



۱- در یک دنباله حسابی با ۲۰ جمله، مجموع جملات ردیف فرد برابر ۱۱۰ و مجموع جملات ردیف زوج برابر ۱۳۰ است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟ (یوحس)

$$a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{19} = 110$$

$$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{20} = 130$$

$$d + d + d + \dots + d = 20$$

$$10d = 20 \Rightarrow d = 2$$



۲- مجموع پنج جمله اول یک دنباله حسابی ۱۰ و مجموع ۵ جمله بعدی آن ۱۵ است. جمله چهارم این دنباله

رایباید. (برای)

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 10$$

$$a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = 15$$

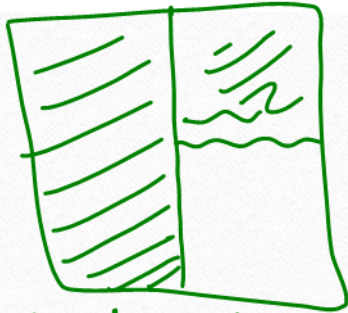
$$5a_1 + 10d = 10$$

$$5a_1 + 20d = 15$$

$$5a_1 + 20d = 15 \rightarrow 5a_1 = -5 \rightarrow a_1 = -1 \rightarrow a_4 = a_1 + 3d = -1 + 9 = 8$$



۳- طول ضلع مربعی یک متر است. ابتدا نیمی از مساحت مربع را رنگ می کنیم. سپس سپس نیمی از مساحت باقی مانده را و به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی مانده از قبل را رنگ می کنیم. پس از دست کم چند مرحله حداقل ۹۹ درصد سطح مربع رنگ شده است؟ (ری از)



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

$$S_n \geq \frac{99}{100} \sim \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \geq \frac{99}{100}$$

$$\frac{1}{2} (1 - (\frac{1}{2})^n) \geq \frac{99}{100}$$

$$1 - (\frac{1}{2})^n \geq \frac{99}{50} \sim 1 - \frac{99}{100} > (\frac{1}{2})^n - \frac{1}{2} \geq (\frac{1}{2})^n$$

$n=7$

$$\underline{S=7, P=1}$$

۴- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 7x + 1 = 0$ باشند، بدون حل معادله $\frac{2\alpha^2 - 21\alpha}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}$ را بیابید.

$$A = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} \rightarrow A^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = S + 2\sqrt{P} = 7 + 2 = 9$$

$$A = 3$$

$$\alpha^2 - 7\alpha + 1 = 0 \rightarrow 2\alpha^2 - 21\alpha + 3 = 0 \rightarrow 2\alpha^2 - 21\alpha = -3$$

$$\frac{-3}{3} = -1$$





۵- معادلات زیر را حل کنید.

الف: $(2x^3 - 1)^2 - 12x^3 - 1 = 0$

$$4x^6 - 4x^3 + 1 - 12x^3 - 1 = 0$$

$$4x^6 - 16x^3 = 0$$

$$4x^3(x^3 - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} 4x^3 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x^3 - 4 = 0 \rightarrow x = \sqrt[3]{4} \end{cases}$$



$$\text{ب: } \sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 1$$

$$\sqrt{2x+3} = 1 - \sqrt{x+1}$$

$$2x+3 = 1 + (x+1) - 2\sqrt{x+1}$$

$$x+1 = -2\sqrt{x+1}$$

$$x^2 + 2x + 1 = 4x + 4$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$|u-3| - u \rightarrow u \leq 0$$

$$\text{ج: (ریاضی)} \quad |2t-3| + 2t = 3$$

$$|2t-3| = 3-2t \rightarrow$$

$$2t-3 \leq 0 \rightarrow 2t \leq 3$$

$$t \leq \frac{3}{2}$$



۶- مرکز دایره ای روی خط $y + x - 2 = 0$ قرار دارد. این دایره از نقاط $(1, 2)$ و $(0, -1)$ می گذرد. مساحت آن را بیابید.

$$y = 2 - x$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 2-x \end{array}$$

$$OA = OB = R \rightarrow$$

$$\sqrt{(x-1)^2 + (-x)^2} = \sqrt{x^2 + (2-x)^2} = R$$

$$x^2 - 2x + 1 + x^2 = x^2 + 4 - 4x + x^2$$

$$-2x + 1 = 4 - 4x \rightarrow x = 1 \rightarrow x = 2$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 2 \\ 0 \end{array} \rightarrow OA = R \rightarrow R = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

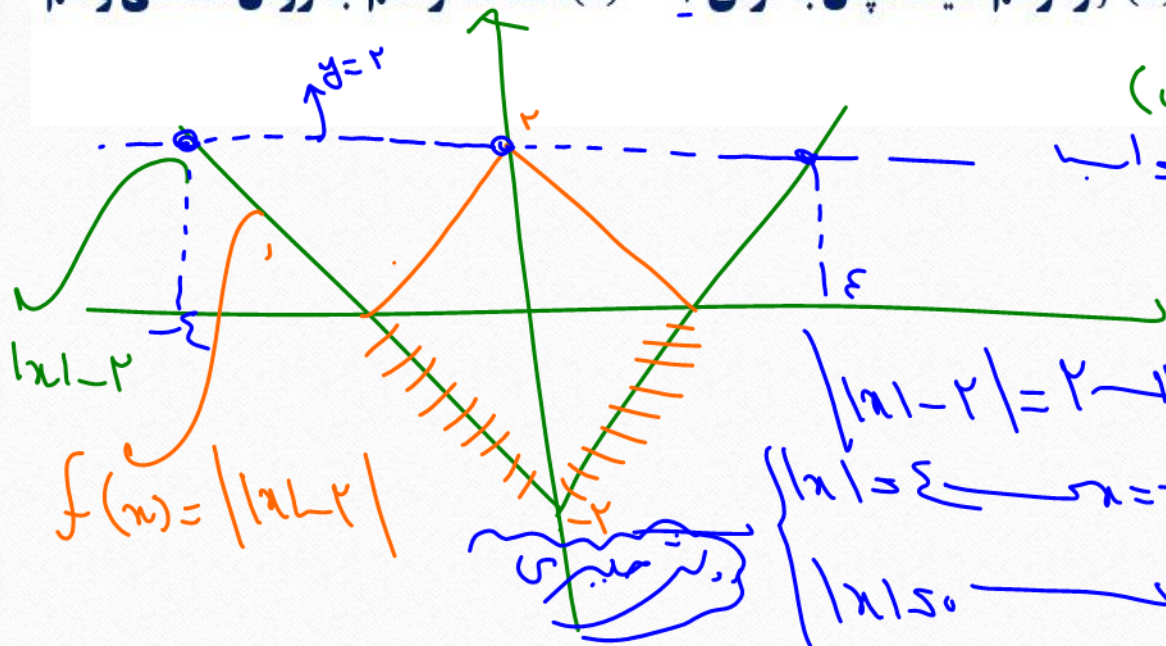
$$S = \pi r^2 = 5\pi$$



۸- نمودار تابع $f(x) = ||x| - 2|$ را رسم کنید. سپس به ازای $f(x) = 2$ معادله را هم به روش هندسی و هم

به روش جبری حل کنید. (رای من)

ب روش هندسی: ۳ جواب



$$\begin{aligned}
 &||x| - 2| = 2 \rightarrow |x| - 2 = \pm 2 \\
 &|x| = 4 \rightarrow x = \pm 4 \\
 &|x| = 0 \rightarrow x = 0
 \end{aligned}$$



(برای)

۹- در دنباله $1, 2, 4, 8, 16, \dots$ چند جمله را با هم جمع کنیم تا مجموع آنها برابر ۵۱۱ شود؟

هنوز! $q=2$

$$S_n = 511 \rightarrow \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = 511 \rightarrow$$

$$1 - 2^n$$

$$1 - 2$$

$$2^n - 1 = 511 \rightarrow$$

$$2^n = 512 \rightarrow n = 9$$



۱۰- فاصله نقطه $A(1, -4)$ از خط $8x + 6y = k$ برابر ۴ است. مقدار k را بیابید.

$$A \begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix} \xrightarrow{ax+by+c=0} d = \frac{|a\alpha + b\beta + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Sigma = \frac{|8 - 24 - k|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \rightarrow \Sigma = |14 + k| \rightarrow$$

$$\begin{cases} 14 + k = \Sigma \rightarrow k = 24 \\ 14 + k = -\Sigma \rightarrow k = -24 \end{cases}$$



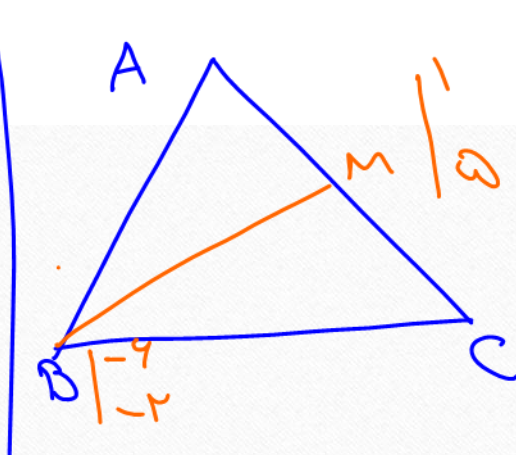
۱۱- مثلث ABC به راس های $A(-1, 7)$ ، $B(-6, -2)$ و $C(3, 3)$ را در نظر بگیرید.

