



فصل سوم

ترکیبیات

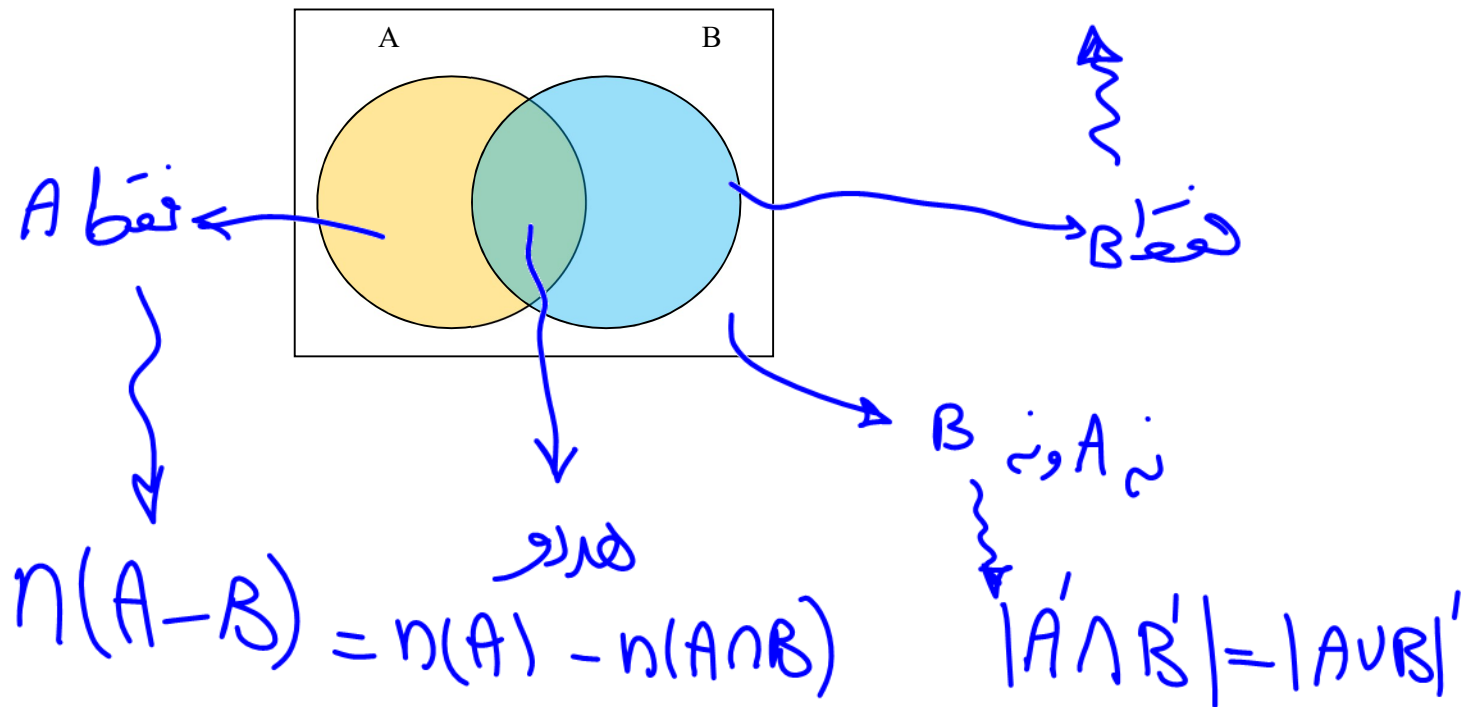
اصل شمول و عدم شمول

برای دو مجموعه A و B تعداد اعضای اجتماع آنها به صورت زیر محاسبه می شود:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$n(B-A) = n(B) - n(A \cap B)$$





۱- در یک کلاس ۲۳ نفری ۱۱ نفر عینک و ۹ نفر کلاه دارند. اگر ۴ نفر هم کلاه هم عینک داشته باشند، چند نفر

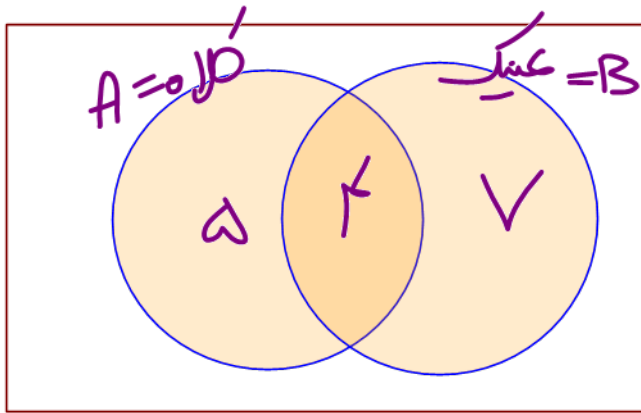
نه کلاه و نه عینک دارند؟

۸ (۲)

۹ (۱)

۶ (۴)

۷ (۳)



$$|A \cap B| = 4$$

$$|B| = 11$$

$$|A| = 9$$

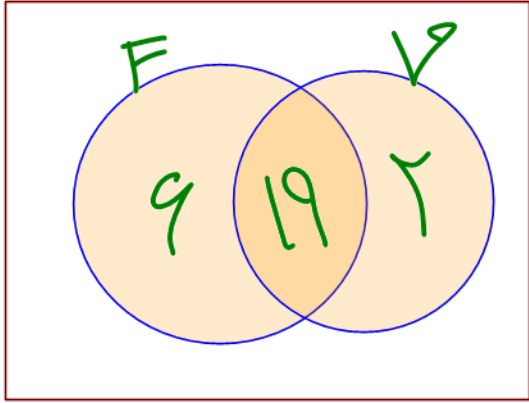
$$|A' \cap B'| = |M| - |A \cup B|$$

$$= 23 - (9 + 11 - 4) = 7$$



۲- در یک کلاس ۳۵ نفری ۲۱ نفر به والیبال و ۲۵ نفر به فوتبال علاقمند هستند. اگر ۸ نفر به هیچ ورزشی

