



اگر $f = \{(1, 2), (-2, 3), (0, 1)\}$ و $g(x) = \sqrt{1-x}$ باشد، مجموع عضوهای برد تابع

۱

g^{-1} of کدام است؟

$$R_g : [0, +\infty) \sqrt{1-x} \geq 0$$

$$y = \sqrt{1-x} \xrightarrow{\square -11(4)} y^2 = 1-x \quad -1(3)$$

$$\xrightarrow{\text{رسم}} x = 1 - y^2 \xrightarrow{\text{رسم}} g^{-1}(x) = 1 - x^2 \quad x \geq 0$$

$$R_{g^{-1} \circ f} : \{-3, -1, 0\}$$

(۱) صفر (۲) -۵ (۳) -۱

$$g^{-1} \circ f(1) = -3$$

$$g^{-1} \circ f(-2) = -1$$

$$g^{-1} \circ f(0) = 0$$



$$2x + 3 < 0 \rightarrow 2x < -3 \rightarrow x < -\frac{3}{2} \rightarrow -3x > \frac{9}{2}$$

$$\rightarrow -3x + 2 > \frac{9}{2} + 2 = \frac{13}{2}$$

تابع $f(x) = \begin{cases} 2 - 3x, & 2x + 3 < 0 \\ 2 + 2mx - x^2, & 2x + 3 > 0 \end{cases}$ وارون پذیر است. اگر f^{-1} وارون تابع f به ازای مقدار صحیح m باشد، مقدار $f^{-1}(-19)$ کدام است؟

۲

است. اگر f^{-1} وارون تابع f به ازای مقدار صحیح m باشد، مقدار $f^{-1}(-19)$ کدام است؟

$$x_s = -\frac{b}{2a} = m$$

(۴) صفر



۱ (۳)

$$y_s = 2 + 2m^2 - m^2 = m^2 + 2$$

۲ (۲)

۳ (۱)

$$x > -\frac{3}{2} \rightarrow m \leq -\frac{3}{2} \rightarrow (y_s = 2)$$

$$y_s \leq \frac{13}{2} \rightarrow m^2 + 2 \leq \frac{13}{2} \rightarrow m^2 \leq \frac{13}{2} - 2 = \frac{9}{2} \rightarrow m = -2$$

$$f^{-1}(-19) = a \rightarrow f(a) = -19 \rightarrow 2 + 2(-2)a - a^2 = -19$$

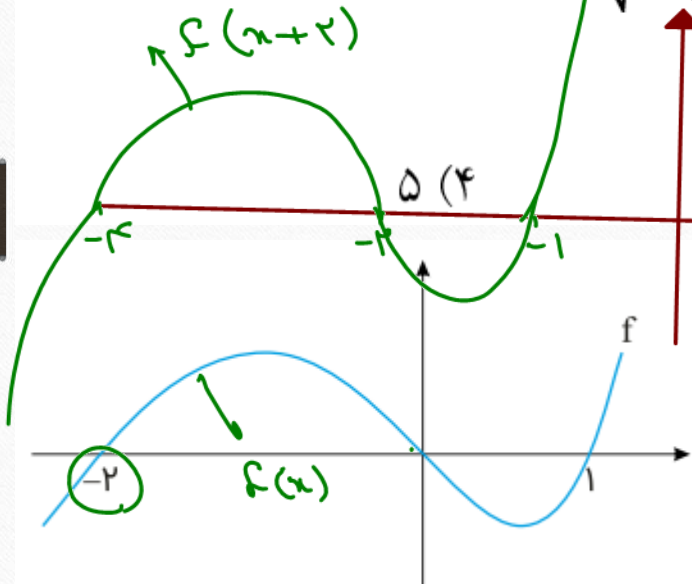
$$a^2 + 4a - 21 = 0 \rightarrow (a+7)(a-3) = 0 \rightarrow a = -7 \cup a = 3$$

مدرس: افخمی



نمودار زیر تابع f را نشان می دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(x+2)}}$ شامل چند عدد صحیح ۳

است؟ $(-4, -2) \cup (-2, -1) \cup [2, \dots)$
 یادداشت: $(-4, -2)$ یادداشت، $(-2, -1)$ یادداشت، $[2, \dots)$ یادداشت



x	-4	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-	-	0	+	+	0	-	+
$f(x+2)$	-	0	+	0	-	0	+	+
	+	-	-	+	-	+	-	+
		تان	تان	تان				



اگر $f(x) = 2[x] - x$ و $g(x) = f([x + f(x)])$ باشد، $gof(-\frac{5}{3})$ کدام است؟ ۴

۶ (۴)

-۶ (۳)

-۴ (۲)

۴ (۱)

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = 2\left[-\frac{5}{3}\right] - \left(-\frac{5}{3}\right) = -2 + \frac{5}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$g\left(-\frac{1}{3}\right) = f\left[\left(-\frac{1}{3}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right)\right] = f\left[-\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right] = f\left[-\frac{2}{3}\right] = 2\left[-\frac{2}{3}\right] - \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$$

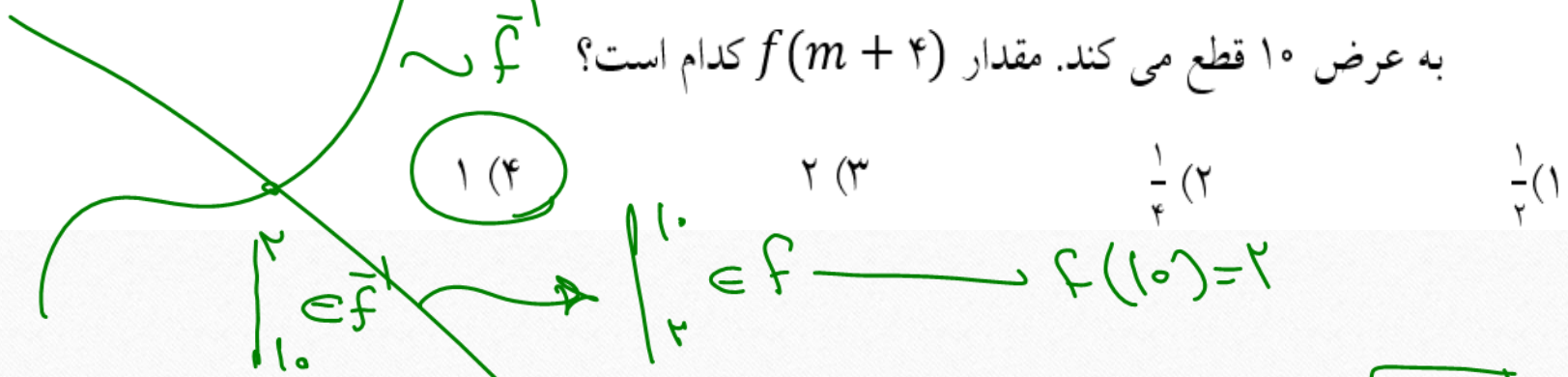


مدرس: افخمی

۵

وارون تابع $f(x) = \sqrt{x - 2\sqrt{mx} - 1}$ در دامنه محدود، خط $y = 12 - x$ را در نقطه ای