الف: معادله ی خط عمود منصف ضلع AC را بنویسید. $m_{AC} = 1$ (معمولاً $m_{AC} = -1$ است)

$$m_{AC} = \frac{3 - 7}{3 - (-1)} = -1$$

$$y = x + 2$$

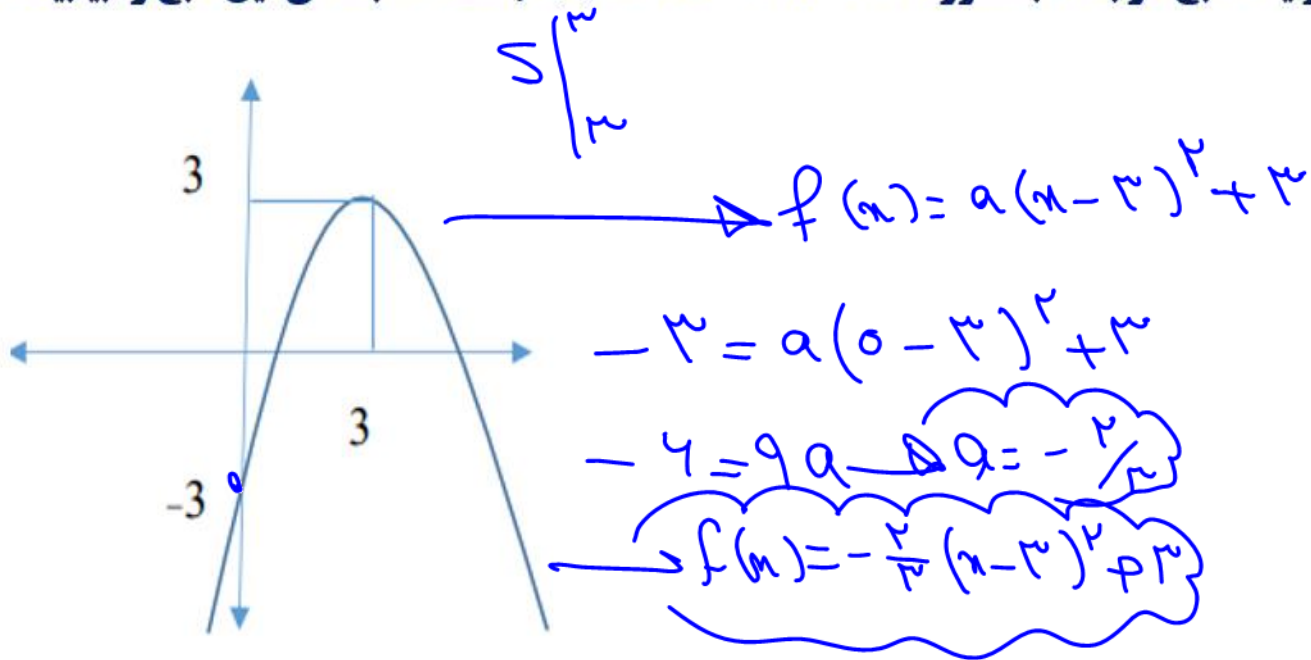
خط عمود منصف



ب: طول میانه BM را بیابید.

$$BM = \sqrt{49 + 49} = 7\sqrt{2}$$

۱۲- سهمی زیر نمودار یک تابع درجه ۲ به صورت $f(x) = ax^2 + bx + c$ است. ضابطه ی این تابع را بیابید.





۱۳- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 4x - 2 = 0$ باشند، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن $\alpha + 1$ و $\beta + 1$ باشد.

$$S = 4, P = -2$$

$$S' = (\alpha + 1) + (\beta + 1) = S + 2 = 6$$

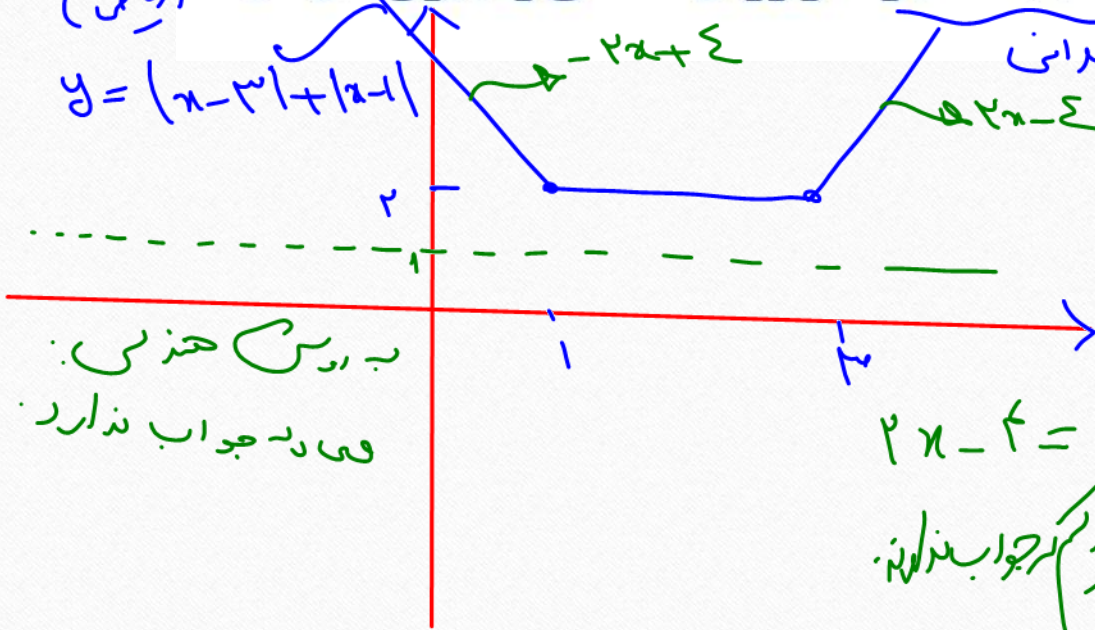
$$P' = (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -2 + 4 + 1 = 3$$

$$\rightarrow x^2 - S'x + P' = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 3 = 0$$



۱۴- معادله $|x - 3| + |x - 1| = 1$ را در روش هندسی و جبری حل کنید. (رایج)

تابع مداری $y = |x - 3| + |x - 1|$



تحقق

$$-2x + 4 = 1 \rightarrow$$

$$-2x = -3$$

$$x = \frac{3}{2} \quad \leftarrow$$

غیرممکن

$$2x - 4 = 1 \rightarrow 2x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

صورت برداش جبری هم نشان دادیم که جواب نداشت.

به روش هندسی:
صورت جواب ندارد.



۱۵- معادلات زیر را حل کنید.