علاقمند نباشند، چند نفر فقط به فوتبال علاقه دارند؟



$$|F' \cap V'| = 1$$

۶ (۲) ۴ (۱)

۹ (۴) ۷ (۳)

$$|M| - |F \cup V| = 1$$

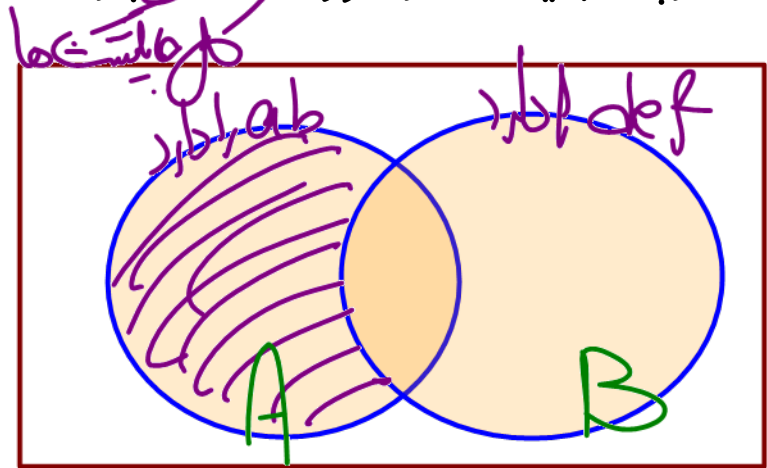
$$|F \cup V| = 35 - 1 = 34$$

$$|F| + |V| - |F \cap V| = 34$$

$$21 + 25 - |F \cap V| = 34$$



۳- در چند جایگشت از حروف $abcdef$ عبارت ab دیده می شود ولی def دیده نمی شوند؟



$$|A - B| = |A| - |A \cap B|$$

$$\underline{ab}, c, d, e, f \Rightarrow ۵!$$

$$\underline{ab} و c, \underline{def} \Rightarrow ۴!$$

$$۱۴ = ۲! - ۴! = ۱۲۰ - ۲۴ = ۹۶ = \text{جواب}$$



۴- در چند جایگشت از حروف $abcdef$ عبارت های ab و def دیده نمی شوند؟

$$|A \cup B|' = |M| - |A \cup B|$$

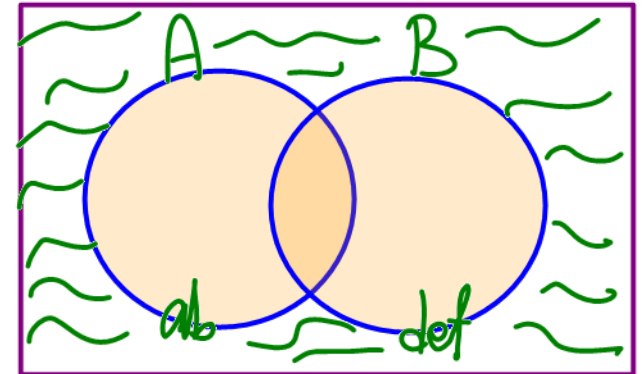
$$= |M| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

مثال: $|M| = 720$

$$|A| = abc, d, e, f \Rightarrow |A| = 120$$

$$|B| = a, b, c, def \Rightarrow |B| = 240$$

$$|A \cap B| = abc, def \Rightarrow |A \cap B| = 6$$



$$\rightarrow 720 - (120 + 240 - 6)$$

$$= 720 - 354 = 366$$



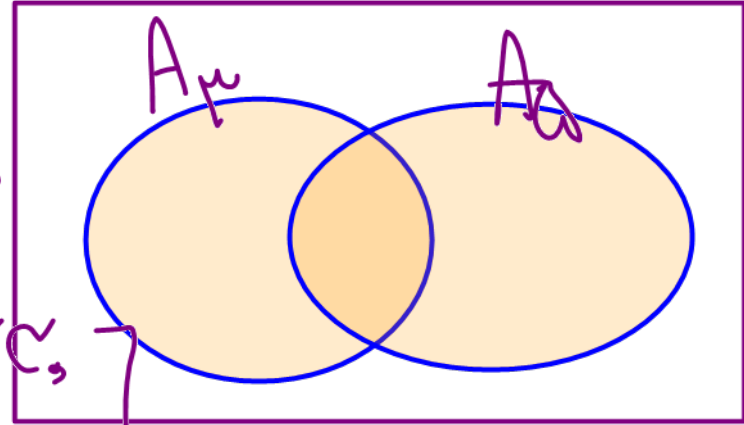
۵- چند عضو از مجموعه $A = \{n \mid 1 \leq n \leq 630, n \in \mathbb{N}\}$ بر ۳ یا ۵ بخشپذیر است؟

$$|A_3 \cup A_5| = |A_3| + |A_5| - |A_3 \cap A_5|$$

$$= \left[\frac{630}{3} \right] + \left[\frac{630}{5} \right] - \left[\frac{630}{3 \times 5} \right]$$