به عرض ۱۰ قطع می کند. مقدار $f(m + 4)$ کدام است؟ f^{-1}



$$\sqrt{10 - 2\sqrt{10m} - 1} = 2 \rightarrow 10 - 2\sqrt{10m} - 1 = 4 \rightarrow 9 = 2\sqrt{10m} - 1$$

$$\rightarrow \sqrt{10m} - 1 = 5 \rightarrow \sqrt{10m} = 6 \rightarrow 10m = 36 \rightarrow m = 3.6$$

$$\boxed{m=1} \rightarrow f(5) = \sqrt{5 - 2\sqrt{5} - 1} = 1$$



۶

شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ و نیمساز ناحیه اول و سوم است. دامنه تابع با ضابطه

$$\sqrt{x - f^{-1}(x)}$$

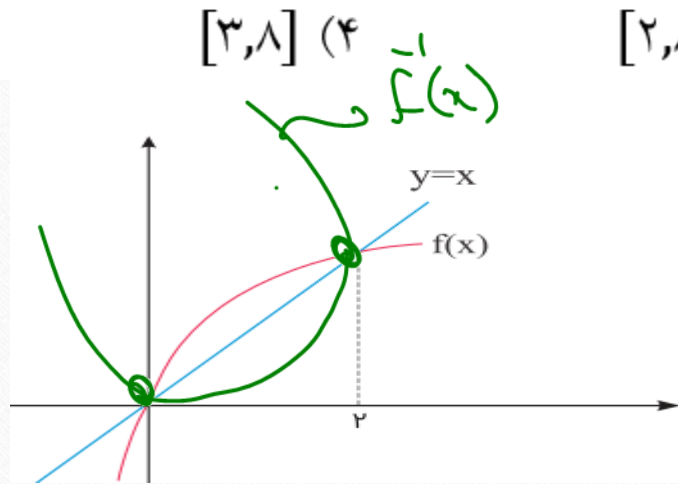
کدام است؟ $x \leq f^{-1}(x) \rightarrow 0 \leq x - f^{-1}(x)$

[۰, ۲] (۱) ✓✓

[۲, ۳] (۲)

[۲, ۸] (۳)

[۳, ۸] (۴)





$$f(a)=b \longleftrightarrow f^{-1}(b)=a \quad (a,b) \in f \longrightarrow (b,a) \in f^{-1}$$

اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(6) + g(12)$ کدام است؟ ✓

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

$$g = f^{-1}$$

$$f^{-1}(6) + f^{-1}(12)$$

$$f^{-1}(6) = a \longrightarrow f(a) = 6 \longrightarrow a + \sqrt{a} = 6 \longrightarrow a = 9$$

$$f^{-1}(12) = b \longrightarrow f(b) = 12 \longrightarrow b + \sqrt{b} = 12 \longrightarrow b = 9$$



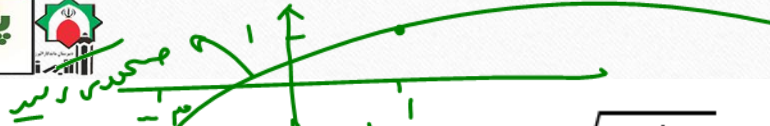
$$\sqrt{x-1} \geq 0 \rightarrow 2 + \sqrt{x-1} \geq 2 \rightarrow R_f: [2, +\infty)$$

قرینه نمودار تابع $f(x) = (x-2)^2 + 1$ را نسبت به خط $y = x$ رسم کرده و سپس نمودار $y = 2 + \sqrt{x-1}$ را نسبت به خط $y = x$ رسم کرده و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد در جهت مثبت محور X ها و ۳ واحد در جهت منفی محور Y ها انتقال می

دهیم و آن را $y = g(x)$ می نامیم. مقدار $g(4)$ کدام است؟

$$f^{-1}(x) = (x-2)^2 + 1 = (x-2-2)^2 + 1 = (x-4)^2 + 1 - 3 \quad (1)$$

$$\rightarrow g(x) = (x-4)^2 - 2 \rightarrow g(4) = -2$$



۹

فرض کنید M نقطه تلاقی منحنی $y = \sqrt{x+3} - 1$ با تابع وارزون تابع باشد، فاصله نقطه M

$y = x$

از مبدا مختصات، کدام است؟

$\sqrt{x+3} - 1 = x$ $\sqrt{x+3} = x+1$ $\sqrt{2} (2)$ $\frac{\sqrt{2}}{2} (1)$

$x+3 = x^2 + 2x + 1$ $x^2 + x - 2 = 0$ $(x+2)(x-1) = 0$ $\left. \begin{matrix} x = -2 \\ x = 1 \end{matrix} \right\} \text{خارج از دامنه}$

$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ $\sqrt{2}$



$D_f: [a, b]$ و f نزودر آید $\rightarrow R_f: [f(b), f(a)]$
 $D_g: [a, b]$ و f صعودی آید $\rightarrow R_g: [f(a), f(b)]$
 اگر $f(x) = [x] - x$ و $g(x) = \frac{1-2x}{x+1}$ باشند، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟

۱۰

مدرس: افخمی

منوی
گزینه ها

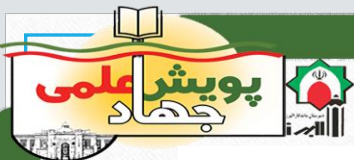
(۱) $[-1, 1]$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $[1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1]$
 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow \begin{cases} ad-bc > 0 \rightarrow (-\infty, -d/c), (-d/c, +\infty) \\ ad-bc < 0 \rightarrow \end{cases}$

صفتی $ad-bc > 0$ و $ad-bc < 0$ این f از f نزودر آید

$0 \leq x - [x] < 1$ $1 - [x] < x \leq 1$

$g(x) = \frac{-2x+1}{x+1}$ $\begin{cases} a=-2 & b=1 \\ c=1 & d=1 \end{cases} \rightarrow ad-bc = -2-1 = -3 < 0$ نزودر آید