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} = 3 \rightarrow$$

الف: $\frac{1}{x^2 - 2x + 1} + \frac{2}{x-1} = 3$

$$\frac{1 + 2(x-1)}{(x-1)^2} = 3$$

$$2x-1 = 3(x-1)^2 \rightarrow$$

$$2x-1 = 3x^2 - 6x + 3$$

$$3x^2 - 7x + 4 = 0 \rightarrow \Delta = 49 - 48 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{6} \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ \frac{2}{3} \end{array} \right. \text{فَقَّ}$$

حل سوالات شبه نهایی فصل یک حسابان ۱ و ریاضی ۲



$$1 - x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 1 \rightarrow |x| \leq 1 \rightarrow \textcircled{1} \quad -1 \leq x \leq 1$$

ب: $x^2 - 9 = \sqrt{1 - x^2}$
 نامعنی

$$x^2 - 9 \geq 0 \rightarrow x^2 > 9 \rightarrow |x| > 3 \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -3 \end{cases} \quad \textcircled{1} \cap \textcircled{2} = \emptyset$$

جواب ندارد.

۱۶- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 = x + 3$ باشند، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن $\frac{\alpha}{\beta}$ و $\frac{\beta}{\alpha}$ باشند.

$$x^2 - x - 3 = 0 \rightarrow S = 1, P = -3$$

$$S' = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{S^2 - 2P}{P} = \frac{1 - 2(-3)}{-3} = \frac{7}{-3}$$

$$P' = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\beta}{\alpha} \right) = 1$$

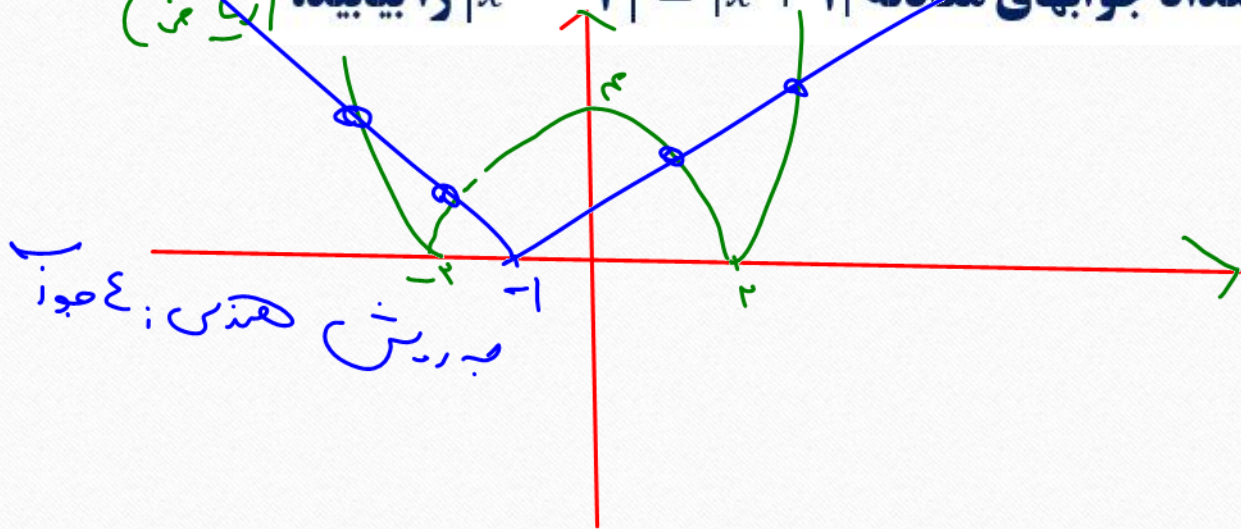
باشند.

$$\rightarrow x^2 + \frac{7}{3}x + 1 = 0$$

مدرس: افخمی

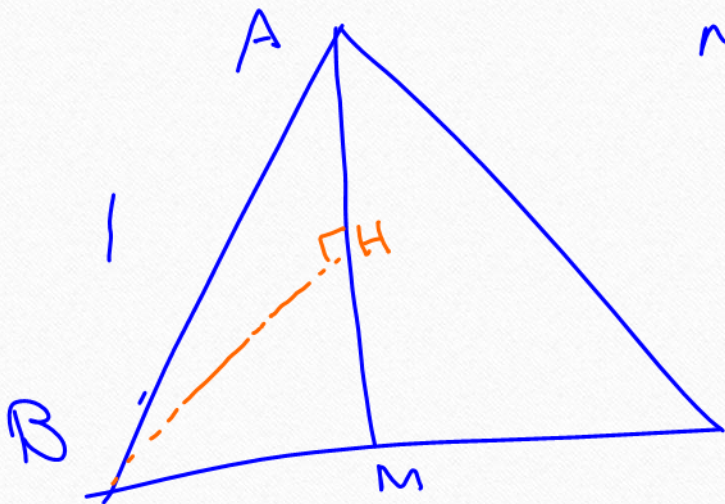


۱۸- به روش هندسی تعداد جوابهای معادله $|x^2 - 4| = |x + 1|$ را بیابید. (برای امتحان)





۱۹- نقاط $A(0, 3)$ و $B(3, -1)$ و $C(5, 1)$ سه رأس مثلثی هستند. فاصله رأس B تا میانه وارد بر ضلع BC را بیابید.



$$m \Big|_C \longrightarrow m_{AM} = \frac{3-1}{0-5} = -\frac{2}{5}$$

$$y = -\frac{2}{5}x + b \xrightarrow{m \Big|_A} b = 3$$

$$y = -\frac{2}{5}x + 3 \quad \text{معادله } AM$$

$$5y + 2x - 15 = 0$$

$$\text{فاصله: } \frac{|-2 + 9 - 15|}{\sqrt{14 + 9}} = \frac{8}{5}$$

حل سوالات شبه نهایی فصل یک حسابان ۱ و ریاضی ۲



$$ax + by = c \rightarrow m = -\frac{a}{b}$$

۲۰- اگر معادله دو ضلع مجاور یک مستطیل $4x + my = 2m + 1$ و $3x - 4y = -1$ باشند و یک رأس آن

$A(-1, 2)$ باشد، مساحت مستطیل را بیابید.

$$4x + my = 2m + 1$$

$$4x + 3y - 7 = 0$$

شیب $m = -\frac{4}{3}$

A | -1 | 2

$$-\frac{4}{m} \left(\frac{2}{-4} \right) = -1 \rightarrow m = 3$$

$$3x - 4y = -1$$

$$m = -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$3x - 4y + 1 = 0$$

$$|-4 + 4 - 7|$$

مساحت = $\frac{1}{2} \times \dots$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1 - 3 - 1 + 1}{3} = 1$$

$S = 2$



۲۱- نامعادله زیر را حل کنید. (رایج)

$$\frac{\textcircled{1}}{-3} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3}$$

$$|x - 1| - |x + 3| < 2$$

مخوق

$$\textcircled{1} \quad x \geq 3 \rightarrow x + 1 + x + 3 < 2 \rightarrow 2x + 4 < 2 \rightarrow 2x < -2 \rightarrow x < -1$$

$$\textcircled{2} \quad -3 < x < 3 \rightarrow -x + 1 - x - 3 < 2 \rightarrow -2x - 2 < 2 \rightarrow -2x < 4 \rightarrow x > -2$$

$$\textcircled{3} \quad x > 3 \rightarrow x - 1 - x - 3 < 2 \rightarrow -4 < 2$$

(۱) (-۲) $\div (-2)$

$$\textcircled{2} \quad x > 3 \rightarrow x - 1 - x - 3 < 2 \rightarrow -4 < 2$$

حد درجه اول

∴ $(-2, +\infty)$



۲۲- معادله های زیر را حل کنید.