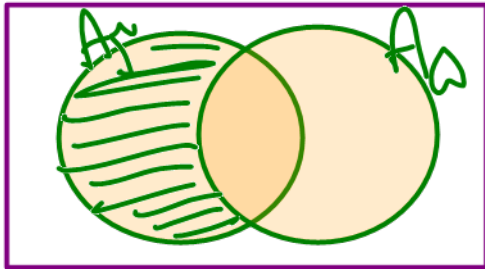
$$= 210 + 126 - 42$$

$$= 294$$





۶- چند عدد طبیعی کوچکتر یا مساوی با ۱۵۰ وجود دارد که بر ۳ بخشپذیر است ولی بر ۵ بخشپذیر نیست؟

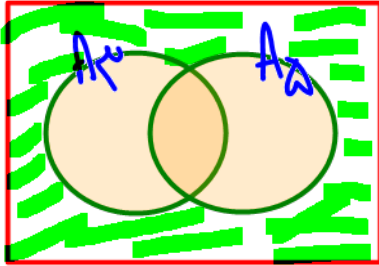


$$|A_1 - A_2| =$$

$$= |A_1| - |A_1 \cap A_2| =$$

$$= \left[\frac{150}{3} \right] - \left[\frac{150}{15} \right]$$

$$= 50 - 10 = 40 = 40$$



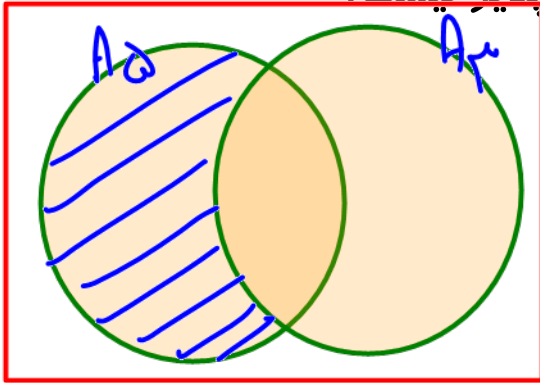
۷- چند عدد طبیعی کوچکتر یا مساوی با ۱۵۰ وجود دارد که بر ۳ یا ۵ بخشپذیر نیست؟

$$|A_c \cap A_\omega| =$$

$$\begin{aligned} |A_c \cup A_\omega| &= |M| - |A_c \cap A_\omega| = \\ &= 180 - \left(\frac{180}{3} + \frac{180}{5} - \frac{180}{3 \times 5} \right) \\ &= 180 - (60 + 36 - 12) \\ &= 180 - 84 = 96 \end{aligned}$$



۸- چند عدد طبیعی دورقمی وجود دارد بر ۵ بخشپذیر است ولی بر ۳ بخشپذیر نیست؟



۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۹۰

$$|A_5 - A_3| = \left[\frac{90}{5} \right] - \left[\frac{90}{2 \times 5} \right]$$

$$= 18 - 9 = 9$$

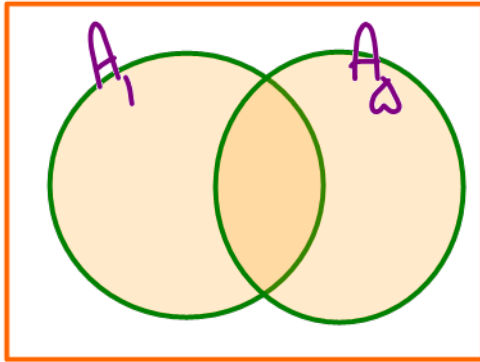


۹- چند عدد سه رقمی وجود دارد که در آنها رقم ۵ بکار نرفته است؟

$$\frac{1}{\text{مفروضه نباشد}} \times \frac{9}{\text{نباشد}} \times \frac{9}{\text{نباشد}} = 728$$



۱۰- چند عدد سه رقمی وجود دارد که در آنها رقم ۱ و رقم ۵ بکار رفته است؟



$$|\bar{A}_1| \overset{\wedge}{=} \overset{\wedge}{=} \overset{\wedge}{=} = 451$$

$$|\bar{A}_5| \overset{\wedge}{=} \overset{\wedge}{=} \overset{\wedge}{=} = 451$$

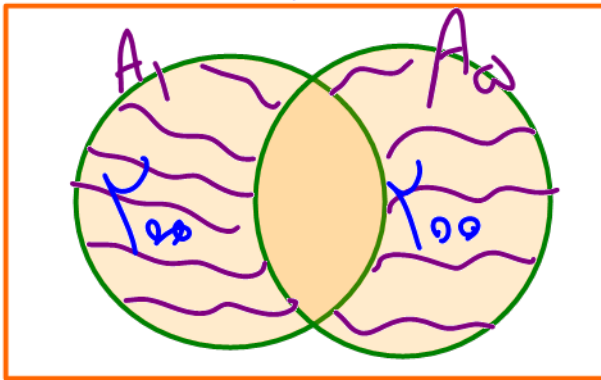
$$|\bar{A}_1 \cap \bar{A}_5| \overset{\vee}{=} \overset{\wedge}{=} \overset{\wedge}{=} = 441$$

$$|A_1 \cap A_5| = |M| - |\bar{A}_1 \cup \bar{A}_5|$$

$$= |M| - (|\bar{A}_1| + |\bar{A}_5| - |\bar{A}_1 \cap \bar{A}_5|) = 900 - (451 + 451 - 441) = 900 - 461 = 439$$



۱۱- چند عدد سه رقمی وجود دارد که در آنها فقط یکی از ارقام ۱ یا ۵ بکار رفته است؟ $\leftarrow ۲۰۰$



$$|A_1 - A_5| = |A_1 \cap \bar{A}_5|$$

$$= |\bar{A}_5 - A_1|$$

$$= \left(\frac{1}{1} \frac{9}{1} \frac{9}{1} \right) - \left(\frac{5}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \right)$$

$$= 9 \times 9 \times 1 - 5 \times 1 \times 1 = 200$$

$$|A_5 - A_1| = |A_5 \cap \bar{A}_1| = |\bar{A}_1 - A_5|$$

$$= \left(\frac{1}{1} \frac{9}{1} \frac{9}{1} \right) - \left(\frac{5}{1} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \right) = 9 \times 9 \times 1 - 5 \times 1 \times 1 = 200$$