$g((-1, 0]) = [g(0), g(-1)) = [1, +\infty)$



$$f(x) = ax + b \pm |cx + d| \quad \frac{b \pm d}{c} > c$$

اگر $f(x) = 2|x + a| - ax + 2$ یک به یک باشد، حدود a کدام است؟ ۱۱

$|a| > 4$ (۴)

$|a| > 2$ (۳)

$|a| > 3$ (۲)

$|a| > 1$ (۱)

$$f(x) = -ax + 2 + |2x + 2a|$$

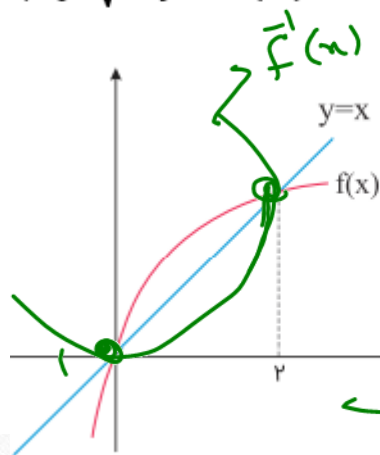
$$|a| > 2$$



۱۲

شکل زیر مربوط به نمودار $y = f(x)$ است. کدام گزینه دامنه تابع $\sqrt{xf^{-1}(x)} - x^2$ را به

درستی نشان می دهد ؟



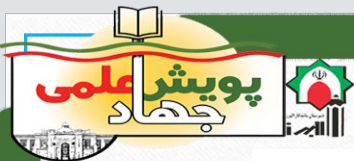
$$x f'(x) - x^2 \geq 0$$

$$x (f'(x) - x) \geq 0$$

	$x < 0$	0	$x > 0$
$f'(x) - x$	+	-	+
x	-	+	+
$xf'(x) - x^2$	-	-	+

- (۱) $(-\infty, 0]$
- (۲) $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$
- (۳) $[0, 2]$

$[2, +\infty) \cup \{0\}$ (۴)



$$a > 0 \longrightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2$$

$$a < 0 \longrightarrow a + \frac{1}{a} \leq -2$$

کدام عدد زیر در برد تابع $f(x) = \frac{2x^2 + 6x + 5}{x^2 + 3x + 2}$ قرار ندارند؟

۱۳

-۳ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4 + x^2 + 2x + 1}{x^2 + 3x + 2}$$

$$= \frac{(x+2)^2 + (x+1)^2}{(x+1)(x+2)} = \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+1}{x+2}$$

$\sim R_i (-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$



۱۴

اگر $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ و $g(x) = 2x + 1$ باشد، حاصل $\underbrace{g^{-1} \circ f^{-1}}_a(2)$ کدام است؟

$$f^{-1}(2) = a \xrightarrow{2(4)} f(a) = 2 \xrightarrow{1(2)} a^3 - 3a^2 + 3a = 2 \quad (1) \text{ صفر}$$

$$\xrightarrow{a=2}$$

$$g^{-1}(2) = b \xrightarrow{} g(b) = 2 \xrightarrow{} 2b + 1 = 2$$

$$\xrightarrow{2b=1} b = \frac{1}{2}$$



۱۵ اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = 1 + x - 2\sqrt{x}$ باشد، $(g \circ g)(1)$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۹

(۲) ۴

(۱) ۱

$$f^{-1} \circ f^{-1}(1)$$

$$f^{-1}(1) = a \longrightarrow f(a) = 1 \longrightarrow 1 + a - 2\sqrt{a} = 1$$

$$a - 2\sqrt{a} = 0 \longrightarrow a = 4 \quad \text{و} \quad a = 0$$

$$f^{-1}(4) = b \longrightarrow f(b) = 4 \longrightarrow 1 + b - 2\sqrt{b} = 4 \longrightarrow b - 2\sqrt{b} = 3$$

بسته



۱۶

نمودار $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$ نمودار تابع $g(x) = -x^2 - 3x + 8$ را در نقطه ای به طول

۱ قطع می کند. اگر $f^{-1}(10) = -1$ باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟

$$f(1) = g(1) \rightarrow 2 + 2^{b-a} = 4 \rightarrow 2^{b-a} = 2 \rightarrow b-a = 1$$

$$f^{-1}(10) = -1 \rightarrow f(-1) = 10 \rightarrow 2 + 2^{b+a} = 10 \rightarrow 2^{b+a} = 8$$

$$\begin{cases} b+a=3 \\ b-a=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = \frac{3}{2} \text{ و } a = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \\ 2b-a = 3 - \frac{3}{2} \end{cases}$$



$$x = 1 + \sqrt{1-y} \rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{1-x}$$

$a=1 \quad d=1 \quad c=1 \quad b=-1$

۱۷

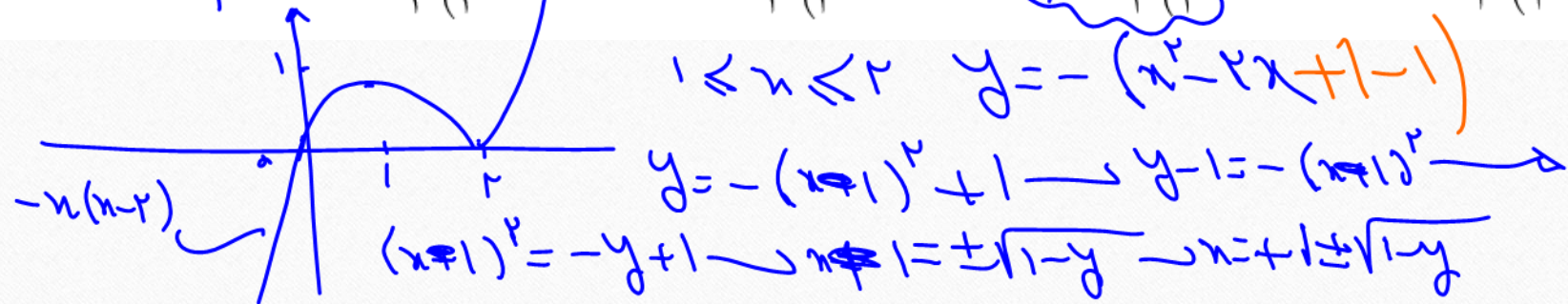
تابع $f(x) = x|x-2|$ در بازه $[a, 2]$ یک به یک است که در آن a کوچکترین مقدار ممکن