الف: $\underbrace{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}_t + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 8$

$$t^2 + 2t - 8 = 0 \longrightarrow$$

$$(t + 4)(t - 2) = 0$$

$$t = -4$$

$$t = 2$$

$$x + \frac{1}{x} = -2 \longrightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = -2 \longrightarrow$$

$$x^2 + 1 + 2x = 0 \longrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\Delta = 12 \longrightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$-2 - \sqrt{3}$
 $-2 + \sqrt{3}$

$$x + \frac{1}{x} = 2 \longrightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 2 \longrightarrow$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \longrightarrow (x - 1)^2 = 0 \longrightarrow$$

$x = 1$



$$\text{پ: } 2 + \sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x - 2$$

$$2x^2 - 5x + 2 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 2$$



۲۳- ابتدا نشان دهید $x = 1$ یکی از جواب های معادله $x^3 - 2x^2 - 8x + 9 = 0$ می باشد. سپس ریشه های دیگر آن را بیابید.

$$1^3 - 2 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 + 9 = 0 \quad \checkmark$$

	1	-2	-8	9
1	0	-1	-9	-9
هوردن	1	-1	-9	0

$x = 1$ جواب

$x = 1$

$$(x-1)(x^2 - x - 9) = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$x^2 - x - 9 = 0 \quad \Delta = 1 + 36 = 37$$



۲۴- اگر α و β جواب های معادله ی $3x^2 - 5x - 3 = 0$ باشند، معادله درجه دومی بیابید که جواب های

آن $\frac{1}{\alpha-1}$ و $\frac{1}{\beta-1}$ باشد.

$$S = \frac{5}{3} \quad P = -1$$

$$S' = \frac{1}{\alpha-1} + \frac{1}{\beta-1} = \frac{\beta-1 + \alpha-1}{(\alpha-1)(\beta-1)} = \frac{S-2}{P-S+1} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{5}{3}} = \frac{1}{5}$$

$$P' = (\alpha-1)(\beta-1) = \frac{P}{S}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \rightarrow x^2 - \frac{1}{5}x - \frac{3}{5} = 0 \rightarrow 15x^2 - 3x - 25 = 0$$



۲۵- صفرهای تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3} + \frac{1}{x^2 - 4x + 4} - \frac{7}{12}$ را در صورت وجود بیابید.

$$\frac{1}{x^2 - 4x + 3} + \frac{1}{x^2 - 4x + 4} - \frac{7}{12} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{t+1} = \frac{7}{12} \rightarrow \frac{t+1+t}{t(t+1)} = \frac{7}{12} \rightarrow 2t^2 + 12 = 7t^2 + 7t$$

$$5t^2 - 12t - 12 = 0 \rightarrow \Delta = 144 + 300 = 444$$

t را بدست نیاوریم.



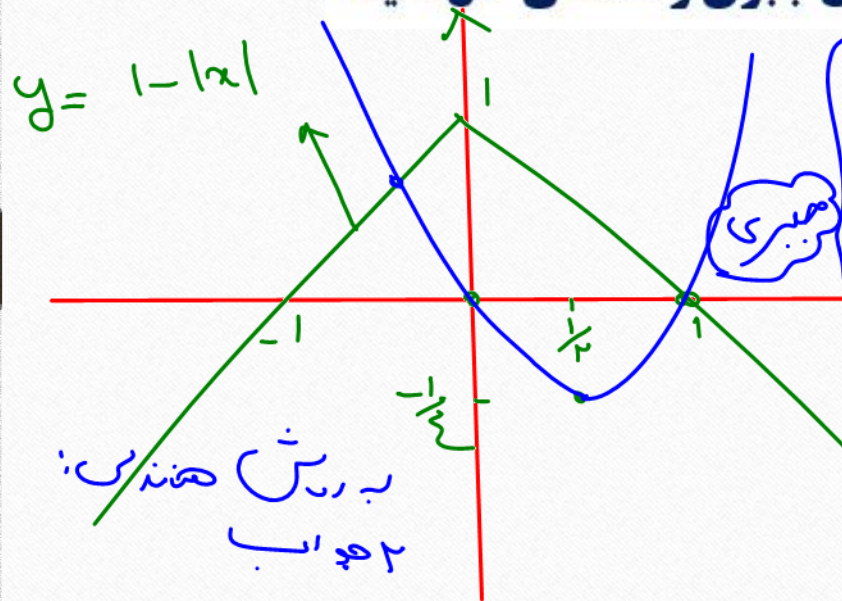
۲۶- اگر α و β جوابهای معادله $2x^2 - 6x - 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\alpha\beta^3 + \beta\alpha^3$ را بیابید.

$$\alpha\beta(\beta^2 + \alpha^2) = p(S^2 - 2p)$$

$S = 3, p = -\frac{1}{2}$



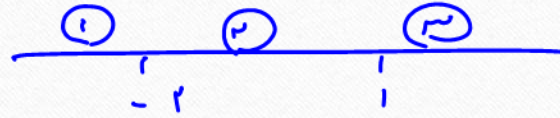
۲۷- معادله $x^2 - x = |x| - 1$ را به دو روش جبری و هندسی حل کنید.



① $x \geq 0 \rightarrow 1 - x = x^2 - x$ ✓✓
 $\rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases}$ غلط -

② $x < 0 \rightarrow 1 + x = x^2 - x$
 $x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 1$
 $x = \begin{cases} \frac{2 + \sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2} \\ \frac{2 - \sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$ غلط ✓
 66

حل سوالات شبه نهایی فصل یک حسابان ۱ و ریاضی ۲



۲۸- معادله های زیر را حل کنید.

ب: $2|x-1| + |x+2| = 4$

① $x \leq -2 \rightarrow -2x + 2 - x - 2 = 4 \rightarrow x = -\frac{4}{3}$ X

② $-\frac{1}{2}x \leq 1 \rightarrow -2x + 2 + x + 2 = 4 \rightarrow x = 0$ ✓

③ $x \geq 1 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{2}$ ✓

پویشر علمی



مدرس: افخمی

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{2x-5} + 1$$

$$x+1 = 2x-5 + 2\sqrt{2x-5} + 1$$

الف: $\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1$

$$-x+5 = 2\sqrt{2x-5}$$

$$x^2 - (5x+25) = 4(2x-5)$$

$$x^2 - 13x + 5 = 0$$

$$\Delta = 145$$

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{145}}{2}$$



۲۹- اگر $A(m-2, 0)$ و $B(m, 2m)$ و فاصله نقطه C وسط AB از مبدا مختصات $\sqrt{5}$ باشد، مقادیر m را بیابید.

$$OC = \sqrt{5} \rightarrow \sqrt{(m-1)^2 + m^2} = \sqrt{5}$$

$$(m-1)^2 + m^2 = 5 \rightarrow 2m^2 - 2m + 1 = 5$$

$$2m^2 - 2m - 4 = 0 \quad (\div 2) \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

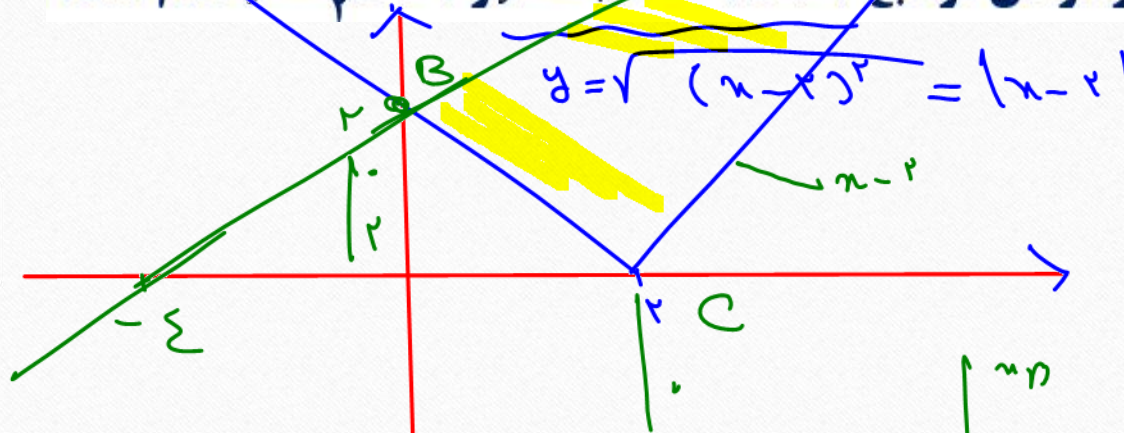
حل سوالات شبه نهایی فصل یک حسابان ۱ و ریاضی ۲