۲



۱۲- با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می توان ساخت که زوج باشد ولی مضرب ۵

نباشد؟

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} = 20 \text{ صفرانته} \\ \frac{2}{4} = 22 \text{ صفرونیکان بنانه} \end{array} \right\} \Rightarrow 20 + 22 = 42$$

$$\Rightarrow 20 \text{ اعداد زوج مضرب ۵}$$

$$42 - 20 = 22 = \text{جواب}$$



$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

۱۳- به چند طریق می توان ۸ جایزه یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد به شرط آنکه حداقل یک نفر جایزه نگرفته باشد؟

$$\text{کل} \Rightarrow \binom{1+3}{2} = \binom{4}{2} = \frac{11 \times \cancel{10} \times \cancel{9}}{\cancel{2} \times \cancel{2}} = 145$$

$$\text{همه جایزه گرفته} \Rightarrow \binom{4+3}{2} = \binom{7}{2} = 21$$

$$\text{جواب} = 145 - 21 = 124$$



۱۴- چند عدد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۹۸ وجود دارد بر ۴ بخشپذیر است ولی بر ۷ بخشپذیر نیست؟

۲۸ (۲)

۲۴ (۱)

۳۵ (۴)

۲۱ (۳)

$$\left[\frac{98}{4} \right] - \left[\frac{98}{4 \times 7} \right] =$$

$$= 24 - 3 = 21$$



۱۵- چند عدد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۹۸ وجود دارد که با آن مقسوم علیه مشترکی ندارد؟

۴۲ (۲) ✓

۹۷ (۱)

۳۵ (۴)

۴۹ (۳)

$$98 = 2 \times 7^2$$

$$98 - \left(\left[\frac{98}{2} \right] + \left[\frac{98}{7} \right] - \left[\frac{98}{2 \times 7} \right] \right)$$

$$= 98 - (49 + 14 - 7)$$

$$= 98 - 56 = 42$$



۱۶- چند عدد طبیعی دورقمی وجود دارد که با ۲۴ مقسوم علیه مشترک ندارد؟

$$24 = 2^3 \times 3$$

$$90$$

$$90 - \left(\frac{90}{2} + \frac{90}{3} - \frac{90}{2 \times 3} \right)$$

$$= 90 - (45 + 30 - 15) = 90 - 60 = 30$$



۱۷- چند عدد طبیعی سه رقمی نایبتر از ۳۰۰ وجود دارد که با ۲۱ مقسوم علیه مشترک ندارد؟

$$\{ ۱۰۰, ۱۰۱, ۱۰۲, \dots, ۲۹۹ \} \Rightarrow ۱۰۰ \text{ تا } ۲۹۹$$

$$۲۱ = ۳ \times ۷$$

$$\sim ۳۰۰ \Rightarrow ۳۰۰ - \left(\left[\frac{۳۰۰}{۳} \right] + \left[\frac{۳۰۰}{۷} \right] - \left[\frac{۳۰۰}{۳ \times ۷} \right] \right) = ۱۷۲$$

$$\sim ۹۹ \Rightarrow ۹۹ - \left(\left[\frac{۹۹}{۳} \right] + \left[\frac{۹۹}{۷} \right] - \left[\frac{۹۹}{۳ \times ۷} \right] \right) = ۵۶$$

$$\text{جواب} = ۱۷۲ - ۵۶ = ۱۱۶$$



۱۸- چند عدد طبیعی سه رقمی داریم که نسبت به ۲۰ اول هستند؟

۹۰۰

۲۷۰ (۱)

۳۶۰ (۲)

۴۵۰ (۳)

۵۴۰ (۴)

$$۲۰ = ۲^2 \times ۵$$

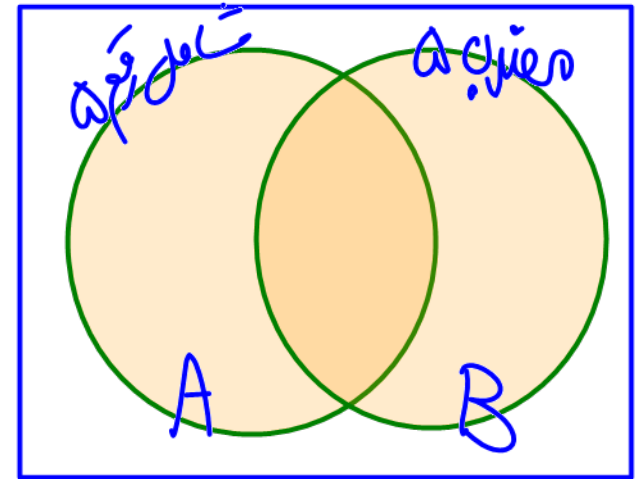
$$۹۰۰ - \left(\frac{۹۰۰}{۲} + \frac{۹۰۰}{۵} - \frac{۹۰۰}{۲ \times ۵} \right)$$

$$= ۹۰۰ - (۴۵۰ + ۱۸۰ - ۹۰)$$

$$= ۹۰۰ - ۵۴۰ = ۳۶۰$$



۱۹- چند عدد طبیعی سه رقمی داریم که نه بر ۵ بخش پذیرند و نه در آنها رقم ۵ بکار رفته است؟



$$|\overline{A \cup B}| = |M| - |A \cup B|$$

$$= 900 - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$= 900 - \left(900 - \frac{1 \times 9 \times 9}{282} + \left[\frac{900}{5} \right] - 108 \right) = 900 - (282 + 180 - 108)$$

$$|A \cap B| = \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{10} \times \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{9}{10} = 18 \\ \frac{9}{10} \times \frac{1}{5} = 9 \end{array} \right\} \begin{array}{l} = 900 - 524 \\ = 376 \end{array}$$