است. اگر وارون $f(x)$ در این بازه به صورت $f^{-1}(x) = \sqrt{bx+c} + d$ باشد،

$$f(x) = \begin{cases} x(x-2) & x \geq 2 \\ -x(x-2) & x < 2 \end{cases}$$

$a=1$

$a+b+c+d$ کدام است؟





$$f \circ f^{-1}(x) = x \quad ; \quad x \in D_{f^{-1}} = R_f \quad \quad f^{-1} \circ f(x) = x \quad x \in D_f = R_{f^{-1}}$$

اگر نمودار تابع $y = f \circ f^{-1}(x) + f^{-1} \circ f(x)$ به صورت یک نقطه باشد، کدام ضابطه

۱۸

$$R_f \cap D_f = \{ \text{نقطه} \}$$

برای $f(x)$ پذیرفته است؟

$$D_f: x \geq 1, \quad R_f: [0, +\infty) \rightarrow \quad \cap: [1, +\infty)$$

$$f(x) = \sqrt{x-1} \quad (1)$$

$$D_f: x \geq 1 \rightarrow -\sqrt{x-1} \leq 0 \rightarrow \sqrt{x-1} \leq 1$$

$$f(x) = 1 - \sqrt{x-1} \quad (2)$$

$$R_f: x \geq 1 \quad \cap: \{1\}$$

$$f(x) = 1 + \sqrt{x-1} \quad (3)$$

$$D_f: x \geq 1$$

$$D_f: x \geq -1$$

$$f(x) = 1 + \sqrt{x+1} \quad (4)$$

$$R_f: x \geq -1 \quad (3)$$

$$R_f: x \geq 1$$

$$\cap: x \geq 1$$

تجزیه



19

شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. نمودار تابع $y = f^{-1}(2x) + 3$ وارونش را با چه

طولی قطع می کند؟

تحقق $2x + 2 = x \rightarrow x = -2$

تحقق $2x + 3 = x \rightarrow x = -3$

(3)

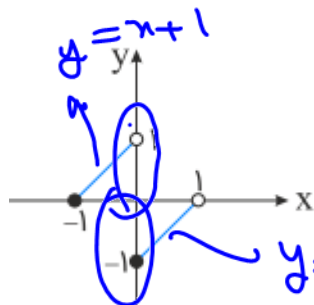
(4) قطع نمی کند.

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & -1 \leq x < 0 \\ x-1 & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x < 1 \\ x+1 & -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

$$y = x - 1$$

$$f^{-1}(2x) + 3 = \begin{cases} 2x + 2 & 0 \leq 2x < 1 \\ 2x + 3 & -1 \leq 2x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 2x + 2 & 0 \leq x < 0.5 \\ 2x + 3 & -0.5 \leq x < 0 \end{cases}$$





۲۰ برد تابع $y = \frac{1-x}{x|x|-|x|}$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, 0)$

(۲) $R - \{-1\}$

(۳) $(-\infty, -1)$

(۴) $(-\infty, -1) - \{-1\}$



$$D_f: x \neq \frac{1}{2} \quad D_g: -x^2 + 4x - 3 > 0 \rightarrow x^2 - 4x + 3 < 0$$

$$1 < x < 3$$

۲۱

اگر $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2+4x-3}}$ باشند، دامنه $g \circ f$ شامل چند عدد صحیح است؟

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \neq \frac{1}{2} \mid 1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3\}$$

$$\frac{x+1}{2x-1} = 1 \rightarrow 2x-1 = x+1 \rightarrow x=2 \quad 1 < x < 2$$

$$\frac{x+1}{2x-1} = 3 \rightarrow 2x-1 = \frac{x+1}{3} \rightarrow 6x-3 = x+1 \rightarrow x = \frac{4}{5}$$



۲۲

با فرض $x \geq 2$ و $f(x) = x^2 - 4x + 9$ و $g(x) = \frac{3-x}{2}$ حاصل $(f^{-1} \circ g^{-1})(-9)$ کدام است؟

$$g^{-1}(-9) = a \xrightarrow{6(4)} g(a) = -9 \xrightarrow{5(3)} \frac{3-a}{2} = -9 \xrightarrow{3(1)}$$

$$3 - a = -18 \rightarrow a = 21$$

$$f^{-1}(21) = b \rightarrow f(b) = 21 \rightarrow b^2 - 4b + 9 = 21 \rightarrow b^2 - 4b - 12 = 0 \rightarrow (b-6)(b+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} b=6 \\ b=-2 \end{cases}$$



$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

۲۳ اگر $f(x) = 2 - |x + 1|$ و $g(x) = x + |x|$ ، آنگاه برد تابع $(\frac{f}{g})(x)$ کدام است؟

$(-\infty, \frac{1}{2})$ (۱) $(-1, +\infty)$ (۲) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۳) $(0, +\infty)$ (۴)

$$h(x) = \frac{2 - |x+1|}{x + |x|} = \frac{2 - x - 1}{2x} = \frac{-x+1}{2x} \quad x > 0$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{2x}$$

$$x > 0 \rightarrow 2x > 0 \rightarrow \frac{1}{2x} > 0 \rightarrow \frac{1}{2x} - \frac{1}{2} > -\frac{1}{2}$$

$\rightarrow P_h: (-\frac{1}{2}, +\infty)$



ریشه های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ نیم واحد از ریشه های معادله $2ax^2 + ax - 6 = 0$

α, β

α, β

$\frac{a}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow a = 1$

بیشتر است. مقدار $[\frac{ab}{4}]$ کدام است؟

$\alpha' = \alpha + \frac{1}{2}$

-۱ (۴)

-۲ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)

$\beta' = \beta + \frac{1}{2}$

$P = (\alpha + \frac{1}{2})(\beta + \frac{1}{2}) = P + \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta + \frac{1}{4}$

$S' = S + \frac{1}{2}$

$= P + \frac{1}{2}S + \frac{1}{4} = -2 + \frac{1}{2}(-\frac{1}{2}) + \frac{1}{4} = -2 = \frac{b}{2}$

$\frac{b}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$b = -4$

$[\frac{ab}{4}] = -2$



۲۵

اگر $f^{-1} = \{(-3, 4), (2, 5), (7, -3)\}$ و $g(x) = x^2 + 2; x \leq 0$ در صورتی که $g^{-1}(11) = f(2a - 5)$ باشد، a کدام است؟

$$g(x) = x^2 + 2 \rightarrow$$

$$y = x^2 + 2$$

$$x^2 = y - 2 \quad \Rightarrow \quad x = \pm \sqrt{y - 2}$$

$$x = -\sqrt{y - 2} \quad \Rightarrow \quad g^{-1}(y) = -\sqrt{y - 2}$$

۴/۵ (۳)