پویشر علمی
حجرات



مدرس: افخمی

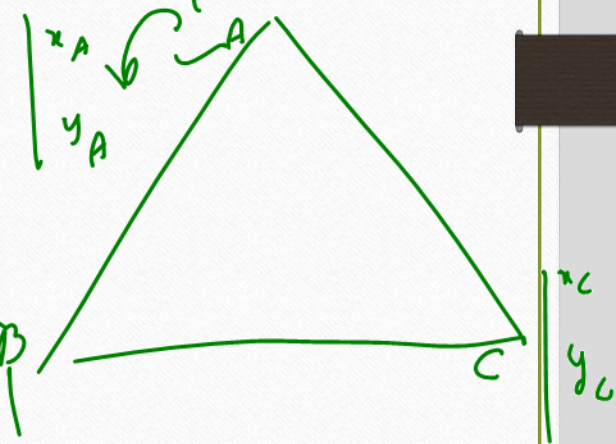
۳۰- مساحت ناحیه ی محدود به نمودارهای دو تابع $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ و $y = \frac{1}{2}x + 2$ کدام است؟



$$y = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

$$\frac{1}{2}x + 2 = x - 2$$

$$\frac{1}{2}x = 2 \rightarrow x = 4$$



$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$



۳۱- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 3kx + 9 = 0$ باشند و $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = 3$ باشد، مقدار k را بیابید.

$$\alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = 9 \rightarrow S - 2\sqrt{P} = 9$$

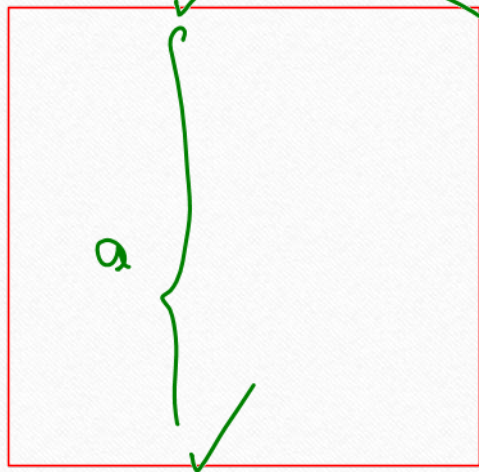
$$\frac{S = 3k}{P = 9} \quad 3k - 2(3) = 9 \rightarrow 3k = 15$$

$$k = 5$$



$$ax + by + c = 0 \quad m = -\frac{a}{b}$$

۳۲- مساحت مربعی که دو ضلع آن روی خط های $2x + y = 2$ و $4x + 2y + 6 = 0$ قرار دارد را بیابید.



$$m = -\frac{a}{b} = -2$$

$$m = -\frac{a}{b} = -2$$

$$a = \frac{|1 \cdot 0|}{\sqrt{1^2 + 4}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$S = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{1}{5} = a$$

$$ax + by + c = 0$$

$$ax + by + c' = 0$$

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



۳۳- در یک دنباله هندسی، جمله دوم برابر ۶ و $\frac{S_8}{S_4} = 12$ است. جمله اول دنباله را بیابید.

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = q^n + 1$$

دنباله هندسی

$$\frac{S_{2(4)}}{S_4} = 12 \rightarrow q^4 + 1 = 12$$

$$a_2 = 4 \rightarrow a_1 q = 4$$

$$q^4 = 11 \rightarrow q = 3 \rightarrow 2a_1 = 4 \rightarrow a_1 = 2$$



۳۴- مجموع چند جمله از دنباله هندسی ... ۳، ۶، ۱۲، ... برابر ۳۸۱ می باشد؟

$$S_n = 381 \rightarrow \frac{a_1 (1 - q^n)}{1 - q} = 381 \rightarrow$$

$$\frac{3(1 - 2^n)}{1 - 2} = 381 \rightarrow 2^n - 1 = \frac{381}{3} \rightarrow 2^n - 1 = 127$$

$$\rightarrow 2^n = 128 \rightarrow n = 7$$



۳۵- مجموع تمام اعداد سه رقمی که در تقسیم بر ۷ باقی مانده ۳ دارند را بیابید.

$$100 \leq 7q + 3 \leq 999 \longrightarrow 97 \leq 7q \leq 996$$

$$\longrightarrow \frac{97}{7} \leq q \leq \frac{996}{7} \longrightarrow 14 \leq q \leq 142$$

$$a_1 = 7(14) + 3 = 111$$

$$a_{129} = 7(142) + 3 = 997$$

$$\longrightarrow n = 142 - 14 + 1 = 142 - 13 = 129$$

$$\longrightarrow S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{129}{2} (111 + 997)$$



$$S = -2, P = -4$$

۳۶- اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2 + 2x - 4 = 0$ باشند، حاصل $(4\beta - 1)(\alpha^3 + 2\alpha^2 - 1)$ را بیابید.

$$\alpha^2 + 2\alpha - 4 = 0 \longrightarrow \alpha^2 = -2\alpha + 4 \longrightarrow \alpha^3 = -2\alpha^2 + 4\alpha$$

$$(-2\alpha^2 + 4\alpha + 2\alpha - 1)(4\beta - 1)$$

$$= (4\alpha - 1)(4\beta - 1) = 16\alpha\beta - 4\alpha - 4\beta + 1 = 16P - 4S + 1$$

$$= -16 + 8 + 1$$



$$\underline{S = -3 \quad P = 1}$$

۳۷- اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2 + 3x + 1 = 0$ باشند، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن

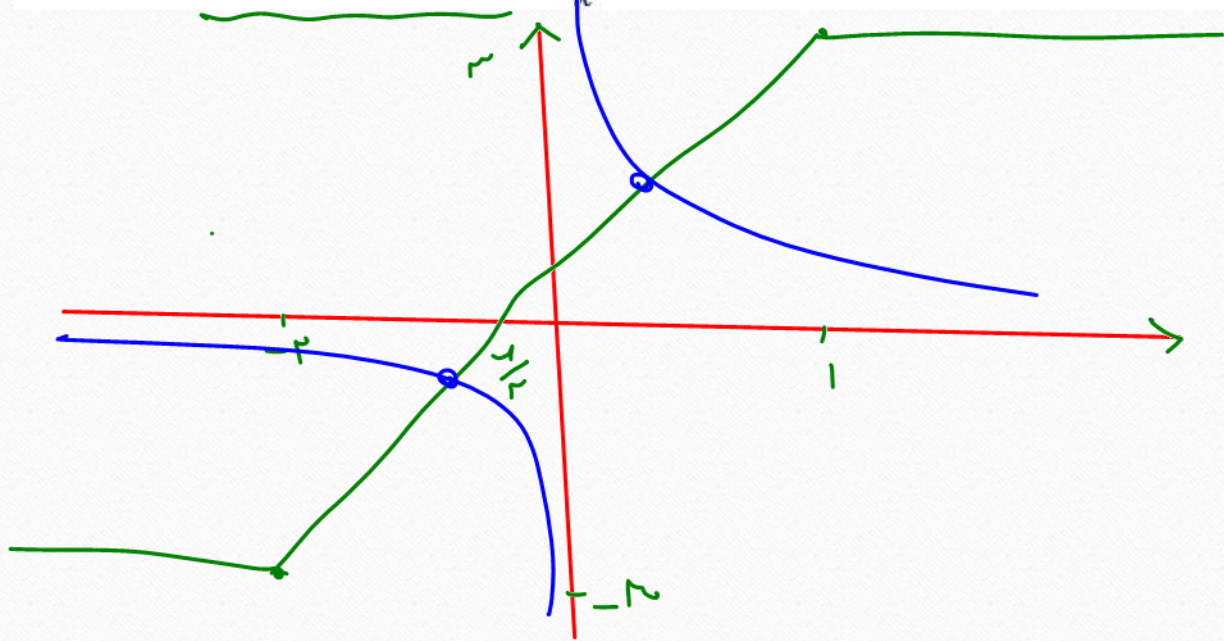
$\frac{1}{\sqrt{\beta}}$ و $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ باشند.

$$S' = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \rightarrow S'^2 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}}$$

$$\rightarrow S'^2 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{S}{P} + \frac{2}{\sqrt{P}} = -\frac{3}{1} + \frac{2}{1}$$



۳۸- به روش هندسی در مورد تعداد و علامت ریشه های معادله $|x + 2| - |x - 1| = \frac{1}{x}$ بحث کنید.