۲۰- چند عدد طبیعی کمتر از ۱۰۰۰۰ داریم که مربع کامل یا مکعب کامل باشند؟

$$n^2 < 10^4 \rightarrow n < 10^2 \rightarrow \text{مربع کامل} = 99$$

$$n^3 < 10^4 \rightarrow n < 22 \rightarrow \text{مکعب کامل} = 21$$

$$n^6 < 10^4 \Rightarrow n^2 < 10^2 \rightarrow \text{اشتراک} = 4$$

$$\text{جواب} = 99 + 21 - 4 = 116$$



۲۱- دو دانش آموز ریاضی و دو دانش آموز تجربی و ۳ دانش آموز انسانی به چند طریق می توانند در یک ردیف کنار هم بایستند به طوری که هیچ دو دانش آموز ریاضی یا هیچ دو دانش آموز تجربی کنار هم قرار نگیرند؟

$$7! = \text{کل}$$

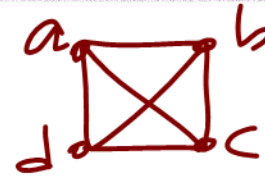
$$2! \times 4! \Rightarrow [1, 2, 3, 4], [1, 2, 3, 5], [1, 2, 4, 5], [1, 3, 4, 5] \rightarrow \text{ریاضی کنار هم}$$

$$\rightarrow \text{تجربی کنار هم} \Rightarrow 2! \times 4!$$

$$5! \times 2! \times 2! \Rightarrow [1, 2, 3, 4, 5], [1, 2, 3, 5, 4], [1, 2, 4, 3, 5], [1, 2, 4, 5, 3], [1, 3, 2, 4, 5], [1, 3, 2, 5, 4], [1, 3, 4, 2, 5], [1, 3, 4, 5, 2], [1, 4, 2, 3, 5], [1, 4, 2, 5, 3], [1, 4, 3, 2, 5], [1, 4, 3, 5, 2], [1, 4, 5, 2, 3], [1, 4, 5, 3, 2], [1, 5, 2, 3, 4], [1, 5, 2, 4, 3], [1, 5, 3, 2, 4], [1, 5, 3, 4, 2], [1, 5, 4, 2, 3], [1, 5, 4, 3, 2] \rightarrow \text{ریاضی و تجربی کنار هم}$$

$$7! - \left(\frac{12}{2 \times 4!} + \frac{12}{2 \times 4!} - \frac{4}{5 \times 2!} \right)$$

$$= 5! \times (22 - 2) = 5! \times 20$$



۲۲- در چند گراف ساده با راس های a, b, c, d هیچ کدام از راس های a و b از درجه یک نیستند؟

$$\text{کل گراف} \rightarrow 2^4 = 16$$

$$a_1 \rightarrow \binom{3}{1} \times 2^3 = 24$$

$$b_1 \rightarrow \binom{3}{1} \times 2^3 = 24$$

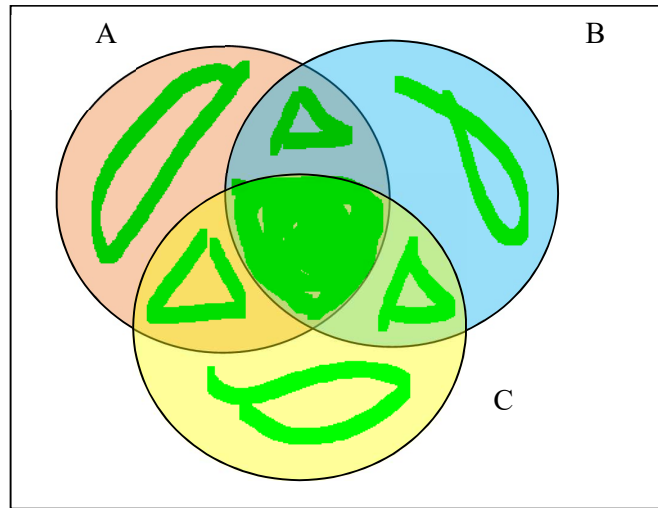
$$a_1 \cap b_1 \rightarrow \begin{cases} abdc \rightarrow 2 \\ ab \text{ بدون } cd \rightarrow \binom{2}{1} \binom{2}{1} \times 2 \end{cases} \rightarrow 10$$

$$\begin{aligned} \text{جواب} &= 16 - (24 + 24 - 10) \\ &= 16 - 38 = -22 \end{aligned}$$



اصل شمول را برای سه مجموعه به صورت زیر داریم:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

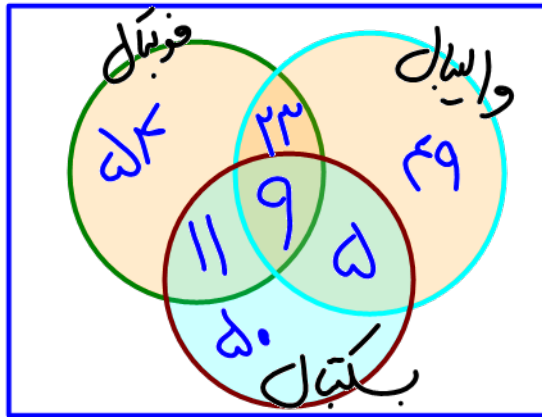




۱- در یک مدرسه با ۳۰۰ دانش آموز می دانیم ۹۷ نفر علاقمند به فوتبال، ۸۶ نفر به والیبال و ۷۵ نفر به