۳ (۲)

۱/۵ (۱)

$$g^{-1}(11) = f(2a - 5)$$

$$-3 = f(2a - 5)$$

$$2a - 5 = 7 \quad \Rightarrow \quad \boxed{a = 2}$$



وارون تابع $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 3}{x - 3}$ برابر $f^{-1}(x) = \frac{x^2 + bx + c}{2x + d}$ است. مقدار $b + c + d$ کدام است؟

$$f(x) = \frac{(x-3)(2x-1)}{(x-3)} \quad x \neq 3$$

$$f(x) = (2x-1) \quad x \neq 3 \text{ و } y \neq 0 \rightarrow (3, 0) \notin f \rightarrow (0, 3) \notin f^{-1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2} \times \frac{(x-0)}{(x-0)} = \frac{x^2 - 5x - 0}{2x - 10}$$

$$b = -5, \quad c = -0, \quad d = -10$$



$$g^{-1}(n) = n - 1$$

اگر $f(x) = x^2 - 3|x|$ و $g(x) = x + 1$ باشد، مجموع جواب های معادله $g \circ f(x) = 0$

۲۷

کدام است؟

$$f^{-1} \circ f(n) = n$$

$$f \circ f^{-1}(n) = n$$

$$g \circ f(n) = 0 \xrightarrow{\frac{1}{2} (4)} g^{-1}(g \circ f(n)) = g^{-1}(0)$$

$$\xrightarrow{1 (3)} f(n) = g^{-1}(0) = -1$$

$$\xrightarrow{-1 (2)} f(n) = -1 \rightarrow n^2 - 3|n| = -1$$

 $(2) -1$
 $S = 3$

(۱) صفر

$$\rightarrow n^2 - 3n + 1 = 0$$

 $n \geq 0$
 $n < 0$

$$\rightarrow n^2 + 3n + 1 = 0$$

 $S = -3$



اگر $f(x) = |\frac{1}{2}x - 1|$ و شکل زیر نمودار تابع $g(x)$ باشد، معادله $g(f(g(x+2))) = 0$

چند ریشه دارد؟

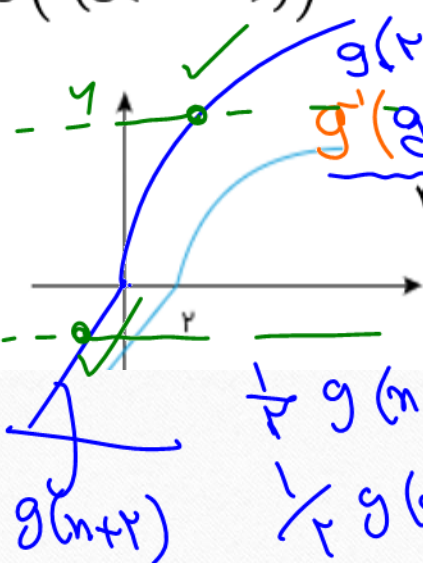
$g(2) = 0 \rightarrow g^{-1}(0) = 2$
 $g'(g(f(g(n+2)))) = g'(0)$
۴ (۴) ۳ (۳)



$f(g(n+2)) = 2 \rightarrow |\frac{1}{2}g(n+2) - 1| = 2$

$\frac{1}{2}g(n+2) - 1 = 2 \rightarrow g(n+2) = 6$

$\frac{1}{2}g(n+2) - 1 = -2 \rightarrow g(n+2) = -2$



$$y = -x$$

تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{1}{2x}$ بر دامنه $(0, +\infty)$ مفروض است. نمودار تابع f^{-1} لیمساز

۲۹

ناحیه دوم را با کدام طول قطع می کند؟

$$f^{-1}(x) = -x \quad \xrightarrow{\text{نقطه } (1, -\frac{1}{2})} \quad f(f^{-1}(x)) = f(-x)$$

$$x = f(-x) = -x + \frac{1}{2x}$$

$$\frac{2x}{1} = \frac{1}{2x} \rightarrow 4x^2 = 1 \rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$



۳۰

تابع با ضابطه $g(x) = x - \sqrt{x}$ مفروض است. اگر نمودار تابع f محور X ها را در دو نقطه به

طول های ۶ و $-\frac{1}{4}$ قطع کند، آنگاه نمودار تابع $f \circ g$ محور X ها را با کدام طول قطع می کند؟

$$f(4) = f\left(-\frac{1}{4}\right) = 0$$

$(4, 9)$ $(\frac{1}{4}, 4)$ $(\frac{1}{4}, 9)$ $(1, \frac{4}{9})$

$$f \circ g(x) = 0 \longrightarrow f'(f \circ g(x)) = f'(0)$$

$g(x) \begin{cases} 4 \longrightarrow x - \sqrt{x} = 4 \longrightarrow x = 9 \\ -\frac{1}{4} \longrightarrow x - \sqrt{x} = -\frac{1}{4} \longrightarrow x = \frac{1}{4} \end{cases}$



اگر $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشد، دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟ (رایج)

(۱) $[0, 1)$ (۲) $\{0\}$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $R - \{1, -1\}$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \text{ و } f \in D_g\} = \left\{ x \neq \pm 1 \text{ و } \frac{1+x^2}{1-x^2} \in [0, 1) \right\}$$

① $\frac{1+x^2}{1-x^2} \geq 0 \rightarrow 1-x^2 > 0 \rightarrow x^2 < 1 \rightarrow -1 < x < 1$

② $\frac{1+x^2}{1-x^2} < 1 \rightarrow \frac{1+x^2}{1-x^2} - 1 < 0 \rightarrow \frac{1+x^2-1+x^2}{1-x^2} < 0 \rightarrow \frac{2x^2}{1-x^2} < 0$

$1-x^2 > 0 \rightarrow x^2 < 1 \rightarrow -1 < x < 1$ (با $x=0$ در یک کادر مشخص شده)