۳۹- معادله $(\sqrt{x} - 1)^2 + 3(\sqrt{x} - 1) - 4 = 0$ را حل کنید.

$$t^2 + 3t - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = -4 \end{cases}$$

$$\sqrt{x} - 1 = 1 \rightarrow \sqrt{x} = 2 \rightarrow \boxed{x = 4}$$

$$\sqrt{x} - 1 = -4 \rightarrow \sqrt{x} = -3 \quad \cdot \cdot \cdot \quad \times$$



$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

۴۰- در ۲۰ جمله اول دنباله حسابی مجموع جملات شماره های فرد ۱۳۵ و مجموع جملات شماره های زوج ۱۵۰ می باشد. جمله اول و قدر نسبت دنباله را بیابید.

$$a_1 + a_3 + \dots + a_{19} = 135$$

$$a_2 + a_4 + \dots + a_{20} = 150$$

$$10d = 15 \rightarrow d = \frac{15}{10} = 1.5$$

$$S_{20} = 215 \rightarrow 10(2a_1 + 19(\frac{3}{2})) = 215 \rightarrow a_1 =$$

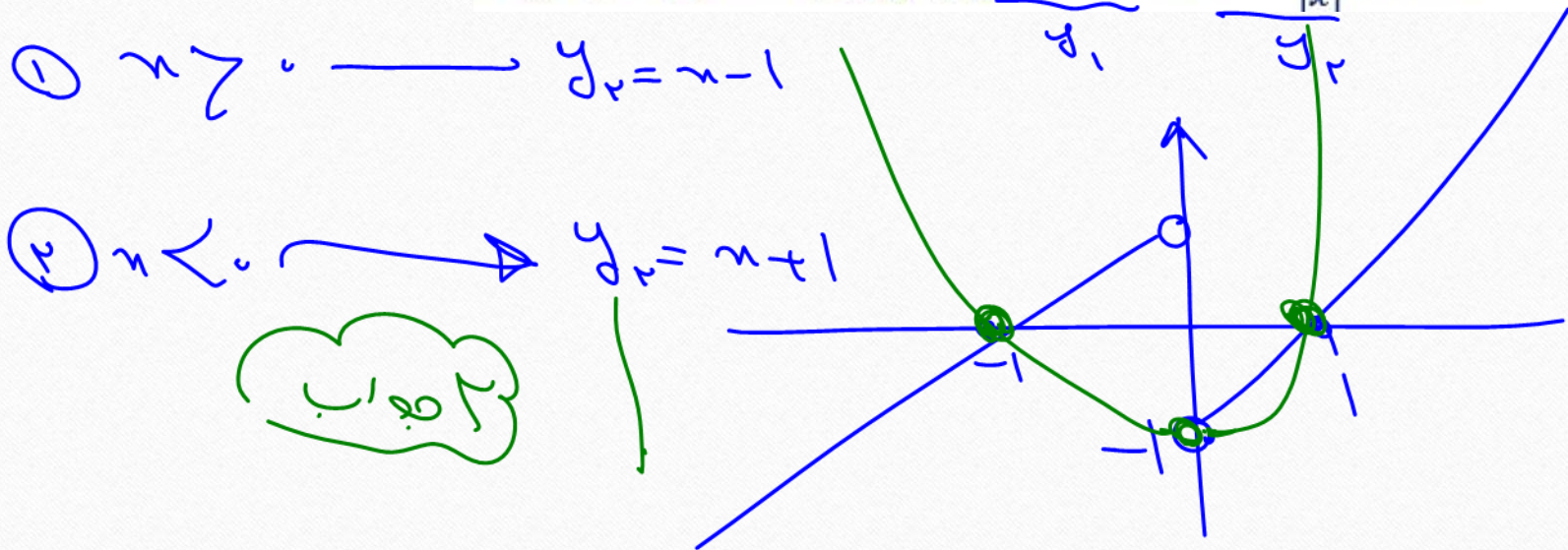


۴۱- اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2 + x - 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\alpha^2 - \beta - 1}{\alpha^2 + \beta^2}$ را بیابید.

$$\alpha^2 + \alpha - 1 = 0 \quad \begin{matrix} \delta = -1 \\ \rho = -1 \end{matrix} \quad \alpha^2 - 1 = -\alpha$$

$$\frac{-\alpha - \beta}{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{-\delta}{\delta^2 - \rho\delta} = \frac{\delta = -1}{\rho = -1} \quad (\text{ادامه داشته باشد})$$

۴۲- معادله $x^2 - 1 = x - \frac{x}{|x|}$ را به روش هندسی حل کنید.





۴۳- به ازای چه مقدار k ، معادله ی $\frac{4-t}{2-2t} = \frac{3t^2+k}{(t^2+1)^2-68}$ دارای جواب $t = -3$ است؟

$$\frac{7}{8} = \frac{27+k}{100-68}$$

k را پیدا کنید

۴۴ - معادله $\frac{2x}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x^2-x}$ را حل کنید.

$$\frac{2x + 2(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2-x}{x(x-1)}$$

$$\frac{2x-2}{x+1} = \frac{2-x}{x}$$

$$2x^2 - 2x = (x+1)(2-x)$$

$$2x^2 - 2x = 2x - x^2 + 2 - x$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x = -\frac{2}{2}$$

۴۵- معادله $4x^6 + 1 = 5x^3$ را حل کنید.

$$4x^6 - 5x^3 + 1 = 0 \quad x^3 = t$$

$$4t^2 - 5t + 1 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} t_1 = 1 \rightarrow x^3 = 1 \rightarrow x = 1 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} t_2 = \frac{1}{4} \rightarrow x^3 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \end{array}$$

حل سوالات شبه نهایی فصل یک حسابان ۱ و ریاضی ۲

پویستر علمی



۴۶- حدود m را چنان بیابید که معادله $(m-6)x^2 - 2mx - 3 = 0$ دارای دو ریشه منفی باشد.

① $S < 0 \rightarrow \frac{2m}{m-4} < 0 \rightarrow \begin{array}{c|c} + & - \\ \hline & \text{تن} \end{array} \rightarrow m < 4$

② $P > 0 \rightarrow \frac{-3}{m-4} > 0 \rightarrow m-4 < 0 \rightarrow m < 4$

③ $\Delta > 0 \rightarrow (m^2 + 12(m-4)) > 0 \rightarrow m^2 + 12m - 48 > 0$

$(m+4)(m-3) > 0 \rightarrow \begin{array}{c|c} + & - \\ \hline & \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 2: \\ 3 < m < 4 \end{array}$

مدرس: افخمی



۴۷- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش از نصف ریشه های معادله $x^2 + 4x - 1 = 0$ یک واحد کمتر

باشد.

$$\alpha' = \frac{\alpha}{2} - 1 \quad \beta' = \frac{\beta}{2} - 2 = -4$$

$$\beta' = \frac{\beta}{2} - 1$$

$$\rho' = \left(\frac{\alpha}{2} - 1\right)\left(\frac{\beta}{2} - 1\right) = \frac{\alpha\beta}{4} - \frac{\alpha}{2} + 1 = -\frac{1}{4} + 4 = \frac{11}{4}$$

$$x^2 - \rho'x + \rho' = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 + 4x + \frac{11}{4} = 0$$



۴۸- معادله زیر را حل کنید.

$$(x + \sqrt{x})^2 - 4(x + \sqrt{x}) - 12 = 0$$

$$t^2 - 4t - 12 = 0$$

$$(t - 6)(t + 2) = 0$$

$$t = 6$$

$$t = -2$$

$$x + \sqrt{x} = -2 \quad \times$$

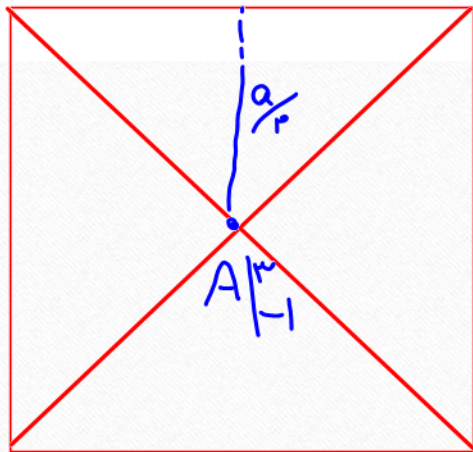
$$x + \sqrt{x} = 4 \longrightarrow \sqrt{x} = 4 - x \longrightarrow$$

$$x = 16 - 8x + x^2 \longrightarrow x^2 - 9x + 16 = 0$$

$$(x - 8)(x - 9) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 8 \checkmark \\ x = 9 \checkmark \end{array} \right.$$