بسکتبال علاقه دارند. اگر ۳۲ نفر به فوتبال و والیبال، ۲۰ نفر به فوتبال و بسکتبال و ۱۴ نفر به والیبال و بسکتبال

و همچنین ۹ نفر به هر سه رشته علاقه داشته باشند تعیین کنید:



الف. چند نفر به ورزش علاقمند هستند؟

$$97 + 14 + 75 - 22 - 20 - 14 + 9 = 201$$

ب. چند نفر به هیچ رشته ای علاقه ندارند؟

$$300 - 201 = 99$$

پ. چند نفر حداقل به دو رشته علاقه دارند؟

$$|F \cap V| + |F \cap B| + |V \cap B| - 2|F \cap V \cap B| = 41$$

ت. چند نفر دقیقاً به دو رشته علاقه دارند؟

$$|F \cap V| + |F \cap B| + |V \cap B| - 2|F \cap V \cap B| = 29$$

ث. چند نفر فقط به والیبال علاقه دارند؟

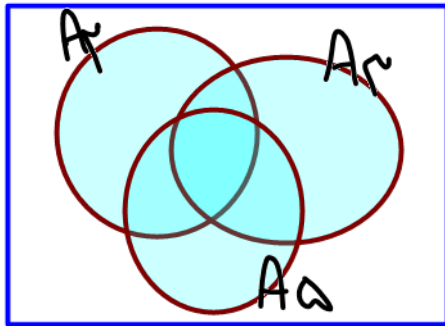
$$|V| - ((V \cap F) + (V \cap B) - |V \cap F \cap B|)$$

$$= 14 - (22 + 14 - 9) = 9$$



۲- چند عضو از مجموعه $A = \{n | 1 \leq n \leq 630, n \in N\}$ حداقل بر یکی از اعداد ۲ یا ۳ یا ۵ بخشپذیر

است؟



۳۹۹ (۴)

۴۲۰ (۳)

۴۴۱ (۲)

۴۶۲ (۱) ✓

$$|A_2 \cup A_3 \cup A_5| = |A_2| + |A_3| + |A_5| - |A_2 \cap A_3| - |A_2 \cap A_5| - |A_3 \cap A_5| + |A_2 \cap A_3 \cap A_5|$$

$$= \frac{630}{2} + \frac{630}{3} + \frac{630}{5} - \frac{630}{2 \times 3} - \frac{630}{2 \times 5} - \frac{630}{3 \times 5} + \frac{630}{2 \times 3 \times 5}$$

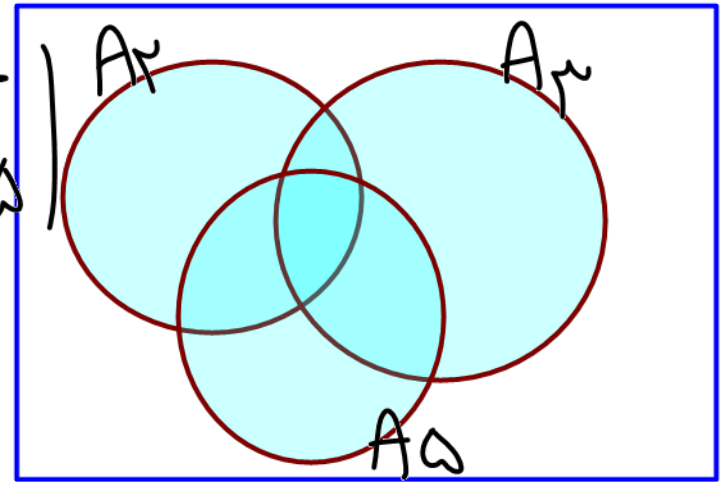
$$= 315 + 210 + 126 - 105 - 63 - 42 + 21 = 462$$

هر کدام از ۲، ۳ و ۵ حاصل یکبار زوجور

۳- چند عدد طبیعی ۵ رقمی داریم که در آنها حداقل یکی از ارقام ۲ و ۳ و ۵ وجود داشته باشد؟

$$|A_2 \cup A_3 \cup A_5| = |M| - |\overline{A_2 \cup A_3 \cup A_5}|$$

$$= 9 \times 10^4 - 9 \times 7^4$$



$$|A_2 \cap A_3 \cap A_5| = |M| - |\overline{A_2 \cap A_3 \cap A_5}|$$

$$= |M| - |\overline{A_2} \cup \overline{A_3} \cup \overline{A_5}| =$$

$$= 9 \times 10^4 - (1 \times 9^4 + 1 \times 9^4 + 1 \times 9^4 - 7 \times 1^4 \times 9^2 + 9 \times 7^4)$$





۵- چند عدد صحیح و مثبت کوچکتر یا مساوی با ۱۴۰ وجود دارد که نسبت به آن اول باشد؟

(۱) ۴۸

(۲) ۴۰

(۳) ۳۵

(۴) ۲۸

$$(a, 140) = 1$$

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

$$140 - \left(\frac{140}{2} + \frac{140}{5} + \frac{140}{7} - \frac{140}{2 \times 5} - \frac{140}{2 \times 7} - \frac{140}{5 \times 7} + \frac{140}{2 \times 5 \times 7} \right)$$