اگر $x \leq -2$; $f(x) = x^2 + 4x + 3$ باشد، آنگاه نمودار توابع f^{-1} و $g(x) = \frac{2x-1}{-3}$ با کدام طول متقاطع هستند؟

$$f(x) = x^2 + 4x + 3 - 1 \quad (2) \quad -1$$

$$f(x) = (x+2)^2 - 1 \quad (4) \quad 1$$

$$y = (x+2)^2 - 1 \rightarrow y+1 = (x+2)^2 \rightarrow$$

$$x+2 = \pm \sqrt{y+1} \rightarrow x = -2 \pm \sqrt{y+1}$$

$$x = -2 - \sqrt{y+1} \rightarrow f^{-1}(y) = -2 - \sqrt{y+1}$$

$$f^{-1}(x) = g(x) \quad (1) \quad -5$$

$$-2 - \sqrt{x+1} = \frac{2x-1}{-3} \quad (3) \quad \text{صفر}$$



در تابع $y = x - \sqrt{x}$ محدوده تغییرات y در کدام گزینه به درستی آمده است؟

برد تابع

$$y \geq 0 \quad (1)$$

$$y \geq -\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$y = x - \sqrt{x} = (\sqrt{x})^2 - \sqrt{x} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \quad (2)$$

$$y \geq -\frac{1}{4} \quad (4) \quad \checkmark \checkmark$$

$$= \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \rightarrow \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4}$$

$$\text{برد: } \left[-\frac{1}{4}, +\infty\right)$$

اگر $[x] + [x^2] = 5 + x$ ، آنگاه مجموع ریشه های این معادله کدام است؟

$$[x^2] + 1 - [x] - 5 = -x - 2 \quad (2)$$

(4) 4

مجموع عدد صحیح مجموع عدد صحیح مجموع عدد صحیح

(1) صفر

(3) -4

$$x \in \mathbb{Z}$$

$$x^2 + 1 - x - 5 = -x$$

$$x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$





اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، نمودار تابع $y = f^{-1}(2x - 1)$ ، نیمساز ناحیه اول را در نقطه ای با کدام طول قطع می کند؟

$$f^{-1}(2x - 1) = x$$

$$2x - 1 = f(x)$$

$$2x - 1 = x + \sqrt{x}$$

$$x - 1 = \sqrt{x}$$

$$\frac{3 + \sqrt{5}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3 - \sqrt{5}}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (3)$$

$$x^2 - 2x + 1 = x$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad \Delta = 5$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$



$$3 \leq n < 4 \quad [n] = 3 \quad \rightarrow \quad [n] - 2 = 1 \quad [n] = 3$$

اگر $[x - 2] = 1$ باشد، نمودارهای دو تابع $f(x) = |x - 3| - |x - 4|$ و $g(x) = 2x^2 + x - 17$ در چند نقطه مشترک هستند؟

$$f(n) = \underbrace{n - 3}_{n-3} + \underbrace{n - 4}_{-n+4} = 2n - 7$$

(۴) فاقد نقطه مشترک

$$2n - 7 = 2n^2 + n - 17$$

$$2n^2 - n - 10 = 0$$

$$\Delta = 11 \rightarrow n_{1,2} = \frac{1 \pm 9}{4}$$

۱ (۱)

۳ (۳)



اگر توابع $f(x) = \frac{ax + 3}{x^2 + bx + 1}$ و $g(x) = \frac{c}{x-1}$ برابر باشند، $a + b + c$ کدام است؟

$D_g = \mathbb{R} - \{1\}$ → $D_f: \mathbb{R} - \{1\}$ → منبج $f: (x-1)^2$ (۱) -۴

$x^2 + bx + 1 = x^2 - 2x + 1$ → $b = -2$ (۲) -۶
 $-c = 3$ → $c = -3$ (۳) -۷

$f(x) = g(x)$ → $\frac{ax + 3}{(x-1)^2} = \frac{c}{(x-1)}$
 $ax + 3 = c(x-1)$

$a = -c$

اگر $g(x) = f(3x - 4)$ و $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ آنگاه حاصل $g^{-1}(16)$ کدام است؟

$$g(x) = f(3x - 4) \quad 6 \quad (2)$$

5 (1)

$$y = f(3x - 4) \quad 1 \quad (4)$$

$$g^{-1}(x) = \frac{f^{-1}(x) + 4}{3}$$

7 (3)

$$3x - 4 = f^{-1}(y)$$

$$g^{-1}(16) = \frac{f^{-1}(16) + 4}{3} = 1$$

$$3x = f^{-1}(y) + 4$$

$$\rightarrow x = \frac{f^{-1}(y) + 4}{3}$$



$$0 < x - [x] < 1$$

اگر $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = \frac{1-x}{x}$ برد تابع $g \circ f$ کدام بازه است؟

$$(2) [0, +\infty)$$

$$(4) [1, +\infty)$$

$$(1) (0, +\infty)$$

$$(3) (1, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{1}{x} - 1$$

برای $x > 0$ نزول می کند

$$R_g: \left(\frac{g(1)}{0}, \frac{g(0)}{+\infty} \right)$$



اگر $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = x^3 + x - 4$ ، آنگاه مقدار $(f \circ g)^{-1}(4)$ چقدر است؟

$$(f \circ g)^{-1}(4) = \underbrace{g^{-1} \circ f^{-1}}_4(4) \quad \begin{matrix} 6 & (2) \\ & 1 & (4) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2 & (1) \\ 4 & (3) \end{matrix}$$

$$g^{-1}(4) = a \longrightarrow g(a) = 4$$

$$a^3 + a - 4 = 4 \longrightarrow a^3 + a = 8$$

$$\boxed{a = 2}$$



اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ ، کدام است؟

$$f^{-1}(20) = a \rightarrow$$

$$f(a) = 20$$

$$a = 14$$

$$g^{-1}(14) = b \rightarrow g(b) = 14$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 5 \\ 3 \\ 1 \\ 5 \end{array}$$

$$\frac{9b+6}{1-b} = 14$$

$$9b+6 = 14 - 14b$$

$$\begin{array}{r} 20b = 8 \\ b = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 2 \\ 13 \end{array}$$



$f(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$ اگر $g(x) = 1 - x^2$ آن گاه مساحت بین نمودار تابع $f \circ g(x)$ و محور طولها در بازه $[-2, 2]$ کدام است؟

$$f(g(x)) = \begin{cases} 1 & ; 1 - x^2 > 0 \\ 0 & ; 1 - x^2 = 0 \\ -1 & ; 1 - x^2 < 0 \end{cases}$$