۴۹- نقطه $A(3, -1)$ وسط قطر مربع قرار دارد که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله $2y - x = 5$ است.
 $-x + 2y - 5 = 0$



مساحت مربع را بیابید.

$$\frac{a}{2} = \frac{|-3 - 2 - 5|}{\sqrt{1 + 4}}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} \rightarrow a = \frac{2 \cdot \sqrt{5}}{1}$$

$$\rightarrow a = 2\sqrt{5} \rightarrow S = a^2 = 12(5) = 10$$



$$a_4 = 1$$

۵۰- در یک دنباله حسابی مجموع نه جمله اول سه برابر مجموع شش جمله اول آن است. اگر جمله چهارم برابر ۱

باشد، جمله بیستم را بیابید.

$$S_9 = 3 S_4$$

$$\frac{9}{2} (2a_1 + 8d) = 3 \cdot \frac{4}{2} (2a_1 + 3d)$$

$$a_1 + 4d = 2a_1 + 3d \rightarrow a_1 = -d$$

$$a_1 + 3d = 1 \rightarrow -d + 3d = 1 \rightarrow d = \frac{1}{2} \rightarrow a_1 = -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow a_{20} = a_1 + 19d$$



۵۱- فاصله مبدا مختصات از خط $y + mx = 1$ برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است. m را بیابید.

$$y + mx - 1 = 0 \rightarrow$$

$$\frac{|-1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{m^2 + 1}$$

$$m^2 + 1 = 2 \rightarrow$$

$$m^2 = 1 \rightarrow (m = \pm 1)$$

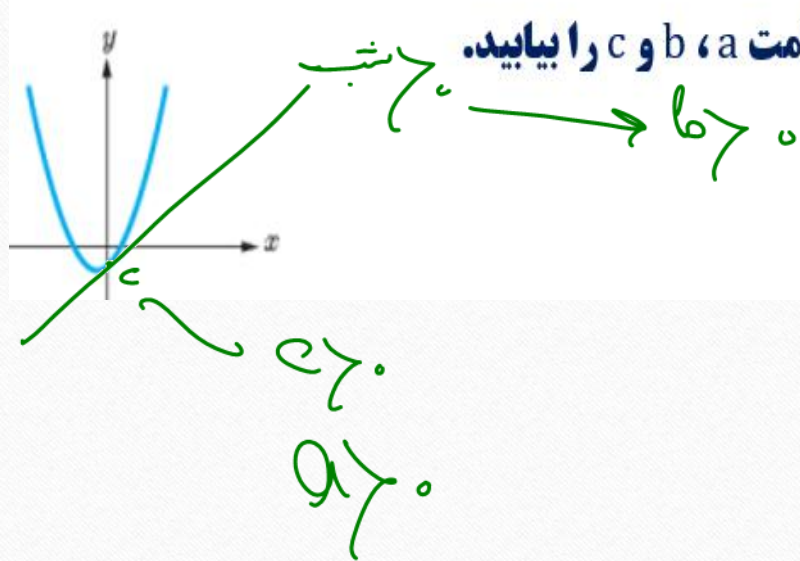


۵۲- در یک دنباله هندسی مجموع شش جمله اول ۱۷ برابر مجموع چهار جمله آن است. قدر نسبت این دنباله را بیابید.

$$\frac{S_6}{S_4} = 17 \rightarrow \frac{\cancel{a_1}(1-q^6)}{\cancel{a_1}(1-q^4)} = 17$$

$$\frac{1-q^6}{1-q^4} = 17 \rightarrow 1-q^4 = 17-17q^4 \rightarrow q^4 - 17q^2 + 17 = 0$$

$q=1$



۵۳- با توجه به نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، علامت a ، b و c را بیابید.

$a > 0$
 $c > 0$



مجموع اعداد سه رقمی مضرب ۶ را بیابید. -۵۴

$$100 \leq 6k \leq 999$$

$$\frac{100}{6} \leq k \leq \frac{999}{6}$$

$\frac{100}{6} = 16\frac{4}{6} = 16\frac{2}{3}$
 $\frac{999}{6} = 166\frac{3}{6} = 166\frac{1}{2}$

$$a_1 = 17(6) = 102$$

$$a_{150} = 166(6) = 996$$

$$17 \leq k \leq 166 \rightarrow n = 166 - 17 + 1 = 150$$

$$S_{150} = \frac{150}{2} (102 + 996)$$



۵۵- دو کارگر کاری را ۱۲ ساعته انجام می دهند. سرعت کارگر A شش برابر کارگر B است. هر یک به تنهایی در چه مدت زمانی کار را تمام می کنند؟

$$x = \text{سرعت کارگر B}$$

$$4x = \text{سرعت کارگر A}$$

$$\frac{1 \times 6}{4 \times x} + \frac{1}{4x} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{4x} = \frac{1}{4x}$$

$$\frac{1}{4x} = \frac{1}{4x}$$

$$x = 12$$

$$\begin{aligned} \text{کارگر B} &= 12 \\ \text{کارگر A} &= 4(12) \end{aligned}$$



۵۶- در یک مغازه ماهی های تزئینی، ماهی های آب شور در محلول های آب نمک ۷ درصد نگهداری می شوند. یک کارگر مبتدی ۲۰۰ کیلوگرم محلول آب نمک ۴ درصدی ساخته است. او چگونه به این غلظت برسد. (مساله را در هر دو حالت حل کنید.)

نمک

$$200 \times \frac{4}{100} = 8 \text{ kg}$$

① معادله را رسم کن
نمک به اندازه کافی
موجود باشد

میزان نمکی در برابر آب نمک

$$\frac{8+x}{200+x} = \frac{7}{100}$$

② نمک به اندازه کافی
موجود نباشد
در این حالت باید کمال تخمیر انجام دهیم

$$\frac{1}{200-x} = \frac{7}{100}$$



۵۷- مجموع جمله های هشتم و بیست و سوم یک دنباله حسابی برابر با ۸۰ است. مجموع سی جمله اول این دنباله را بیابید.

$$a_1 + a_{23} = 80$$

$$S_{30} = \frac{30}{2} (a_1 + a_{30}) = \frac{30}{2} (80)$$



۵۸- در دنباله هندسی ... $24, x, y, -3$ مجموع هشت جمله اول چند برابر جمله دهم است؟

$$\frac{a_8}{a_1} = -1 \rightarrow \frac{a_1 q^7}{a_1} = -1 \rightarrow q^7 = -1 \rightarrow q = -1$$

(۹ = -۲)

$$\frac{S_8}{a_{10}} = \frac{\cancel{a_1} (1 - q^8)}{1 - q} = \frac{\cancel{a_1} q^9}{\cancel{a_1} q^9} = 1$$

۹ = -۲ مکرر کنید



۵۹- اگر α و β ریشه های معادله $2x^2 + (m-4)x - 5 = 0$ باشند و رابطه $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 3$ برقرار باشد، مقدار m را بیابید.