$$= 140 - (70 + 28 + 20 - 14 - 10 - 14 + 2) = 140 - 92 = 48$$



۶- چند عدد صحیح و مثبت کوچکتر از 301 وجود دارد که نسبت به 20 و 75 اول باشد؟

(۱) ۱۶۰

(۲) ۴۰
(۳) ۱۸۰

(۴) ۸۰

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$75 = 3 \times 5^2$$

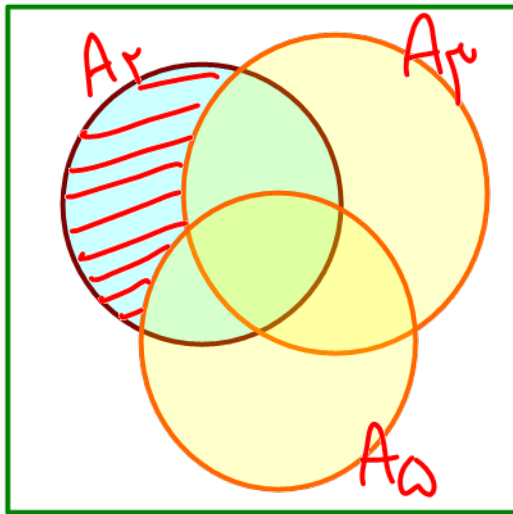
$$300 - \left(\frac{300}{2} + \frac{300}{3} + \frac{300}{5} - \frac{300}{2 \times 3} - \frac{300}{2 \times 5} - \frac{300}{3 \times 5} + \frac{300}{2 \times 3 \times 5} \right)$$

$$= 300 - (150 + 100 + 60 - 50 - 60 - 20 + 10)$$

$$= 300 - 220 = 80$$



۷- چند عضو زوج در مجموعه‌ی $A = \{n | n \in \mathbb{N} \text{ و } 1 \leq n \leq 60\}$ وجود دارد که بر ۳ یا ۵ بخشپذیر نیست؟



$$\begin{aligned}
 & 21 \text{ (۴)} \qquad 12 \text{ (۳)} \qquad \boxed{16 \text{ (۲)}} \qquad 10 \text{ (۱)} \\
 & |A_2| - (|A_2 \cap A_3| + |A_2 \cap A_5| - |A_2 \cap A_3 \cap A_5|) \\
 & = 21 - \left(\frac{40}{6} + \frac{40}{10} - \frac{40}{30} \right) \\
 & = 21 - (10 + 4 - 2) = 14
 \end{aligned}$$



۸- چند عضو از مجموعه‌ی $A = \{n | n \in \mathbb{N} \text{ و } 1 \leq n \leq 120\}$ دقیقاً بر یکی از اعداد ۲ و ۳ و ۵ بخشپذیر

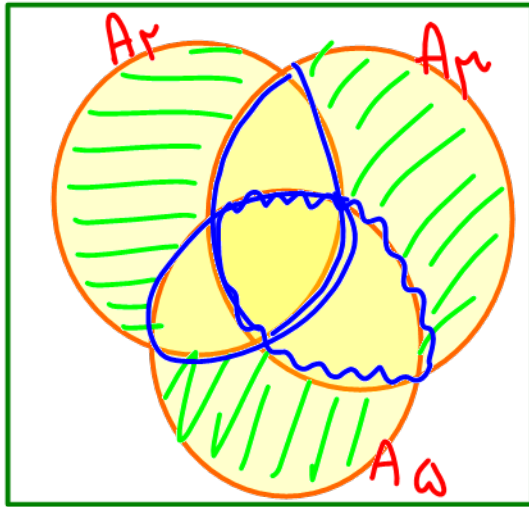
است؟

۴۴ (۱)

۵۶ (۲) ✓

۶۰ (۳)

۶۸ (۴)



$$|A_2| + |A_3| + |A_5| - 2 \times |A_2 \cap A_3| - 2 \times |A_2 \cap A_5| - 2 \times |A_3 \cap A_5| + 2 \times |A_2 \cap A_3 \cap A_5|$$

$$= \frac{120}{2} + \frac{120}{3} + \frac{120}{5} - 2 \times \frac{120}{2 \times 3} - 2 \times \frac{120}{2 \times 5} - 2 \times \frac{120}{3 \times 5} + 2 \times \frac{120}{2 \times 3 \times 5}$$

$$= 60 + \cancel{40} + \cancel{24} - \cancel{40} - \cancel{40} - \cancel{16} + 12 = 56$$



۹- چند عضو از مجموعه $A = \{n | n \in \mathbb{N} \text{ و } 1 \leq n \leq 30\}$ حداقل بر دوتا از اعداد ۲ و ۳ و ۵ بخشپذیر

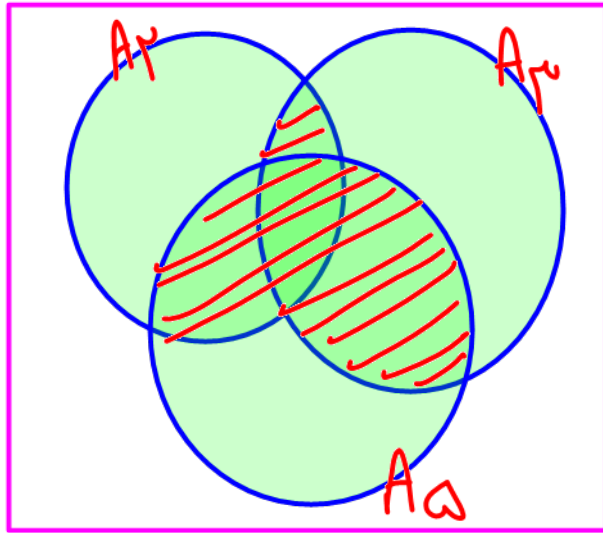
است؟

۱۲ (۱)

۹ (۲)

۸ (۳)

۶ (۴)