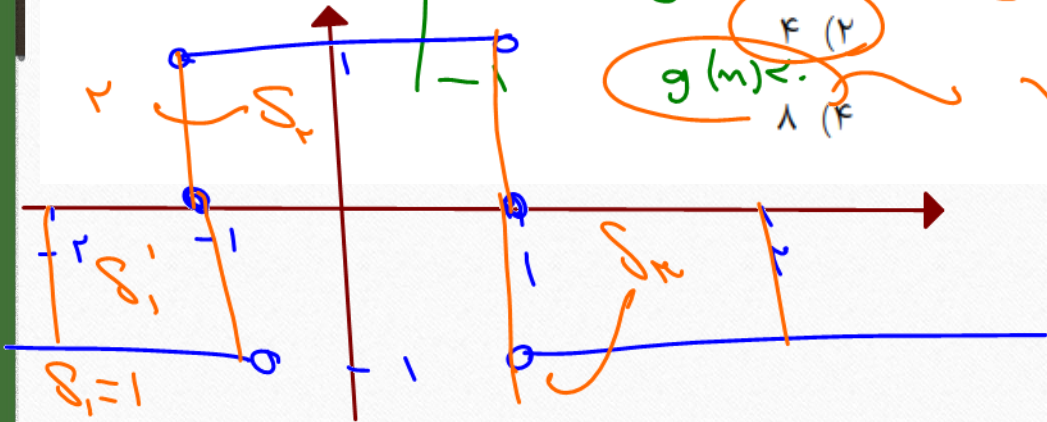
$g(x) > 0 \rightarrow -1 < x < 1$

$g(x) = 0 \rightarrow x = \pm 1$

$g(x) < 0 \rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 1$

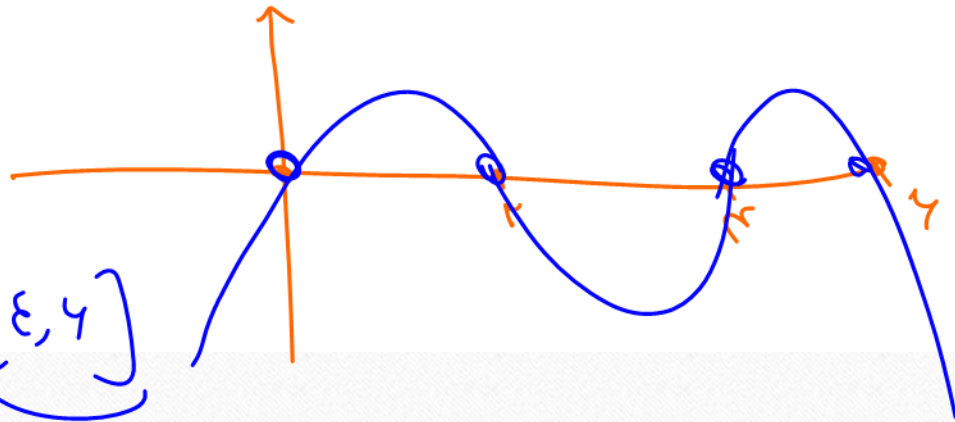
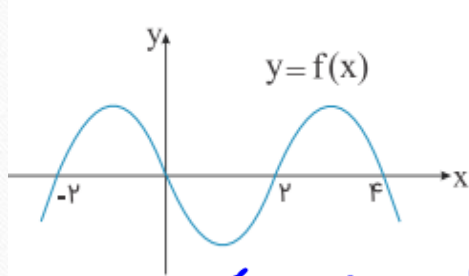
۲ (۱)

۶ (۳)





اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{f(x-2)}$ شامل چند عدد صحیح است؟



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) بی شمار

$D_f: [0, 2] \cup [2, 4]$
 (مقدور صحیح) (مقدور صحیح)



نمودار وارون تابع $f(x) = \sqrt{x+3}$ در فاصله $[a, b]$ زیر محور x ها قرار می گیرد. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

$R_f : [0, +\infty)$

$(2) \sqrt{3}$

(1) $2\sqrt{3}$

$D_{f^{-1}} : [0, +\infty)$

(4) $-\sqrt{3}$

(3) 3

$f(n) = \sqrt{n+3} \rightarrow y = \sqrt{n+3} \rightarrow y^2 - 3 = n \rightarrow f^{-1}(n) = n^2 - 3$

$x^2 - 3 < 0 \rightarrow x^2 < 3 \rightarrow |x| < \sqrt{3} \rightarrow -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$

$x^2 > 3 \rightarrow x > \sqrt{3} \text{ or } x < -\sqrt{3}$

(4) $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$



$$x > 1 \rightarrow x^3 \geq 2 \rightarrow 2 + x^3 \geq 2$$

توابع $f(x) = \begin{cases} 2 + x^3 & ; x \geq 1 \\ 4x & ; x < 1 \end{cases}$ و $g(x) = x^3 + 4x$ مفروض هستند. حاصل $f^{-1} \circ g^{-1}(-5)$ برابر کدام گزینه است؟

$$g^{-1}(-5) = a \rightarrow g(a) = -5 \quad (2)$$

$$a^3 + 4a = -5 \rightarrow \boxed{a = -1} \quad (4) \checkmark \checkmark$$

(1)

(3) -4

$$f^{-1}(-1) = b \rightarrow f(b) = -1$$

$$4b = -1 \rightarrow \boxed{b = -\frac{1}{4}}$$



اگر $x = a$ جواب معادله $\frac{1}{2 - \sqrt{1+x}} + \frac{1}{2 + \sqrt{1+x}} = \frac{2}{x^2 - 9}$ باشد، آنگاه $[a]$ کدام است؟

$$\frac{2}{-x+3} = \frac{2}{x^2-9} \quad (1) \quad -2$$

$$\frac{x}{-(x-3)} = \frac{2}{(x-3)(x+3)} \quad (3) \quad -4$$

$$x \cdot (x+3) = -2 \rightarrow$$

$$\sum x = -1 \quad \sum x = -\frac{1}{x}$$

(2) -3

(4) جواب ندارد.

$$\frac{2 + \sqrt{x+1} + 2 - \sqrt{x+1}}{(2 - \sqrt{x+1})(2 + \sqrt{x+1})} = \frac{2}{x^2 - 9}$$

$$\frac{4}{4 - (x+1)} = \frac{2}{x^2 - 9}$$

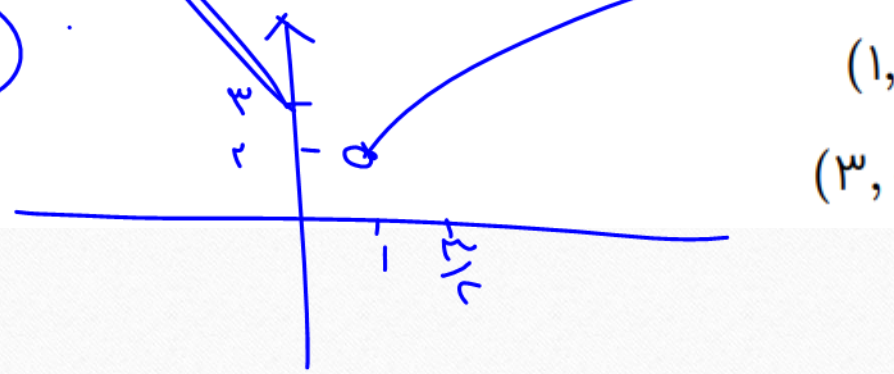


بزرگترین برد تابع $f(x) = \begin{cases} |2x - 3| & ; x \leq 0 \\ \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} & ; x > 1 \end{cases}$ کدام است؟

