷۰- معادله $a + 3b + c + d^2 = 5$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

۱۸ (۲)

۲۰ (۱)

۱۶ (۴)

۱۳ (۳)

$$\begin{aligned}
 3b = 0 &\rightarrow a + c + d^2 = 5 \rightarrow \begin{cases} d^2 = 0 \rightarrow a + c = 5 \rightarrow \binom{5}{1} = 6 \\ d^2 = 1 \rightarrow a + c = 4 \rightarrow \binom{4}{1} = 5 \\ d^2 = 4 \rightarrow a + c = 1 \rightarrow \binom{1}{1} = 1 \end{cases} \\
 3b = 3 &\rightarrow a + c + d^2 = 2 \rightarrow \begin{cases} d^2 = 0 \rightarrow a + c = 2 \rightarrow \binom{2}{1} = 2 \\ d^2 = 1 \rightarrow a + c = 1 \rightarrow \binom{1}{1} = 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$



۷۱- در یک رستوران با ۵ مدل غذا به چند طریق ۱۲ نفر می توانند سفارش غذا بدهند؟

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12 \rightarrow \binom{12}{4}$$



۷۲- در یک رستوران با ۴ مدل غذا به چند طریق ۱۰ نفر می توانند سفارش غذا بدهند بطوریکه همه غذاها در سفارش آنها نباشد؟

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 10 \rightarrow \binom{13}{3}$$

$$\lambda_1^0 + \lambda_2^0 + \lambda_3^0 + \lambda_4^0 = 10 \rightarrow \binom{9}{3}$$

$$\text{جواب} = \binom{13}{3} - \binom{9}{3}$$



۷۳- در یک رستوران با ۴ مدل غذا به چند طریق ۱۰ نفر شامل ۵ زوج زن و شوهر می توانند سفارش غذا بدهند؟ *به طوریکه غذای زن و شوهرها مثل هم باشد!*

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \rightarrow \binom{5}{4} = \frac{1 \times 4 \times 3 \times 2}{4 \times 3 \times 2} = 1$$



۷۴- معادله $a + b + c = 10$ چند جواب صحیح با فرض $a \geq -1$ و $b \geq -2$ و $c \geq -3$ دارد؟

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۲۸ (۴)

۲۱ (۳)

$$\overset{-1}{a} + \overset{-2}{b} + \overset{-3}{c} = 10 + 1 + 2 + 3$$

$$\text{جوابها} = \binom{11}{2}$$



۷۵- به چند طریق می توان ۲۰ سکه را بین ۴ نفر توزیع کرد به طوری که دقیقه به یک نفر سکه نرسد؟

$$\binom{4}{1} \times \binom{19}{2} = \binom{4}{1} \binom{19}{2}$$



۷۶- به چند طریق می توان ۲۰ سکه را بین ۷ نفر توزیع کرد به طوری که دقیقه به دو نفر سکه نرسد؟



پویش علمی
جهاد