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 3 \rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 3$$

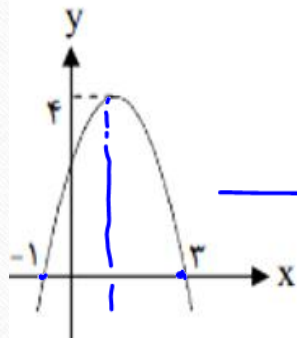
$$\frac{m-4}{2} = 3 \rightarrow \frac{m-4}{2} = 3$$

$$m-4 = 6 \rightarrow m = 10$$

$m = 19$



۶۰- ضابطه سهمی مقابل را بیابید.



$$f(x) = a(x+1)(x-3)$$

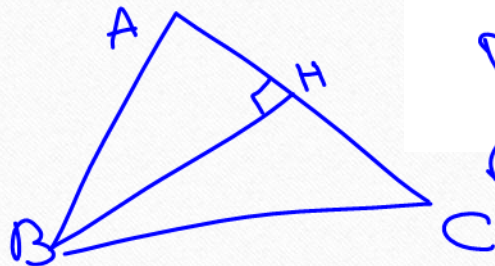
$$\begin{matrix} | \\ \hline \end{matrix} \quad \begin{matrix} \xrightarrow{\quad} \\ \hline \end{matrix} \quad 4 = a(1)(-2) \rightarrow a = -1$$

$$\xrightarrow{\quad} f(x) = -(x+1)(x-3)$$



۶۱- نقاط $A(1,5)$ ، $B(0,4)$ و $C(4,2)$ رئوس مثلث ABC هستند

الف: طول میانه AM را بیابید.
 $M = (2, 3)$ نقطه BC ————— $AM = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$



ب: اندازه ارتفاع BH را بیابید.
 فاصله B از خط AC = اندازه BH

$m_{AC} = \frac{3}{-3} = -1$ ————— $y = -x + b$ ————— $y = -x + 9$
 $B(0, 4)$ ————— $4 = -0 + b$ ————— $b = 4$
 $y = -x + 4$
 $y = -x + 9$
 $4 = -x + 9$
 $x = 5$
 $H(5, 4)$
 $BH = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$

۶۲- معادله $|x^2 - 4| = |x + 2|$ را حل کنید.

$$x^2 - 4 = x + 2$$

یا

$$x^2 - 4 = -x - 2$$

این معادله‌ها را هفتاد و یک حل کنید

و هفتاد و دو را پیدا کنید



۶۳- معادلات زیر را حل کنید.

الف: $\frac{2x+1}{x-1} - \frac{5x+2}{x+2} = \frac{4x}{x^2+x-2}$

$$-3x^2 + 7x + 2 = -$$

$$\frac{(2x+1)(x+2) - (5x+2)(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{4x}{(x+2)(x-1)}$$

$$2x^2 + 5x + 2 - 5x^2 + 3x + 2 = 4x$$

$$-3x^2 + 7x + 2 = 4x$$

حل سوالات شبه نهایی فصل یک حسابان ۱ و ریاضی ۲



مدرس: افخمی

t

ب: $2x^2 - 5x - \sqrt{2x^2 - 5x + 1} = 1$

$$t - \sqrt{t + 1} = 1$$

$$t - 1 = \sqrt{t + 1}$$

$$t^2 - 2t + 1 = t + 1 \longrightarrow$$

$$t^2 - 3t = 0 \begin{cases} t = 0 \\ t = 3 \end{cases}$$

$$2x^2 - 5x = 0 \begin{cases} x = 0 \quad \times \\ x = \frac{5}{2} \quad \checkmark \checkmark \end{cases}$$

$$2x^2 - 5x = 3 \longrightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

جواب را در فرقی را به اصل چیب بسند



۶۴- اگر A نقطه ای از خط $y = x + 1$ باشد به طوری که فاصله اش تا خط $2x - y = 5$ برابر $\sqrt{5}$ باشد، آنگاه مختصات نقطه A را بیابید.



۶۶- به ازای چه مقادیری از m و n دو خط موازی $2x + 4y + 2 = 0$ و $x + my + n = 0$ به فاصله $\sqrt{5}$ از یکدیگر

هستند؟



۶۷- دایره ای بر دو خط به معادلات $2y = 4x + 3$ و $2x - y = 5$ مماس است. مساحت دایره را بیابید.



۶۸- اگر محیط یک زمین ورزشی مستطیل شکل برابر ۱۴۴ متر و اندازه طول و عرض آن متناسب با نسبت طلایی باشد، طول و عرض زمین چقدر است؟



۶۹- فاصله بین دو شهر که در کنار رودخانه ای واقع شده اند ۱۴۴ کیلومتر است. یک کشتی از شهر اول به شهر دوم می رود و پس از دو ساعت توقف همین مسیر را بر می گردد. مدت زمان سفر در مجموع ۱۷ ساعت است. در صورتی که سرعت حرکت کشتی در مسیر جریان آب ۸ کیلومتر بر ساعت بیشتر از سرعت آن در خلاف جریان آب باشد، سرعت حرکت کشتی را در جهت حرکت آب تعیین کنید.



۷۰- یک استخر مستطیل شکل به ابعاد طول ۱۰ و عرض ۳ متر داریم که یک آب راه بتونی در اطرافش است. اگر این آب راه دارای پهنای یکسان و مساحت ۱۴ متر مربع باشد، پهنای آن را بیابید.





۷۱- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 7x + 3 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha\sqrt{\beta} + \beta\sqrt{\alpha}}{\alpha^2 - 7\alpha}$ را بیابید.



۷۲- قرینه نقطه $A(1, -2)$ نسبت به خط $4y = 3x + 1$ را بیابید.



۷۳- اگر رابطه $\alpha + \beta = 14$ بین ریشه های معادله $x^2 - 8x + m - 1 = 0$ برقرار باشد، مقدار m را بیابید.



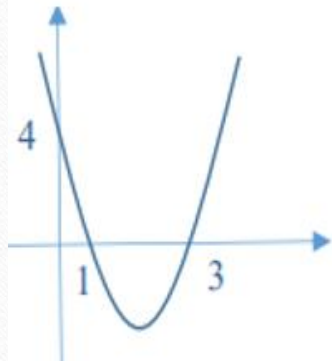
۷۴- اگر α و β ریشه های معادله $4x^2 - 5x - 1 = 0$ باشند، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن به صورت $\{\frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1\}$ باشد.



۷۵- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\alpha^2(3\beta - 1)}$ را بیابید.



۷۶- با توجه به نمودار ضابطه سهمی را بنویسید.





۷۷- مثلث ABC به راس های $A(2,1)$ ، $B(-1,4)$ و $C(-4,-1)$ را در نظر بگیرید. فاصله نقطه M وسط AC از ارتفاع AH را بیابید.



۷۸- به کمک تعیین علامت ، ضابطه ی تابع $y = x|x^2 - 1|$ را بدون نماد قدر مطلق بنویسید.



۷۹- معادله زیر را حل کنید.

$$۵ = ۴(۲x + \sqrt{x})^2 + (۲x + \sqrt{x})^۴ \quad \text{الف:}$$



$$\text{ب: } \frac{x-1}{2x+1} + 2 \left(\frac{2x+1}{x-1} \right) + 3 = \diamond$$



۸۰- نمودار توابع $f(x) = -(x+1)^2 + 3$ و $g(x) = \frac{1}{4}|x+2| - 1$ در چند نقطه متقاطع اند؟



۸۱- ابتدا نمودار تابع $f(x) = |4x - x^2|$ را رسم کنید. سپس به روش هندسی معادله $f(x) = 5$ را حل کنید.



۸۲- نامعادله ی $\frac{x}{|x-1|} < 2$ را حل کنید.



۸۳- معادلات زیر را حل کنید.

الف: $\frac{1}{x^2+2x+3} = \frac{1}{x^2+2x+4} + \frac{1}{x^2+2x+5}$



$$\text{ب: } \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$$



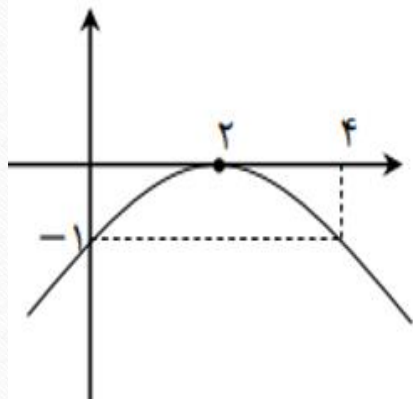
۸۴- نامعادله زیر را به روش هندسی حل کنید.

$$|x^2 - 2| < |x + 1| - 1$$



۸۵- معادله درجه دومی بنویسید که یکی از ریشه های آن دو برابر دیگری باشد.

۸۶- در شکل زیر نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. ضابطه آن را مشخص کنید.





۸۷- بر روی محور طول ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله های آن ها از ۲ نقطه به طول های ۱- و ۳ روی محور طول ها برابر ۶ باشد.



۸۸- مجموع جواب های معادله $x^2 - 4x + 3 = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$ را بیابید.



۸۹- بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد.



۹۰- مساحت سطح محصور بین نمودار تابع $y = ||x| - 2|$ و خط $y = 1$ را بیابید.