~~$(x-1)(\sqrt{x}+1)$~~
 ~~$(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)$~~

- $(2, +\infty)$ (2)
- $(4, +\infty)$ (4)

- $(1, +\infty)$ (1)
- $(3, +\infty)$ (3)



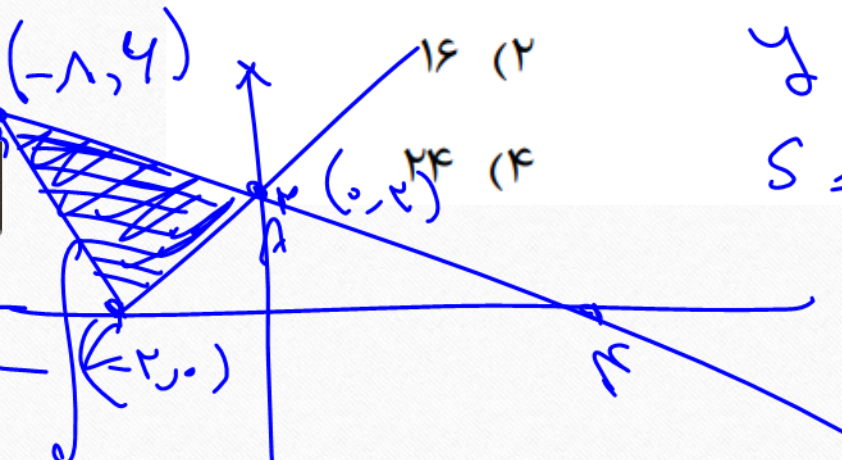


مساحت محدود به نمودارهای $y = -\frac{1}{2}x + 2$ و $y = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$ کدام است؟

$$y = |x + 2|$$

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

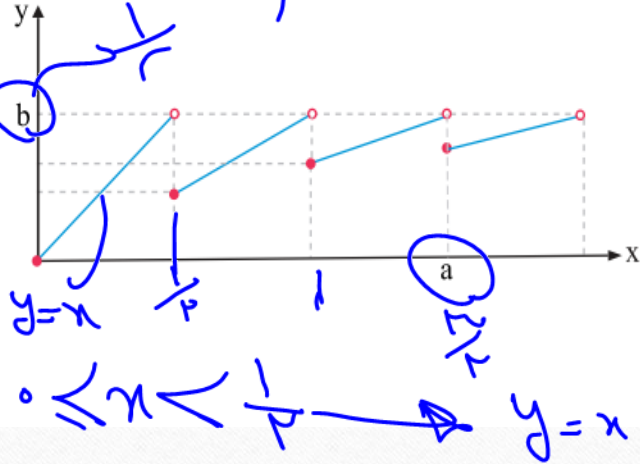
$$+ x_C(y_A - y_B)$$



$$-x - 2 = -\frac{1}{2}x + 2 \rightarrow -\frac{x}{2} = 4 \rightarrow x = -8$$



بخشی از نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{[2x] + 1}$ به شکل زیر است. حاصل ab کدام است؟



$$2x = k \rightarrow n = \frac{k}{2}$$

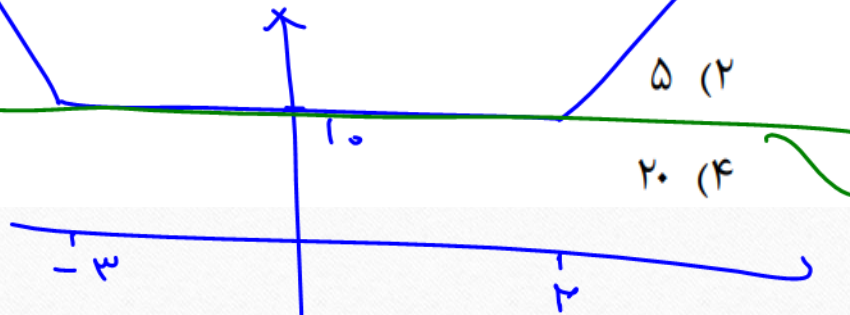
عدد $\frac{k}{2}$ مضرب $\frac{1}{2}$

$$ab = \frac{2}{2} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{2}{2}$$

- ۱
- ۲
- ۳
- ۴



معادله $|2x - 4| + |6 + 2x| = mx + b$ دارای بی شمار جواب است. مجموع مقادیر ممکن برای m و b کدام است؟



$$m=0, b=1$$

$$y = mx + b$$

$$y = mx + b$$

(۱) صفر

(۳) ۱۰



دو تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & ; x > m \\ \left[\frac{x^p}{x^p + 1} \right] + c & ; x < n \end{cases}$ و $g(x) = \frac{x - 2}{|x - 2|}$ با هم برابرند. حاصل $\frac{mn}{ac + b}$ کدام است؟

$g(x) = \frac{x-2}{|x-2|}$

$a = 1$

$b = -1$

$m = 2$

$n = 2$

$a = 0$

$b = 1$

(1) 4

(3) 3



برد تابع $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x+4}-2}$ شامل چند عدد طبیعی نمی باشد؟

۵ (۲)

۴ (۱)

۷ (۴)

۶ (۳)



اگر $0 < \frac{1-3x}{x+1} < 2$ باشد، مجموعه مقادیر $\left[\frac{x}{p}\right]$ چند عضو دارد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



معادله $x^2 + x = [x]$ چند جواب در مجموعه اعداد حقیقی دارد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)



معادله $|x^2 + 4x| + x^2 + 4x = 0$ چند ریشه صحیح دارد؟

۳ (۲)

۶ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)



اگر توابع $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{a-2x} + 3$ و $g(x) = \{(b, c)\}$ باهم برابر باشند، $a + b + c$ کدام است؟

(۱) ۲/۵

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