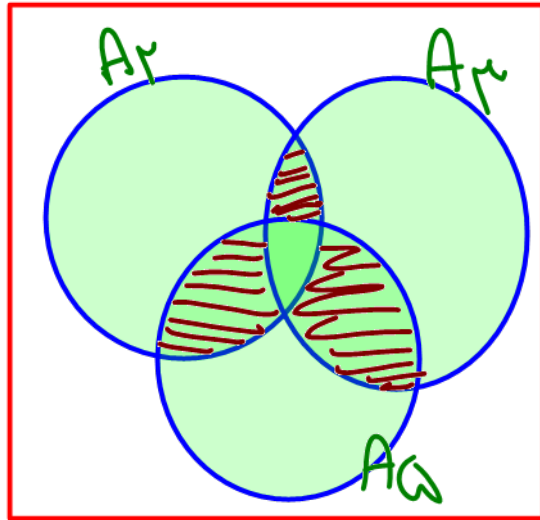


$$\begin{aligned}
 & |A_2 \cap A_3| + |A_2 \cap A_5| + |A_3 \cap A_5| \\
 & \quad - 2|A_2 \cap A_3 \cap A_5| \\
 = & \frac{20}{2 \times 3} + \frac{20}{2 \times 5} + \frac{20}{3 \times 5} - 2 \times \frac{20}{2 \times 3 \times 5} \\
 = & 6 + 4 + 2 - 2 = 10
 \end{aligned}$$



۱۰- چند عضو از مجموعه $A = \{n | n \in \mathbb{N} \text{ و } 1 \leq n \leq 90\}$ دقیقاً بر دو تا از اعداد ۲ و ۳ و ۵ بخشپذیر

است؟



۲۴ (۴)

۲۱ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

$$|A_2 \cap A_3| + |A_2 \cap A_5| + |A_3 \cap A_5| - 3 \times |A_2 \cap A_3 \cap A_5|$$

$$= \frac{90}{2 \times 3} + \frac{90}{2 \times 5} + \frac{90}{3 \times 5} - 3 \times \frac{90}{2 \times 3 \times 5}$$

$$= 15 + 9 + 6 - 9 = 21$$



۱۱- سعید سه دوست دارد که در سال جدید هر بار که بیرون میرود حداقل یکی از دوستانش را میبیند، او

هر کدام از دوستانش را ۱۱ بار و هر دو تا از دوستانش را با هم ۷ بار دیده است، همچنین ۳ بار نیز هر سه دوستش

را باهم دیده است. تعیین کنید احمد در سال جدید چند بار بیرون رفته است؟

$$|S_1 \cup S_2 \cup S_3| = |S_1| + |S_2| + |S_3| - |S_1 \cap S_2| - |S_1 \cap S_3| - |S_2 \cap S_3| + |S_1 \cap S_2 \cap S_3|$$

$$= 11 + 11 + 11 - 7 - 7 - 7 + 3 = 15$$



$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 10$$

۱۲- به چند طریق می توان ۱۰ شکلات را بین حامد و حمید و احمد و سعید توزیع کرد که به هیچکدام از حمید

و سعید و حامد دو شکلات نرسیده باشد؟

$$|A_1 \cap A_2 \cap A_3| = |M| - |\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3}|$$

$$= \binom{13}{3} - \left(\binom{10}{2} + \binom{10}{2} + \binom{10}{2} - \binom{7}{1} - \binom{7}{1} - \binom{7}{1} + 1 \right)$$

$$= \frac{13 \times 12 \times 11}{3 \times 2} - (45 \times 3 - 7 \times 3 + 1) = 286 - 115 = 171$$



$$\textcircled{RR}, \textcircled{TT}, E, E \quad \textcircled{RR}, T, T, E, E \quad \textcircled{RR}, \textcircled{TT}, \textcircled{EE}$$

۱۳- دو دانش آموز ریاضی و دو دانش آموز تجربی و دو دانش آموز انسانی به چند طریق می توانند در یک

ردیف کنار هم بایستند به طوری که هیچ دو دانش آموز هم رشته کنار هم قرار نگیرند؟

$$|M| - |RUTUE| = 9! - \left(2 \times 5! + 2 \times 5! + 2 \times 5! - 2^2 \times 4! - 2^2 \times 4! - 2^2 \times 4! + 2^3 \times 3! \right)$$

$$= 720 - (720 - 128 + 48) = 128 - 48 = 96$$



۱۴- در چند گراف ساده با راس های a, b, c, d, e هیچکدام از راس های a, b, c ایزوله نیستند؟

$$|M| - |a \cup b \cup c| = 2^{10} - \left(2^4 + 2^4 + 2^4 - 2^2 - 2^2 - 2^2 + 2^1 \right)$$

$$= 1024 - (162 - 22)$$

$$= 1024 - 140 = 884$$

AB, AR, AH, N

اصل شمول و عدم شمول

مبحث

ریاضیات گسسته

درس

پویش علمی



AB, H, A, R, A, N

AB, AR, A, H, N

۱۵- در چند جایگشت از حروف کلمه BAHARAN هیچکدام از عبارت های AB و AR و AH وجود ندارد؟

$$|M| - |BURUH| = \frac{7!}{2!} - \left(\frac{6!}{2!} + \frac{6!}{2!} + \frac{6!}{2!} - 5! \times 2 + 4! \right)$$

$$= 140 - (10 \times 10 - 240 + 24)$$

$$= 120 - 24 = 96$$

پایه و رشته

دوازدهم ریاضی

جناب استاد

حسینی فرد



پویش علمی
جهاد



۱۶- چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد که نه زوج باشد نه ارقام آن متمایز باشند و نه رقم ۵ در آنها بکار رفته باشد؟

C

B

A



۱۷- چند عدد چهار رقمی وجود دارد که دقیقا دوتا از سه رقم ۳ و ۴ و ۵ را داشته باشد؟



پویش علمی
جهاد

